

Collegediktaat IDE 343

Ontwerpen op bedrijfszekerheid

IDE 343A 4316 (614)

Prof. ir. J.L. Spoormaker

343a Ontwerpen



45014004316

Uitgave: november 1999

© Technische Universiteit Delft
Faculteit Ontwerp, Constructie en Productie
Subfaculteit Industrieel ontwerpen
Vakgroep Constructie
Laboratorium voor Mechanische Bedrijfszekerheid
Leeghwaterstraat 5
2628 CA Delft
tel. (015) 278 5726

Uitgegeven en verspeid door:

**Technische Universiteit Delft
Faculteit Ontwerp, Constructie en Productie
Subfaculteit van het Industrieel Ontwerpen
Jaffalaan 9
2628 BX Delft**

telefoonnummer: + 31 15 278 5726

Copyright © 1999 bij J.L. Spoormaker

Niets uit deze uitgave mag worden gekopieerd of in andere vorm gebruikt in geen enkele vorm of door geen enkel middel, elektronisch of mechanisch, inclusief fotokopiëren, opname of ander data-opslagsysteem zonder uitdrukkelijke toestemming van de uitgever: Technische Universiteit Delft, Faculteit Ontwerp, Constructie en Productie, Subfaculteit van het Industrieel Ontwerpen, Jaffalaan 9, 2628 BX Delft.

Inhoudsopgave

1	Inleiding	1
1.1	Begrippen en definities	1
1.2	Organisatorische en technische maatregelen	6
1.2.1	Inleiding	6
1.2.2	Organisatorische maatregelen	6
1.2.3	Ontwerpbeoordelingen en het bepalen van kritieke punten	6
1.2.4	Bedrijfszekerheidsanalyses	7
1.3	Het voorspellen van de bedrijfszekerheid	10
1.3.1	Deterministische en stochastische beschouwingen	10
1.3.2	Probabilistische beschouwingen	11
1.4	Het beproeven van materialen, prototypen en gerede producten	17
1.5	De faalanalyse	20
1.6	Slotopmerkingen	20
1.7	Definities en begrippen	21
2	Bedrijfszekerheidsbegrippen en veel gebruikte kansverdelingen	23
2.1	Inleiding	23
2.2	Bedrijfszekerheidsbegrippen	25
2.2.1	Overlevingskans en bedrijfszekerheid	25
2.2.2	Het faaltempo $\lambda(t)$	25
2.2.3	De B_{10} levensduur van een product	29
2.2.4	De gemiddelde faaltijden (MTTF en MTBF)	29
2.2.5	De gemiddelde reparatieduur (MTTR)	30
2.2.6	De beschikbaarheid A(availability)	31
2.3	Kansverdelingen met toepassingsvoorbeelden	32
2.3.1	Het verband tussen statistische functies	32
2.3.2	Het karakteriseren van stochastische variabelen	33
2.3.3	De uniforme verdeling	36
2.3.4	De normale verdeling	38
2.3.5	De exponentiële verdeling	43
2.3.6	De Weibullverdeling	46
2.3.7	Gemengde verdelingen	50
2.3.8	De bètaverdeling	52
2.4	Oefenopgaven	55
2.4.1	Inleiding en aanwijzingen	55
2.4.2	De uniforme verdeling	55
2.4.3	De normale verdeling	55
2.4.4	Exponentiële verdelingen	56
2.4.5	Weibullverdelingen	56

2.4.6	Gemengde verdelingen	57
2.4.7	De bètaverdelingen	57
3	Bedrijfszekerheid van systemen	61
3.1	Inleiding	61
3.2	Serieschakeling van deelsystemen	63
3.3	Parallelschakeling van deelsystemen	66
3.4	<i>R uit n</i> opbouw van deelsystemen	68
3.5	Stand-by redundantie	70
3.6	Combinaties van Serie- en parallelschakelingen	72
3.6.1	Het parallel-seriesysteem	72
3.6.2	Het serie-parallelsysteem	73
3.7	Systemen met fail-safe concepten en beveiligingen	74
3.8	Systemen met detectie en reparatiemogelijkheden	75
3.9	Algemene opmerkingen over redundantie	77
3.10	Oefenopgaven	79
3.10.1	Vastlopen van een wormwiellagering	79
3.10.2	Onacceptabele speling in een wormwiellagering	79
3.10.3	Wielbevestiging met 5 bouten	80
3.11	Oude tentamen opgaven	81
3.11.1	Opgave 1, Bewegingsmechanisme	81
3.11.2	Opgave 2, Drukschakelaar	82
3.11.3	Opgave 3: Koffersluiting	84
3.11.4	Antwoorden	86
4	Het gebruik van waarschijnlijkheidspapier	89
4.1	Inleiding	89
4.2	Het principe van waarschijnlijkheidspapier	89
4.3	Waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling	93
4.4	Het Weibull papier	94
4.5	Het plotten van uitvalgegevens	96
4.6	Grafisch schatten van parameters	98
4.7	Het bepalen van betrouwbaarheidsintervallen	100
4.8	Verwerking van steekproefgegevens uit een populatie met minimum levensduur ongelijk aan nul, op Weibullpapier	102
4.9	Waarden uit een normale verdeling plotten op Weibullpapier	105
4.10	Verschijningsvormen van geplotte waarnemingen	108
4.10.1	At random gegenereerde waarden	108
4.10.2	Waarnemingen uit gemengde verdelingen	110
4.11	Oefenopgaven	111
4.12	Oude tentamen opgaven	113
4.12.1	Opgave 1, Weibullverdeling	113
4.12.2	Opgave 2, Weibull - Normaalverdeling	114
4.12.3	Opgave 3, Weibullverdeling	115
4.12.4	Antwoorden	116
5	Bepaling van de optredende en de toelaatbare spanningen	119
5.1	Inleiding	119
5.2	Belastingen	121
5.2.1	Voorgescreven verplaatsing en belasting	121

5.2.2	Classificatie van statische en dynamische belastingen	122
5.3	Bepalen van belastingen	124
5.3.1	Het meten van belastingen	124
5.3.2	Het registreren van belastingsignalen	125
5.3.3	Bepalen van belastingen aan de hand van productergonomische gegevens .	126
5.3.4	Bepalen van de grootte van belastingen aan de hand van wiskundige modellen en technische berekeningen	127
5.4	Berekenen van spanningen en rekken	131
5.4.1	Sterkteleerberekeningen	131
5.4.2	Het gebruik van handboeken	135
5.4.3	De Eindige Elementen Methode	136
5.5	Toelaatbare spanningen en rekken	138
5.5.1	Toelaatbare spanningen bij stalen	139
5.5.2	Toelaatbare spanningen bij andere metalen	141
5.5.3	Toelaatbare rekken bij kunststoffen	141
5.5.4	Toelaatbare waarden bij meerassige spanningstoestanden	143
5.5.5	Toelaatbare waarden bij spanningsconcentraties	145
5.6	Bibliografie	146
6	Spanning/sterkte interferentie-analyse	147
6.1	Inleiding	147
6.2	Deterministische versus stochastische beschouwingen	148
6.3	Berekening van $f_{sp}(sp)$	150
6.3.1	Berekening van de kansdichtheidsfunctie van een functie van stochastische variabelen.	150
6.4	De gemiddelde waarde methode	151
6.4.1	Som of verschil van twee normaal verdeelde grootheden.	152
6.4.2	Vermenigvuldiging met een constante	154
6.4.3	Niet lineaire functies van x	156
6.4.4	Functies van meer dan één variabele.	161
6.4.5	Het product van normaal verdeelde stochastische variabelen.	162
6.4.6	Het verschil en het product van normaal verdeelde stochastische variabelen	164
6.5	De Monte Carlo methode	166
6.6	Keuze van de methode om de k.d.f. van spanningen te bepalen	169
6.7	Bepaling van de k.d.f. $f_{St}(St)$ van de materiaalsterkte St bij statische belastingen	169
6.8	Berekening van de bedrijfszekerheid R	171
6.8.1	Rekenvoorbeeld (Klembeugel)	174
6.9	Oefenopgaven	177
6.10	Oude tentamen opgaven	179
6.10.1	Opgave 1, Klembeugel	179
6.10.2	Opgave 2, Slootkantmaaier	181
6.10.3	Opgave 3, Klikverbinding	182
6.10.4	Antwoorden	184
7	Kwaliteitszorg	189
7.1	Inleiding	189
7.2	Kwaliteit	192
7.2.1	Produktkwaliteit	192
7.2.2	Programma-, ontwerp- en fabricagekwaliteit	193
7.3	Totale kwaliteitszorg	194

7.3.1	Kwaliteitssysteem	195
7.3.2	Kwaliteitsborging	195
7.3.3	Kwaliteitsbeheersing	196
7.4	Kwaliteitshandboeken	197
7.5	Certificatie	198
7.6	Kwaliteitskosten en Taguchimethoden	200
7.6.1	Kwaliteitskosten	200
7.6.2	De Taguchi-methode	201
7.7	Produktaansprakelijkheid	202
7.7.1	Schuldaansprakelijkheid	202
7.7.2	Risico-aansprakelijkheid	203
7.7.3	Produkt en gebrekkig produkt	204
7.7.4	Beperkte risico-aansprakelijkheid	204
7.7.5	Verjaringstermijn	204
7.7.6	Ontwikkelrisico's	204
7.7.7	Produktaansprakelijkheid en kwaliteitszorg	205
7.8	Toeleverancier-afnemer relaties	205
7.9	Kwaliteitszorg in het ontwerpproces	206
7.10	Organisaties op het gebied van kwaliteitszorg	207
7.11	Definities en begrippen	208
8	Bedrijfszekerheidsanalyses	211
8.1	Inleiding	211
8.2	Definities in de bedrijfszekerheidsanalyses	213
8.3	Faalvormen, faaloorzaken en faalmechanismen	214
8.3.1	Faalvormen	214
8.3.2	Faaloorzaken	214
8.3.3	Faalmechanismen	214
8.4	Het specificeren van de bedrijfszekerheid	215
8.5	Produktanalyse	216
8.6	De ontwerpbeoordeling (Design Review)	217
8.7	Failure Mode and Effect Analysis (FMEA)	220
8.8	Voorbeeld van een FMEA aan een stofzuigerbochtstuk	223
8.9	Het bepalen van risico's naar aanleiding van de FMEA	225
9	Levensduurbeproevingen	227
9.1	Inleiding	227
9.2	Belastingssignalen en beproevingsmenu's	229
9.3	Beproevinginstallaties	229
9.3.1	Specifieke beproevingsapparatuur	229
9.3.2	De overdrachtsfunctie van beproevingsinstallaties	230
9.3.3	Beproevinginstallaties bij kwaliteitsdiensten	232
9.4	Proefstukken en beproevingssignalen	233
9.4.1	Proefstukken	233
9.4.2	Beproevingssignalen	233
9.5	Vereenvoudigde beproevingsprocedure voor randombelastingen	235
9.6	Detectie van het falen van proefstukken	236
9.7	Algemene opmerkingen over beproevingen	237
9.7.1	Versnelde levensduurproeven	237
9.7.2	Het beproeven van prototypen	237

9.8	Soorten duurproeven en de statistische verwerking ervan	238
9.8.1	Inleiding	238
9.8.2	De volledige duurproef	238
9.8.3	Onvolledige duurproeven	238
9.8.4	Duurproeven met schorsingen	239
10	Faalanalyse	245
10.1	Inleiding	245
10.2	Faalanalysemethoden	245
10.3	Voorbeelden van gefaalde producten	246
10.3.1	Overmatige slijtage koppelbus	246
10.3.2	Meer voorbeelden	247
11	Faalgedrag van kunststof producten	249
11.1	Inleiding	249
11.2	Ontwerpen op bedrijfszekerheid	250
11.3	Ontwerpbeoordeling en FMEA	251
11.4	Faaloorzaken	251
11.4.1	Scherpe geometrie-overgangen	251
11.4.2	Hoge contactspanningen	256
11.4.3	Te lage massa- en/of matrijstemperaturen	258
11.4.4	Hoogbelaste vloeinaden	260
11.4.5	Foutieve verribbingen	261
11.4.6	Te lage flexibiliteit van een constructie	264
11.4.7	Foutieve verbindingen	265
11.4.8	Onjuiste toleranties	266
11.5	Faalmechanismen	267
11.5.1	Kruip	267
11.5.2	Statische scheuruitbreiding	269
11.5.3	Spanningsrelaxatie	270
11.5.4	Slijtage	271
11.5.5	Vermoeiing	273
11.5.6	U.V. degradatie	274
11.5.7	Chemische aantasting	274
11.5.8	Spanningscorrosie	276
11.6	Oude tentamen opgaven	278
11.6.1	Opgave 1, Scheurvorming.	278
11.6.2	Opgave 2, Statische scheuruitbreiding.	279
11.6.3	Antwoorden	280
12	Veiligheidsbeproevingen van kunststof producten	281
12.1	Inleiding	281
12.2	Brandtechnische eisen	282
12.3	Elektrische veiligheid	298
12.4	Afkortingen	304
	Bijlagen:	307
	A Waarschijnlijkheidspapier	308
	B Cumulatieve standaard normaalverdeling	311

C	Plotposities voor waarschijnlijkheidspapier	313
D	Overzicht kansverdelingen	315
E	Symbolenlijst	317

Lijst van figuren

1.1	<i>De kans op uitvallen $F(t_1)$ voor het tijdstip t_1 en de bedrijfszekerheid $R(t_1)$ op het tijdstip t_1</i>	1
1.2	<i>Hogedrukpan met twee veiligheidsventielen.</i>	2
1.3	<i>Beheersing van het productieproces.</i>	3
1.4	<i>Beheersing van het ontwerp en het productieproces.</i>	3
1.5	<i>Analyses in het proces van ontwerpen op bedrijfszekerheid en veiligheid.</i>	5
1.6	<i>Ongewenste wijze van informatie-overdracht in een bedrijf.</i>	7
1.7	<i>Gescheiden remsysteem en de foutenboom voor "niet remmen".</i>	9
1.8	<i>"Deterministische" voorspelling van de bedrijfszekerheid.</i>	10
1.9	<i>Bepaling van de belastingen met een geïnstrumenteerd onderdeel.</i>	11
1.10	<i>Kansverdelingen van de momentane waarden en de amplitudes.</i>	12
1.11	<i>Berekening van de verdeling van de spanning sp.</i>	13
1.12	<i>Verband tussen de tijd tot falen en de spanning als functie van de temperatuur voor HDPE buizen [4].</i>	14
1.13	<i>Bepaling van de specifieke energie tot breuk van U.V.-gedegradeerde proefstaven [7].</i>	15
1.14	<i>Bepaling van het 5 %-punt van de materiaalsterkte met een betrouwbaarheid van 95 %</i>	16
1.15	<i>Berekening van de bedrijfszekerheid als $R = P(\underline{St} > sp)$.</i>	16
1.16	<i>Universele hydraulische beproevingsmachine van MTS [9].</i>	18
1.17	<i>Slagbeproevingapparatuur voor kunststofstaafjes [8].</i>	18
1.18	<i>Detail van een vermoeiingsmachine [9].</i>	19
1.19	<i>Totale vermoeiingsmachine met klimaatregeling.</i>	19
2.1	<i>Kansdichtheidsfunctie $f_t(t)$ van een stochastische variabele t.</i>	24
2.2	<i>Het verband tussen de functies $F(t)$ en $R(t)$</i>	24
2.3	<i>Overlevingsfunctie van een populatie producten, die op $t = 0$ in bedrijf zijn genomen.</i>	25
2.4	<i>Uitval in het tijdsinterval $[t_1, t_2]$.</i>	26
2.5	<i>Verloop van het faaltempo in de tijd.</i>	27
2.6	<i>Afhankelijkheid van het faaltempo van de belasting en temperatuur.</i>	28
2.7	<i>Electronische schakeling met een bedrijfszekerheidsblokschema.</i>	29
2.8	<i>Bepaling van de B_{10} levensduur uit de verdelingsfunctie van de populatie.</i>	29
2.9	<i>Verwachting van de tijd tot falen (MTTF).</i>	30
2.10	<i>De gemiddelde tijd tussen falen (MTBF).</i>	30
2.11	<i>Karakterisering van de MTTR met de lognormale verdeling.</i>	31
2.12	<i>Verloop van de inzetbaarheid en de reparatie in de tijd.</i>	31
2.13	<i>Kans dat de stochastische variabele x een waarde in het interval (a, b) aanneemt.</i>	32
2.14	<i>Verband tussen de k.d.f. $f_x(x)$ en de verdelingsfunctie $F_x(x)$.</i>	33

2.15	<i>Scheefheid van kansverdelingen.</i>	34
2.16	<i>Uniforme verdeling.</i>	36
2.17	<i>Het genereren van random waarden van de variabele t met een verdelingsfunctie $F(t)$.</i>	37
2.18	<i>Kansdichtheidsfunctie van een normaal verdeelde stochastische variabele.</i>	38
2.19	<i>Bepaling van de waarde van $\Phi(-1)$.</i>	39
2.20	<i>Kansdichtheidsfuncties van x en van $y = 3 + 2x$.</i>	40
2.21	<i>Kansdichtheid $f_y(y)$ als som van de normaal verdeelde variabelen x_1 en x_2.</i>	41
2.22	<i>Aseinde met zijn tolerantie-interval.</i>	42
2.23	<i>Kans dat de dikte $d > 10,15$ mm van aseinden met een tolerantie-interval: $d = 10 \pm 0,3$ mm.</i>	43
2.24	<i>De kansdichtheidsfunctie van een exponentieel verdeelde grootheid.</i>	44
2.25	<i>Het faaltempo als functie van de temperatuur en de belasting.</i>	45
2.26	<i>Kansdichtheidsfuncties van de Weibullverdeling.</i>	46
2.27	<i>Kansdichtheidsfuncties van de Weibullverdeelde variabele t met de minimum levensduur γ en de karakteristieke levensduur θ</i>	47
2.28	<i>Fractie van de populatie die na 600 uur is uitgevallen</i>	49
2.29	<i>Kansdichtheidsfunctie van een gemengde kansverdeling voor de uitvaltijd t</i>	50
2.30	<i>Kansdichtheidsfuncties $f_F(nF_j)$ voor de 1^e, 5^e en 8^e uitvallers uit een steekproef met omvang 9</i>	52
2.31	<i>Kansdichtheidsfunctie $f_F(9F_8)$ van de uitvalfractie van de populatie na de 8^e uitvaller van een steekproef met een omvang $n = 9$.</i>	53
2.32	<i>De 9 verdelingsfuncties van de uitvalfracties van de populatie voor een steekproef met een omvang $n = 9$.</i>	53
2.33	<i>Verdelingsfuncties: ${}_{21}F_3, {}_{21}F_{11}, {}_{21}F_{18}$.</i>	58
3.1	<i>Flensverbinding met 4 boutverbindingen</i>	61
3.2	<i>Serieschakeling van deelsystemen</i>	63
3.3	<i>Systeembedrijfszekerheid als functie van het aantal in serie geschakelde deelsystemen</i>	64
3.4	<i>Parallelgeschakelde deelsystemen</i>	66
3.5	<i>Systeembedrijfszekerheid als functie van de mate van redundantie en de bedrijfszekerheid van de deelsystemen</i>	67
3.6	<i>Systeembedrijfszekerheid R_S van een r uit 4 systeem als functie van R_D en r.</i>	69
3.7	<i>Systeem met stand-by redundantie</i>	70
3.8	<i>Systeembedrijfszekerheid R_S als functie van de bedrijfszekerheden van het actieve deelsysteem.</i>	71
3.9	<i>Parallel-serieschakeling in een systeem.</i>	72
3.10	<i>Lagering van een wormwiel.</i>	73
3.11	<i>Serie-parallelschakeling in een systeem.</i>	73
3.12	<i>Fail-safe constructie.</i>	74
3.13	<i>Safe life constructie d.m.v. een gescheiden remsysteem.</i>	75
3.14	<i>Kans op niet remmen in het tijdsinterval Δt na het falen van één van de deelsystemen.</i>	76
3.15	<i>Drievoudig uitgevoerd regelsysteem met detectie- en vergelijkingsmodules.</i>	77
3.16	<i>Schematische afbeelding van "common mode failures".</i>	78
3.17	<i>Lagering van een wormwiel.</i>	79
3.18	<i>Wielbevestiging met 5 boutverbindingen.</i>	80
3.19	<i>a. Drukschakelaar met één contactveer (A), b. drukschakelaar met twee contactveren (A) (B)</i>	82

4.1	<i>Plot van uitvalgegevens op lineaire schalen</i>	90
4.2	<i>Plot van uitvalgegevens op waarschijnlijkheidspapier voor de exponentiële verdeling</i>	91
4.3	<i>Uitvaltijden van lagers met een normale verdeling geplot op waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling.</i>	93
4.4	<i>Uitvaltijden van lagers uit een normale en uniforme verdeling geplot op waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling.</i>	94
4.5	<i>Weibull papier</i>	95
4.6	<i>K.d.f van de uitvalfractie van de populatie na de 5^e uitvaller uit een steekproef met grootte 9.</i>	97
4.7	<i>Grafisch schatten van de parameters van een normaal verdeelde uitvaltijd .</i>	98
4.8	<i>Schatten van de parameters van een Weibullverdeelde stochastische variabele</i>	99
4.9	<i>5 % en 95 % curven voor een steekproefomvang n=9.</i>	100
4.10	<i>Verwerking van uitvalgegevens van een steekproef uit een populatie met een minimumlevensduur.</i>	102
4.11	<i>Plot van getransformeerde uitvaltijden.</i>	103
4.12	<i>Plot van uitvaltijden met een normale verdeling geplot op Weibull papier. .</i>	105
4.13	<i>Plot van getransformeerde uitvaltijden.</i>	106
4.14	<i>Plot van serie van 10 m.b.v. de Monte Carlo methode verkregen random waarden (kleinste kwadratische afwijking).</i>	109
4.15	<i>Plot van serie van 10 m.b.v. de Monte Carlo methode verkregen random waarden (grootste kwadratische afwijking).</i>	109
4.16	<i>Plot van uitvaltijden met een gemengde verdeling.</i>	110
5.1	<i>Schema voor het bepalen van de bedrijfszekerheid van producten.</i>	119
6.1	<i>Berekening van de bedrijfszekerheid als $R = P(\underline{St} > sp)$.</i>	147
6.2	<i>Hoge bedrijfszekerheid tengevolge van kleine spreidingen in de tot falen leidende spanning sp en de materiaalsterkte St.</i>	149
6.3	<i>Lage bedrijfszekerheid door grote spreidingen in de tot falen leidende spanning en de materiaalsterkte.</i>	149
6.4	<i>Berekening van de kansverdeling van de tot falen leidende spanning uit de kansverdeling van de onafhankelijke stochastische variabelen.</i>	150
6.5	<i>Ingekleemde balk.</i>	151
6.6	<i>Bepaling van de verwachting en de standaardafwijking van een afmeting uit de maattolerantie.</i>	152
6.7	<i>Verplaatsing van het uiteinde van een balk</i>	153
6.8	<i>Benadering van $y = 11^2$ via de Taylorreeksontwikkeling</i>	156
6.9	<i>K.d.f. van $y = x^2$ voor $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 1$</i>	158
6.10	<i>K.d.f. van $y = x^2$ voor $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 2$</i>	159
6.11	<i>Schema voor het uitvoeren van de Monte Carlo methode voor het berekenen van $f_{sp}(sp)$.</i>	166
6.12	<i>Het genereren van een stochastische variabele (x_r).</i>	167
6.13	<i>Resultaten van de berekening van de kansverdeling van de tot falen leidende spanning sp met de gemiddelde waarde en de Monte Carlo methode.</i>	168
6.14	<i>Kansverdeling van de vloeigrens van een staalsoort.</i>	170
6.15	<i>Berekening van de bedrijfszekerheid als $R = P(\underline{St} > sp)$.</i>	171
6.16	<i>Kansverdelingen van de tot falen leidende spanning sp en de materiaalsterkte St.</i>	173
6.17	<i>Model van een meetveer.</i>	177

6.18	<i>Klikverbinding.</i>	178
7.1	<i>Mogelijkheid tot goede afstemming tussen de afnemer en de ambachtsman.</i>	189
7.2	<i>Staalmeesters als controleurs van de kwaliteit.</i>	190
7.3	<i>De grote afstand tussen producent en afnemer.</i>	191
7.4	<i>Alle niveaus van een onderneming.</i>	194
7.5	<i>Alle fasen van het produktvoortbrengingsproces.</i>	194
7.6	<i>Certificatie van het produktieproces.</i>	198
7.7	<i>Certificatie van het ontwerp- én het produktieproces.</i>	198
7.8	<i>Relatie tussen kwaliteitsniveau en kwaliteitskosten.</i>	200
7.9	<i>Beoordeling van een ontwerp tijdens de ontwerpvrijgave.</i>	206
8.1	<i>Analyses en terugkoppelingen in het proces van ontwerpen op bedrijfszekerheid.</i>	212
8.2	<i>Aspecten bij een ontwerpbeoordeling van een kunststoflager in een bevestigingsplaat.</i>	217
8.3	<i>Kosten en tijden met en zonder ontwerpbeoordeling.</i>	219
8.4	<i>Schematische tekening van een spuitgietmachine.</i>	221
8.5	<i>Uit te voeren FMEA's in het produktvoortbrengingsproces.</i>	222
8.6	<i>Stofzuigerbochtstuk met een detail van de stangbevestiging.</i>	223
9.1	<i>Beproevingprocedure voor produkten, die belastingen t.g.v. transport, moeten kunnen weerstaan.</i>	228
9.2	<i>Blokschema van een beproevingsinstallatie.</i>	230
9.3	<i>Elektromechanische shaker.</i>	231
9.4	<i>Verloop van de overdrachtsfunctie van een vermoeiingsmachine als functie van de frequentie.</i>	232
9.5	<i>Enkele beproevingssignalen.</i>	234
9.6	<i>Vereenvoudigde procedure voor het bepalen van het vermoeiingsgedrag.</i>	235
9.7	<i>Bepaling scheurgrootte d.m.v. aanbrenge van een zilverspoortje.</i>	236
9.8	<i>Statistische verwerking van de uitvaltijden uit een volledige steekproef.</i>	242
9.9	<i>Verwerking uitvaltijden uit een onvolledige duurproef.</i>	243
9.10	<i>Statische verwerking van de uitvaltijden uit een steekproef met schorsingen.</i>	244
10.1	<i>Door slijtage gefaald koppelbusje</i>	246
10.2	<i>Ring</i>	247
10.3		247
10.4	<i>Balpen</i>	248
10.5	<i>Ski-binding</i>	248
11.1	<i>Handel met scheurvorming</i>	250
11.2	<i>Ontwerpbeoordeling van het prototype van een produkt</i>	251
11.3	<i>Effect van een geometrie-overgang op de spanningsverdeling</i>	252
11.4	<i>Grafische weergave van de spanningsconcentratiefactoren voor een op buiging belaste as</i>	253
11.5	<i>Overgang van cirkelvormige gat naar een kerf in een plaat</i>	254
11.6	<i>Geometriefactor Y voor een cirkelvormig gat met randscheuren</i>	255
11.7	<i>Spanning-rek diagram voor een bros (A) en een taai (B) materiaal</i>	255
11.8	<i>Kerfslagwaarden van ABS en PC als functie van de kerftipradius</i>	256
11.9	<i>Afronden van geometrie-overgangen</i>	257
11.10	<i>Aanbrengen van afrondingen</i>	258

11.11	<i>Spanningsconcentratie op spanningsconcentratie</i>	258
11.12	<i>Illustratie van een lijn- en een puntcontact</i>	259
11.13	<i>Schematische weergave van het vloeifront van een polymere smelt en de eerste fase van verstarring aan de wand</i>	259
11.14	<i>Warme en koude vloeinaden in een kunststof produkt</i>	260
11.15	<i>Het "jetting" effect</i>	261
11.16	<i>Het ontstaan van vloeinaden</i>	261
11.17	<i>Het effect van de massa- en de matrijsttemperatuur op de slagsterkte van kunststoffen met een vloeinaad</i>	262
11.18	<i>Inval bij verschillende ribdikte/plaatdikte verhoudingen</i>	262
11.19	<i>Uitknikken van te hoge ribben</i>	263
11.20	<i>Omslaan van ribben</i>	263
11.21	<i>Invloed van de rib-plaatgeometrie op de verandering van het weerstandsmoment t.o.v. de onverribde plaat</i>	264
11.22	<i>Verplaatsingsbelasting op een ingeklemde balk</i>	265
11.23	<i>Klikverbindingen met te hoge en juiste stijfheid.</i>	265
11.24	<i>Scheurvorming t.g.v. spanningsconcentratie bij een schroefdraadbevestiging</i>	266
11.25	<i>Schematisch verloop van de vervorming in de tijd t.g.v. kruip</i>	268
11.26	<i>Het veer-demper model voor het modelleren van kruip.</i>	268
11.27	<i>Kruipkrommen voor POM en PC</i>	269
11.28	<i>Verband tussen de tijd tot falen en de spanning als functie van de temperatuur voor HDPE buizen</i>	270
11.29	<i>Isometrische spanning-tijd kromme voor een POM copolymeer bij 20 °C en 65 % relatieve vochtigheid.</i>	271
11.30	<i>Verloop van de temperatuur en de spanning in een thermisch apparaat . . .</i>	272
11.31	<i>Enkele mogelijkheden voor het verloop van vermoeiingsbelasting</i>	273
11.32	<i>Wöhlerkromme voor een POM</i>	274
11.33	<i>Gedegradeerde oppervlaktelaag</i>	275
11.34	<i>Energie tot breuk van U. V. gedegradeerde proefstukken bij belastingssnelheden van 0.01 en 1.5 m/s.</i>	275
12.1	<i>Zuurstofindex volgens ANSI/ASTM D 2863-77</i>	285
12.2	<i>Brandbaarheid vaste objecten volgens ANSI/ASTM D 635-77</i>	287
12.3	<i>Brandbaarheid vaste objecten volgens UL 94 (1980)</i>	289
12.4	<i>Gloeidoorntest</i>	293
12.5	<i>Gloeidraadtest</i>	295
12.6	<i>Naaldvlamtest</i>	297
12.7	<i>Standaard testvinger voor het bepalen van de bereikbaarheid van spanning voerende delen</i>	298
12.8	<i>Illustratie van lucht- en kruipwegen</i>	299
12.9	<i>Slagproef met veerhamer</i>	300
12.10	<i>Kogeldrukproef</i>	301
12.11	<i>Kruipstroomsterktetest</i>	303
A.1	<i>Waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling.</i>	309
A.2	<i>Waarschijnlijkheidspapier voor de Weibull verdeling.</i>	310
D.1	<i>Kansdichtheidsfunctie met de parameters</i>	315

Lijst van tabellen

4.1	Uitvaltijden van lagers in uren	90
4.2	Uitvaltijden van een lager in uren	92
4.3	Uniform verdeelde uitvaltijden in uren	93
4.4	Uitvaltijden in uren van 5 componenten	96
4.5	Mediane plotposities voor een aantal steekproefomvangen	97
4.6	Uitvaltijden en plotposities voor de verwerking van steekproefgegevens	101
4.7	Uitvaltijden in uren van een steekproef uit een populatie met een minimum levensduur	102
4.8	Uitvaltijden van lagers in uren	105
8.1	Deel van een FMEA voor een spuitgietsproces	221
8.2	Lijst met faalvormen enz.	224
8.3	Lijst met kritieke punten	224
8.4	Relatieve waarden voor Seriousness voor het bepalen van risico's naar aanleiding van een FMEA.	226
8.5	Relatieve waarden voor Occurrence voor het bepalen van risico's naar aanleiding van een FMEA.	226
8.6	Relatieve waarden voor Discovery voor het bepalen van risico's naar aanleiding van een FMEA.	226
9.1	Uitvaltijden van 10 componenten in uren	238
9.2	Uitvaltijden van de eerste 5 componenten uit 25	239
9.3	Gegevens over de eerste 5 produkten.	240
9.4	Tabel met mediane plotposities voor een steekproef met schorsingen.	240
11.1	Lijst met veel voorkomende faaloorzaken en -mechanismen	252
11.2	Kerfgevoeligheid en taai/bros materiaalgedrag van kunststoffen onder slagbelastingen	257
11.3	Indicaties voor de haalbare toleranties	267
11.4	Chemische bestendigheid van kunststoffen	276
11.5	Spanningscorrosie	276
12.1	Overzicht belangrijkste normen m.b.t. brandgedrag	282
12.2	Overzicht normen voor brandtesten voor specifieke toepassingsgebieden	283
12.3	Overzicht polymeer zuurstofindex	284
12.4	Horizontale brandtest voor brandbaarheidsklasse 94 HB	286
12.5	Brandbaarheid van vaste testobjecten volgens UL 94 (1980)	288
B.1	Cumulatieve standaard normaalverdeling	312
D.1	Overzicht van gegeneraliseerde parameters en specifieke parameters	316

Hoofdstuk 1

Inleiding

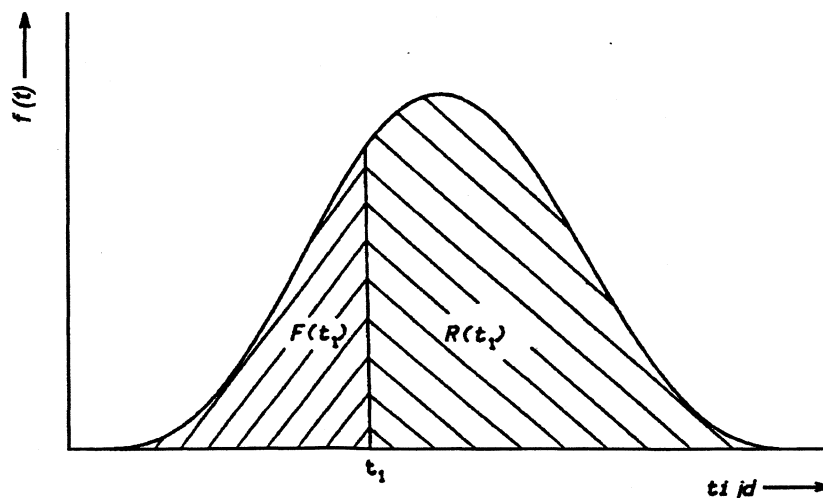
1.1 Begrippen en definities

Er zijn voor een gebruiker van een product, of dat nu een consumenten- of industriële toepassing heeft, twee aspecten van groot belang en wel de *beschikbaarheid* en de *veiligheid*.

De gewenste beschikbaarheid en de vereiste veiligheid kunnen door een groot aantal maatregelen worden bereikt; bijvoorbeeld door een hoge bedrijfszekerheid, een goede repareerbaarheid, preventief onderhoud en/of door beveiligingsmaatregelen. In dit college wordt vooral op de bedrijfszekerheid ingegaan.

Bedrijfszekerheid is de kans dat een product gedurende een bepaalde tijd en onder gegeven omstandigheden zijn functie, volgens de specificaties, vervult.

Bedrijfszekerheid is een statistisch begrip en geeft de kans aan dat een product tot een bepaalde tijd t_1 functioneert. De uitvaltijden van een populatie van producten worden aangegeven als een stochastische variabele t , waarvan alleen de kans dat uitvallen in een bepaald tijdsinterval zal optreden, kan worden gegeven. In Fig. 1.1 is de bedrijfszekerheid $R(t_1)$ op het tijdstip t_1 als het oppervlak onder de kansdichtheidsfunctie $f(t)$ van de uitvaltijden t , gegeven.



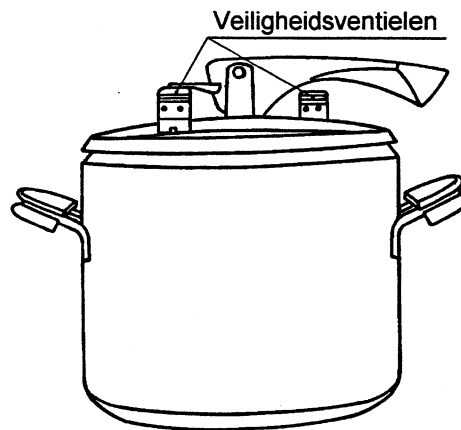
Figuur 1.1: De kans op uitvallen $F(t_1)$ voor het tijdstip t_1 en de bedrijfszekerheid $R(t_1)$ op het tijdstip t_1

Veiligheid is het vermijden van, of beschermen tegen de gevaren ten gevolge van de gebreken en/of het falen van een product.

Bedrijfszekerheid en *veiligheid* zijn verwante *kwaliteitskenmerken* van een product. Het voldoen aan zowel de *veiligheids-* als de *bedrijfszekerheidseisen* kan strijdig zijn, wat aan de hand van een voorbeeld wordt toegelicht. De hogedrukpan in Fig. 1.2 is tegen het optreden van ontoelaatbaar hoge drukken beveiligd door zogenaamde *veiligheidsventielen*.

De veiligheidsventielen kunnen op twee manieren falen:

- ze openen niet bij een ontoelaatbaar hoge druk;
- ze openen zich bij een te lage druk.



Figuur 1.2: Hogedrukpan met twee veiligheidsventielen.

Een ontoelaatbaar hoge druk treedt pas op indien beide ventielen niet openen bij een te hoge druk. Falen treedt dus pas op als ventiel 1 *én* ventiel 2 niet openen. Indien deze gebeurtenissen onderling onafhankelijk zijn, dan is de kans op het *niet openen* van beide ventielen het product van de kans op het optreden van elk van de gebeurtenissen. Indien de kans op het *niet openen* van één ventiel P_{no} is, en beide kansen zijn gelijk, dan is de kans P_{hd} dat een *te hoge druk* in de pan optreedt en er een onveilige situatie ontstaat (*te hóge druk*):

$$P_{hd} = P_{no} \cdot P_{no} \quad (1.1)$$

Voor het geval dat één of twee veiligheidsventielen bij een te lage druk openen, zal een te lage druk in de hogedrukpan optreden, als:

- veiligheidsventiel 1 *of* veiligheidsventiel 2, of
- veiligheidsventiel 1 *en* veiligheidsventiel 2

bij een te lage druk open gaan.

De kans op het *open gaan bij een te lage druk* voor een ventiel is P_o en indien deze faalkansen voor beide ventielen gelijk zijn en de gebeurtenissen onderling onafhankelijk zijn, is de kans op een te lage druk in de pan:

$$P_{ld} = P_o + P_o - P_o \cdot P_o \quad (1.2)$$

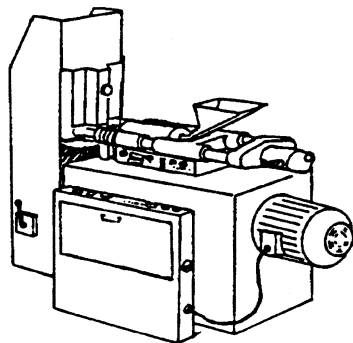
Als de faalkans $P_o \ll 1$ dan is de kans P_{fd} op het niet functioneren van het drukvat (te lage druk):

$$P_{fd} = P_o + P_o \tag{1.3}$$

Uit dit voorbeeld blijkt dat de veiligheid toeneemt bij een hoog aantal veiligheidsmaatregelen, maar dat ook de kans op het "niet functioneren" toeneemt. Met liften, bijvoorbeeld, gebeurt zelden een ongeval, maar ze "werken vaak niet", doordat één van de vele beveiligingen het functioneren blokkeert.

De bedrijfszekerheid en de veiligheid van een product worden in sterke mate in het *ontwerp-stadium* bepaald en zijn sterk afhankelijk van de beheersing van ontwerp- en het productieproces.

De *kwaliteitszorg* richt zich al geruime tijd voornamelijk op het *productieproces*, omdat dit proces veel directer te beheersen is. Bij het fabriceren van een as, bijvoorbeeld, betekent productiebeheersing het op maat maken van de as. Dit is vrij eenvoudig te bepalen, door de afmetingen van de as te meten en te bepalen of deze binnen de tolerantiegrenzen liggen. In Fig. 1.3 is dit schematisch weergegeven als "*toetsing conform ontwerp vervaardigd*".



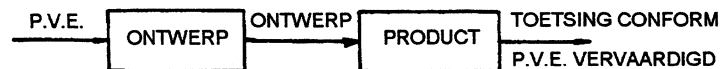
PRODUCTIE



Figuur 1.3: *Beheersing van het productieproces.*



ONTWERP



Figuur 1.4: *Beheersing van het ontwerp en het productieproces.*

De *beheersing van het ontwerpproces* vereist dat er *voorspeld* wordt of het product conform het programma van eisen (p.v.e.) is ontworpen. Zou dit niet door middel van ervaring en/of

berekeningen geschieden dan kan er pas als het product vervaardigd is, door middel van beproevingen, getoetst worden of het ontwerp aan het p.v.e. voldoet. In Fig. 1.4 is dit schematisch aangegeven. Voor het geval van de hiervóór vermelde as betekent dit dat moet worden voorspeld welke eigenschappen deze moet hebben. Zou alleen het productieproces worden beheerst dan zou, bij een verkeerd ontworpen as, deze op een perfecte wijze gemaakt kunnen worden, maar in het gebruik onacceptabel snel kunnen falen.

De kwaliteitszorg in Nederland is op grote schaal ingevoerd, maar er wordt nog steeds te weinig aandacht aan de kwaliteitszorg in het ontwerpproces besteed [1]. In veel landen zijn het eerder de economische dan de ethische motieven geweest, die de aanleiding tot invoering van de kwaliteitszorg in bedrijven gaven. Zowel om ethische als economische redenen is het voortbrengen van bedrijfszekere en veilige producten van groot belang:

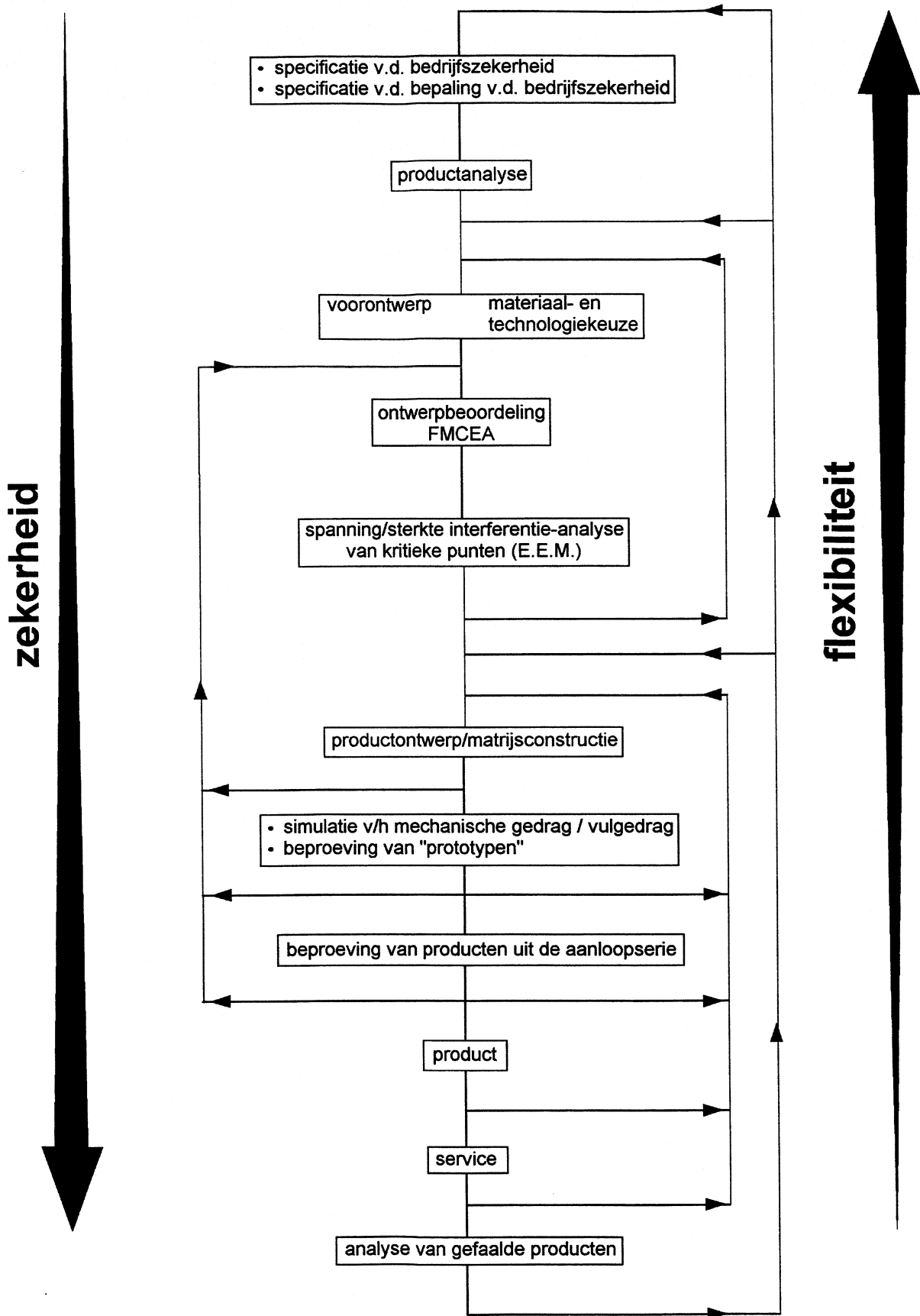
- de hoge *milieubelasting ten gevolge van te lage veiligheid en bedrijfszekerheid van producten*;
- de grote *gevaren* waaraan gebruikers worden blootgesteld;
- de hoge *productaansprakelijkheidskosten*;
- de noodzaak tot *certificeren* van bedrijven;
- de hoge *kwaliteitskosten*.

Totale kwaliteitszorg is daarom vereist. Dit houdt in dat in *alle stadia* van het *productvoortbrengingsproces* en op *alle niveaus* grote aandacht aan de kwaliteit moet worden geschonken [1]. Totale kwaliteitszorg vereist een beheersing van *alle aspecten* van het voortbrengingsproces en een sterke mate van terugkoppeling naar voorgaande processtappen en informatie over het falen in deelprocessen. In Fig. 1.5 wordt schematisch weergegeven dat terugkoppeling noodzakelijk is, en er is in deze figuur ook te zien dat pas als het product gereed is er met een grote mate van zekerheid te bepalen is of de bedrijfszekerheid van het product aan de gestelde eisen voldoet. De mogelijkheden tot het aanbrengen van verbeteringen aan het product zijn in dit stadium echter uiterst gering, zowel voor grote installaties als voor in massa vervaardigde producten.

Vooraf bij het ontwerpen in nieuwe materialen ontbreekt vaak de benodigde ervaring en zijn de voorspellingsmethoden soms moeilijk en minder betrouwbaar dan bij bekende materialen. Dit geldt met name voor het ontwerpen in kunststoffen, waar de temperatuur en de tijd een sterke invloed op het materiaalgedrag hebben. Bovendien is het *productiemiddel* voor deze producten uiterst kostbaar (f 20.000,- voor een eenvoudige matrijs tot f 2.000.000,- voor een gecompliceerde matrijs voor de behuizing van een radio-cassetterecorder). Het volgen van de, helaas nog vaak toegepaste, "trial and error"-methode bij de toepassing van nieuwe materialen is vaak uiterst kostbaar en tijdrovend. Een beheersing van het totale voortbrengingsproces is daarom van zeer groot belang en dit houdt in dat de invloeden van:

- het *materiaalgedrag*;
- de *dimensionering*;
- de *productietechnologie*,

op de bedrijfszekerheid en veiligheid *voorspeld* moeten kunnen worden.



Figuur 1.5: Analyses in het proces van ontwerpen op bedrijfszekerheid en veiligheid.

1.2 Organisatorische en technische maatregelen

1.2.1 Inleiding

In deze paragraaf zullen vooral de *organisatorische* en de *technische maatregelen* worden behandeld, die de preventie van falen en onveiligheid beogen.

De organisatorische maatregelen waarborgen, dát analyses worden uitgevoerd en de technische maatregelen, hóe ze moeten worden uitgevoerd. Een belangrijke *organisatorische* maatregel is het doorvoeren van *ontwerpbeoordelingen*, waardoor *kritieke punten* in een ontwerp vroegtijdig kunnen worden opgespoord. De aandacht kan dan geconcentreerd worden op het analyseren en corrigeren van de kritieke punten in een ontwerp.

1.2.2 Organisatorische maatregelen

Om de bedrijfszekerheid en de veiligheid van een product al voor een belangrijk deel in het ontwerpstadium te waarborgen, is de "*beheersing van het ontwerpproces*" als methode ontwikkeld. Deze methode houdt in:

Het zodanig beheersen van het ontwerpproces, dat in het ontwerpstadium kan worden voorspeld welke invloed de dimensionering, de materiaalselectie, de veiligheidsmaatregelen, de productietechnologie en de voorziene gebruiksomstandigheden op de bedrijfszekerheid en de veiligheid van een product hebben.

De beheersing van het ontwerpproces is alleen mogelijk, als aan een aantal voorwaarden wordt voldaan. De drie belangrijkste zijn:

- de *kwaliteitszorg* in een bedrijf moet zich intensief met het ontwerpproces bezighouden;
- al in het *ontwerpstadium* dienen *bedrijfszekerheids-* en *veiligheidsanalyses* te worden uitgevoerd;
- de ontwerper dient zoveel mogelijk *geconfronteerd* te worden met de *bedrijfszekerheids-* en *veiligheidsproblemen* van de door anderen en hem ontworpen producten.

Naar analogie van het beoordelen van het gerede product zal ook het ontwerp ervan op bedrijfszekerheid en veiligheid moeten worden beoordeeld. Dit wordt wel de *ontwerpbeoordeling* genoemd, en kan als volgt worden omschreven:

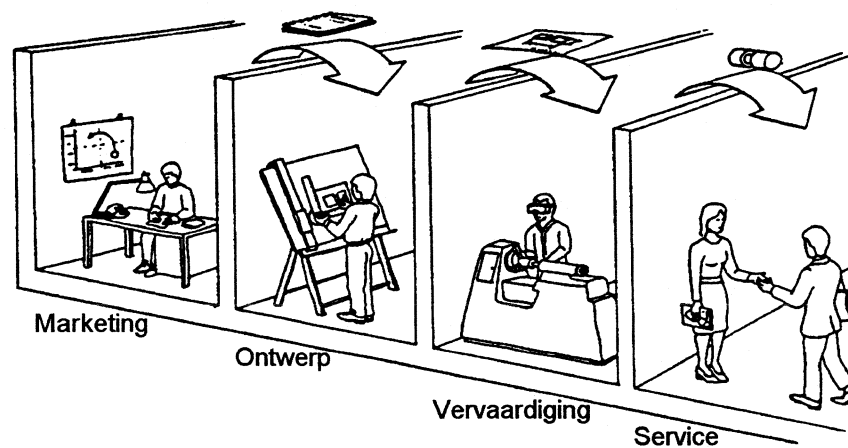
De *ontwerpbeoordeling* is een formele en systematische beoordeling van een ontwerp op een aantal aspecten, waaronder de veiligheid, door deskundigen die niet direct bij het ontwerp zijn betrokken.

1.2.3 Ontwerpbeoordelingen en het bepalen van kritieke punten

Ontwerpbeoordelingen zijn essentieel voor het vroegtijdig afstemmen van het ontwerp met zowel de commerciële afdeling als de productie in, of de toeleveranciers van een bedrijf.

Een ontwerper zet zich in om bedrijfszekere en veilige producten te ontwerpen, maar dit kan alleen als er tijdig voldoende specialisten worden geraadpleegd. Het is daarom niet verstandig de ontwerper onder tijdsdruk te zetten. Er moet geëist worden dat er alle aandacht geschonken wordt aan de bedrijfszekerheid en de veiligheid. De leiding van een onderneming is er verantwoordelijk voor *dat* er formele ontwerpbeoordelingen worden uitgevoerd tijdens het ontwerpstadium en *dat* er afspraken worden gemaakt over acties die moeten worden ondernomen om de eventuele *kritieke punten*, ten aanzien van de bedrijfszekerheid en de veiligheid te verbeteren. Het is

van groot belang dat het management voorkomt dat soortgelijke situaties als in Fig. 1.6 optreden.



Figuur 1.6: Ongewenste wijze van informatie-overdracht in een bedrijf.

Een ontwerpbeoordeling uitgevoerd door enkele deskundigen samen met de ontwerper, kan de kans op het optreden van falen en gebreken, aanzienlijk verkleinen. De aanwezigheid van onafhankelijke deskundigen bij deze beoordeling is erg belangrijk. Ontwerpers zijn nu eenmaal emotioneel bij hun ontwerp betrokken en kunnen dus niet altijd objectief tekortkomingen op veiligheidsgebied ontdekken. Bovendien ervaren ontwerpers de beoordeling van hun ontwerpen vaak als een persoonlijke beoordeling, wat vermeden dient te worden. Ter objectivering van het beoordelingsproces, alsook om de emoties niet te hoog te laten oplopen, is het derhalve noodzakelijk een aantal *bedrijfszekerheidsanalyses* uit te voeren met deskundigen op het gebied van materiaalselectie, productietechnologie en bedrijfszekerheid.

De *bedrijfszekerheidsanalyses*, die bij de technische aspecten meer in detail worden behandeld, zijn:

- de *Failure Mode and Effect Analysis*, een kwalitatieve analyse;
- de *foutenboomanalyse*, deze verschaft kwalitatieve en kwantitatieve resultaten;
- het analyseren van de zogenaamde *fail-safe* en de *safe-life* mogelijkheden;
- het *beproeven* van prototypen en producten, waarmee kan worden getoetst of de resultaten van de hiervoor vermelde analyses kloppen;
- de *faalanalyse* van producten, die in de praktijk niet aan de veiligheids- en bedrijfszekerheidseisen voldeden.

1.2.4 Bedrijfszekerheidsanalyses

Een vrij uitvoerige beschrijving van de hier behandelde bedrijfszekerheidsanalyses is te vinden in de handboeken [1] en [2] en daarom wordt hier slechts vrij kort op deze technieken ingegaan.

- **De Failure Mode and Effect Analysis (FMEA)**
De FMEA is een analyse waarbij voor iedere *faalvorm* van een onderdeel in een (*deel*)systeem

wordt nagegaan welk *effect* het falen ervan heeft op het functioneren van dit (deel)systeem en hoe *kritiek* dit is in verband met de bedrijfszekerheid en de veiligheid. Deze analyse wordt bij voorkeur uitgevoerd door de ontwerper samen met niet direct bij het ontwerp betrokkenen en dient tijdens de ontwerpbeoordeling geëvalueerd te worden. De ontwerper zal aan de anderen duidelijk moeten maken:

- welke functie het product moet vervullen;
- hoe de constructie van het product is;
- welke veiligheids- en bedrijfszekerheidsmaatregelen er zijn getroffen.

De analyse wordt meestal uitgevoerd door overzichten te maken met *faalvormen*, *faaloorzaken*, *faalmechanismen*, *effecten* en de mate waarin het falen *kritiek* is t.a.v. de bedrijfszekerheid en de veiligheid. Uit deze overzichten worden dan de meest *kritieke punten* gehaald, waarop een nadere analyse dient te worden uitgevoerd. De FMEA is een analyse vanuit het onderdelen niveau naar het systeemniveau (bottom up). De analyse geeft geen overzicht van het verband tussen de deelsystemen op de bedrijfszekerheid en de veiligheid van een complex systeem, omdat deze analyse vanuit het falen van de afzonderlijke onderdelen wordt benaderd.

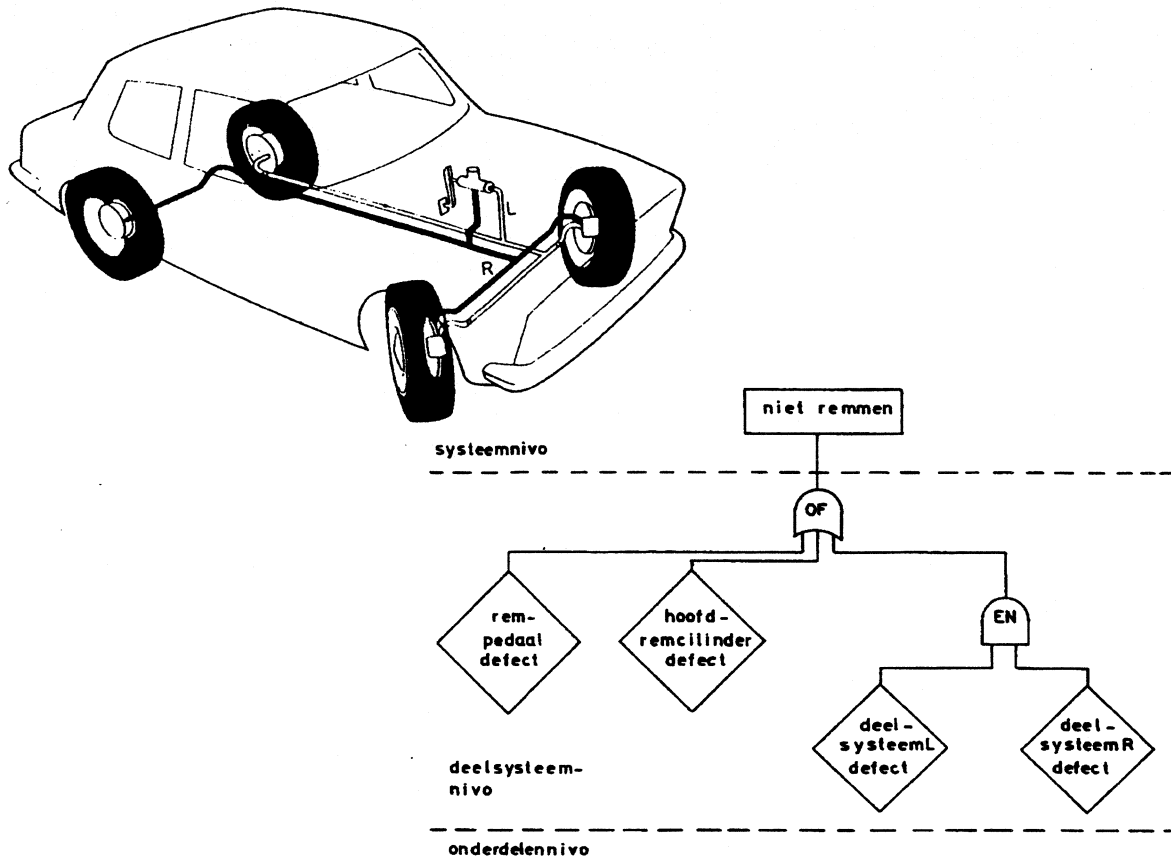
• De Foutenboomanalyse

De foutenboomanalyse is een "van bovenaf" (top down) benadering van de analyse van een complex systeem, waarbij voor elke *faalvorm* een foutenboom wordt opgezet. Het systeem wordt daartoe verdeeld gedacht in deelsystemen en onderdelen. Als faalvorm(top-event) van een complex systeem wordt een ongewenste gebeurtenis aangenomen, zoals bij een auto het "niet-remmen". Vanuit deze gebeurtenis wordt via logische operatoren, zoals *en-poorten* en *of-poorten* via de deelsystemen naar de componenten "afgedaald" tot op het niveau van de zogenaamde "basis gebeurtenissen".

In Fig. 1.7 is een auto met een gescheiden remsysteem, afgebeeld en is de foutenboom tot deelsysteemniveau getekend. Indien een resulterende gebeurtenis pas optreedt nadat meer dan één onderliggende gebeurtenis is opgetreden, wordt van een *en-poort* gesproken. Bij een auto waarin het remsysteem gescheiden is uitgevoerd, komt dit er op neer dat "niet-remmen" pas optreedt indien zowel het linker-remsysteem als het rechter-remsysteem faalt. Een *of-poort* betekent dat slechts één van de onderliggende gebeurtenissen voldoende is voor het optreden van een resulterende gebeurtenis. Bij het remmen van een auto komt dit voor als óf het rempedaal afbreekt, óf de hoofdremcilinder scheurt. Foutenbomen worden vooral in het ontwerpen van complexe systemen gebruikt om kritieke paden [2] te vinden en te bepalen hoe groot het effect is op de bedrijfszekerheid van het meervoudig uitvoeren van deelsystemen.

• Het kiezen van fail-safe of safe-life concepten

Voor systemen waarbij zeer hoge eisen aan de veiligheid worden gesteld, worden vaak speciale veiligheidsmaatregelen getroffen. Er wordt dan voor een *fail-safe*- of een *safe-life*-concept gekozen. Bij een *fail-safe* constructie wordt deze zodanig uitgevoerd, dat bij falen geen *gevaarlijke* toestand optreedt. In een groot aantal gevallen is het niet mogelijk het product zodanig uit te voeren dat bij het falen van een kritiek systeem geen onveilige toestand ontstaat. Bij een personenauto is zowel het "niet remmen", als het blokkeren van het remsysteem in het geval dat een remleiding barst, gevaarlijk. De enige mogelijkheid die dan overblijft, is het beveiligingssysteem zodanig uit te voeren, dat de kans op het *falen* ervan *minimaal* is en dit wordt aangeduid als een "*safe-life* constructie".



Figuur 1.7: Gescheiden remsysteem en de foutenboom voor "niet remmen".

- **Het beproeven van prototypen**

Het beproeven van prototypen heeft slechts een beperkte waarde voor de beoordeling van de bedrijfszekerheid en de veiligheid van een product, als het fabricageproces van invloed is op de belastbaarheid van een product. Dit is vooral van belang bij kunststofproducten, waarbij het spuitgietproces bepalend is voor de materiaalsterkte. Er kan aan de hand van een prototype wel een indicatie van de zwakste plaatsen worden verkregen, maar alleen het beproeven van een product, dat met het uiteindelijke productiemiddel is vervaardigd, geeft betrouwbare resultaten. Er kunnen echter wél resultaten van beproevingen aan bestaande producten worden gebruikt bij bedrijfszekerheidsanalyses, omdat nieuwe producten meestal niet zodanig afwijken van de bestaande producten, dat er geen enkele verwantschap is. Dit is echter wél het geval als in plaats van metalen, kunststoffen worden gebruikt. Er zal dan alleen van soortgelijke producten van het nieuwe materiaal een indicatie over de bedrijfszekerheid en de veiligheid kunnen worden verkregen.

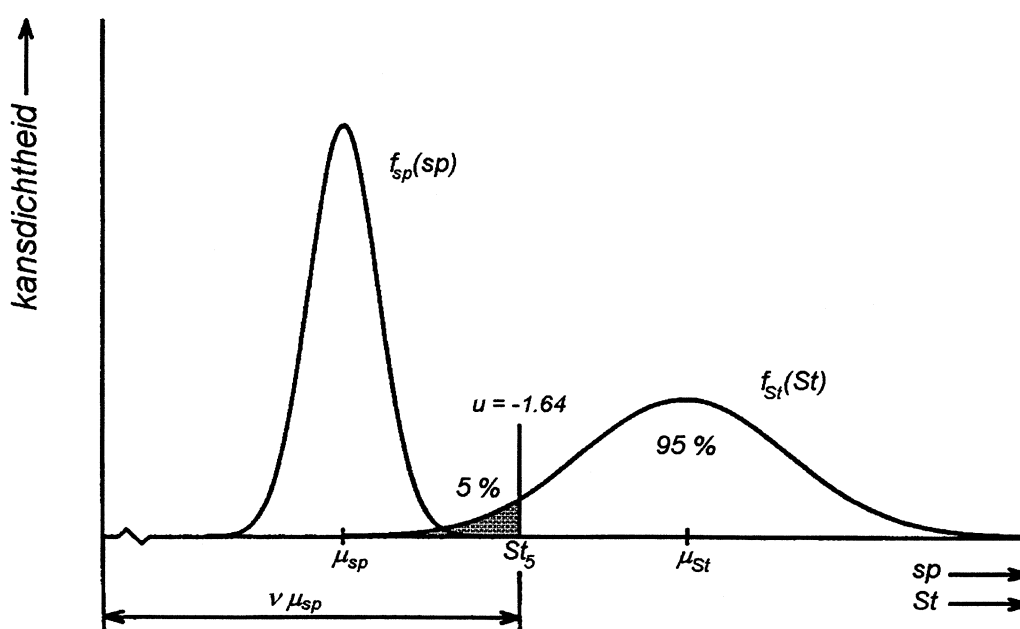
- **De faalanalyse** Het analyseren van gefaalde producten, zowel van die in het laboratorium als van die in de praktijk gefaald hebben, is van uitermate groot belang. Deze resultaten moeten naar de ontwerpafdelingen te worden teruggekoppeld en bij ontwerpbeoordelingen te worden gebruikt.

1.3 Het voorspellen van de bedrijfszekerheid

1.3.1 Deterministische en stochastische beschouwingen

De bedrijfszekerheid van een mechanisch onderdeel van een product kan worden voorspeld door de tot falen leidende spanning \underline{sp} te vergelijken met de materiaalsterkte \underline{St} . De tot falen leidende spanning wordt bepaald met een spanningscriterium zoals dat van Hubert, Von Mises en Henkey. De combinatie van spanningen in een product, die de hoogste waarde oplevert, wordt de tot falen leidende spanning \underline{sp} genoemd.

Het vergelijken van de tot falen leidende spanning met de materiaalsterkte kan niet zonder *rekening te houden* of te *rekenen* met de spreiding in de spanning en de sterkte. Er kan *rekening worden gehouden* met de spreidingen door het toepassen van een veiligheidscoëfficiënt op de verwachting μ_{sp} van de spanning en een ondergrens voor de sterkte te nemen. Voor de ondergrens van de sterkte St_5 wordt voor metalen, die genormaliseerd zijn, meestal de waarde genomen waaronder slechts 5 % van de populatie ligt, met een betrouwbaarheid van 95 %.



Figuur 1.8: "Deterministische" voorspelling van de bedrijfszekerheid.

De *veiligheidscoëfficiënt* ν , die meestal genomen wordt om rekening te houden met de spreiding in de spanning en de materiaalsterkte, is dan $\nu = St_5 / \mu_{sp}$.

In Fig. 1.8 zijn de kansdichtheidsfuncties voor een tot falen leidende spanning met een verwachting $\mu_{sp} = 10 \text{ N/mm}^2$ en een standaardafwijking $\sigma_{sp} = 1 \text{ N/mm}^2$ en een sterkte met $\mu_{St} = 20 \text{ N/mm}^2$ en $\sigma_{St} = 3 \text{ N/mm}^2$ getekend. Er is verondersteld dat de spanning en de sterkte normaal verdeeld zijn en indien aan deze voorwaarde is voldaan, dan is de "onderwaarde" van de sterkte $St_5 = 15,1 \text{ N/mm}^2$ ($u = -1.64, x = \mu - 1.64 \cdot \sigma = 20 - 1.64 \cdot 3 = 15.1 \text{ N/mm}^2$).

De veiligheidscoëfficiënt ν is voor dit geval 1,5 ($15.1/10$) en uit deze figuur zal het duidelijk zijn, dat er een geringe kans is, dat de sterkte kleiner is dan de spanning. In het algemeen kan gesteld worden dat alleen bij een geringe spreiding in de spanning \underline{sp} én een bekende ondergrens

van de materiaalsterkte \underline{St} , er een betrouwbare uitspraak over de kans op het optreden van een faalvorm als ontoelaatbare scheurvorming of breuk kan worden gedaan.

1.3.2 Probabilistische beschouwingen

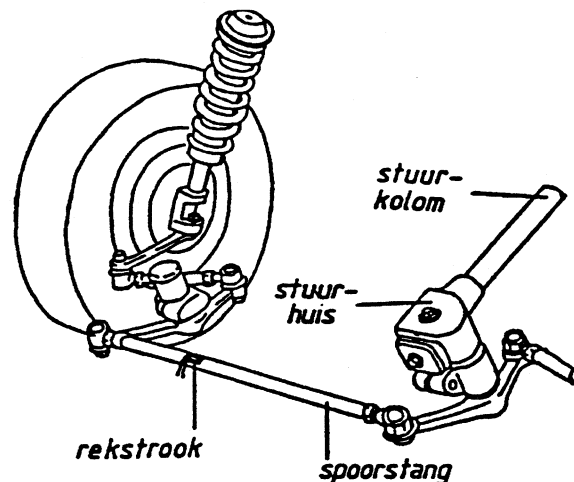
Het voorspellen van de bedrijfszekerheid kan ook op een probabilistische wijze uitgevoerd worden en hierbij wordt met de spreiding in zowel de spanning \underline{sp} als de materiaalsterkte \underline{St} gerekend door gebruik te maken van kansrekening en statistiek [1] en [3]. Daartoe wordt:

- de kansverdeling van de belastingen bepaald,
- de kansverdeling van de tot falen leidende spanning \underline{sp} uit de kansverdelingen van de belastingen en de afmetingen berekend;
- de kansverdeling van de materiaalsterkte \underline{St} bepaald.

waaruit de bedrijfszekerheid $R = P(\underline{St} > \underline{sp})$ is te berekenen.

- **Het bepalen van de kansverdeling van de belastingen L.**

Belastingen kunnen statisch of dynamisch zijn en in hoofdstuk 5 wordt uitgebreider ingegaan op de karakterisering van deze belastingen. Statische belastingen veranderen niet in de tijd en voorbeelden ervan zijn het gewicht van een deel van een constructie of een niet in de tijd variërende druk in een leiding. De spanningen die t.g.v. deze belastingen optreden kunnen worden berekend zonder dat met het dynamisch gedrag van een product rekening moet worden gehouden. Statische belastingen zijn vrij eenvoudig te bepalen door middel van het berekenen van het gewicht van constructies, het meten van de inwendige druk in een pijp of het uitvoeren van statische metingen met onder andere krachtopnemers.

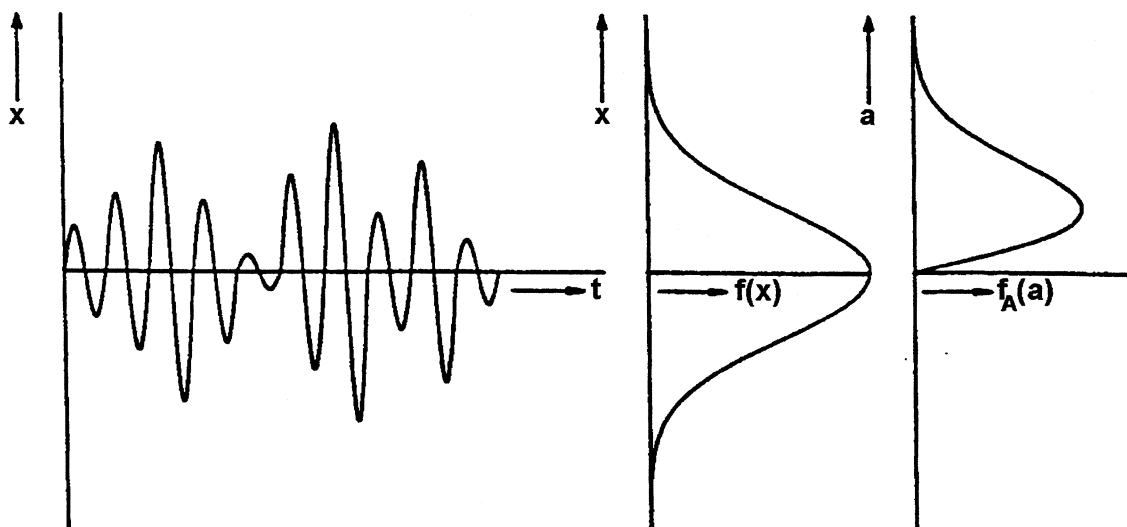


Figuur 1.9: *Bepaling van de belastingen met een geïnstrumenteerd onderdeel.*

Dynamische belastingen veroorzaken dynamische effecten, waardoor de spanningen in producten aanzienlijk hoger kunnen zijn dan door alleen met de statische belasting voorspeld zou worden. Het dynamisch gedrag van producten kan worden gemodelleerd door gebruik te maken van massa-veersystemen en afhankelijk van de frequentie van de belastingen kunnen bijzonder hoge dynamische effecten optreden. Dit geldt vooral als de frequentie van de

dynamische belastingen dicht bij de zogenaamde eigen frequenties liggen. In hoofdstuk 5 wordt hier nader op ingegaan.

Voor dynamisch belaste mechanische producten moet de kansverdeling van de belastingen L_{dyn} worden verkregen door dynamische metingen. Een probleem hierbij is dat de meetopnemers het dynamisch gedrag van het product niet mogen beïnvloeden, hetgeen bij zware krachtopnemers wel het geval is. Een methode om de dynamische belastingen te bepalen, is het plaatsen van rekstroken op onderdelen, waarvan de relatie tussen de belasting en de rek nauwkeurig bekend is (Fig. 1.9). Het rekstrookje op de spoorstang geeft de mogelijkheid de optredende rek tijdens het rijden van een voertuig te meten en te registreren.



Figuur 1.10: *Kansverdelingen van de momentane waarden en de amplitudes.*

- **Het berekenen van de kansverdeling van de spanning \underline{sp}**

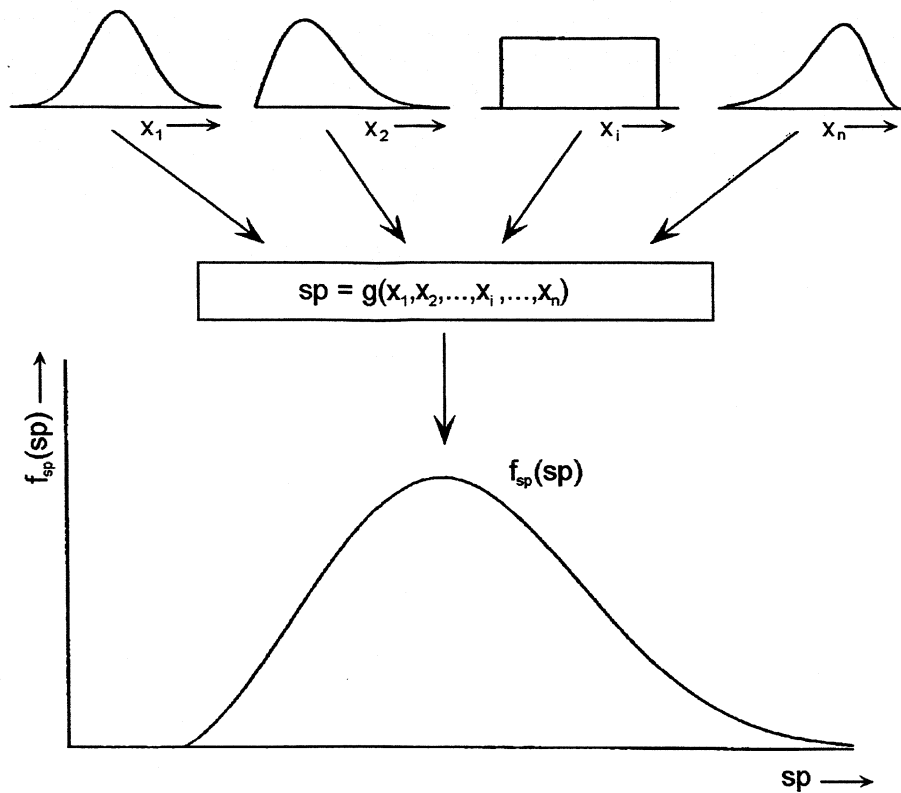
De kansverdeling van \underline{sp} kan uit de kansverdelingen van de belastingen en de afmetingen worden bepaald. Dit is schematisch weergegeven in Fig. 1.11.

De kansverdeling van de tot falen leidende spanning \underline{sp} is een functie van een aantal onafhankelijke variabelen \underline{x}_i :

$$\underline{sp} = g(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_i, \dots, \underline{x}_n) \quad (1.4)$$

Een eenvoudige methode voor het berekenen van de kansdichtheidsfunctie $f_{sp}(\underline{sp})$ beperkt zich tot het berekenen van de verwachting en de standaardafwijking van de tot falen leidende spanning. Deze methode bepaalt de momenten van de kansverdeling van de tot falen leidende spanning en hiertoe wordt de reeksontwikkeling volgens Taylor [3] gebruikt. Het eerste moment van de stochastische variabele \underline{sp} is de verwachting μ_{sp} en de eenvoudigste uitdrukking hiervoor is:

$$\mu_{sp} = g(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_i, \dots, \mu_n) \quad (1.5)$$



Figuur 1.11: Berekening van de verdeling van de spanning sp .

Het tweede centrale moment van de stochastische variabele sp is de variantie en de vierkantswortel hieruit is de standaardafwijking σ_{sp} van sp en dit geeft:

$$\sigma_{sp} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g(x)}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_i^2} \tag{1.6}$$

Voor functies van onafhankelijke stochastische variabelen, die normaal verdeeld zijn met een kleine variatiecoëfficiënt ($< 0,1$) geven de uitdrukkingen 1.5 en 1.6 redelijk nauwkeurige waarden voor de verwachting en de standaardafwijking. De niet-lineariteit van de functie is echter ook van invloed op de nauwkeurigheid en hoe hoger de graad van de functie is des te groter wordt de afwijking.

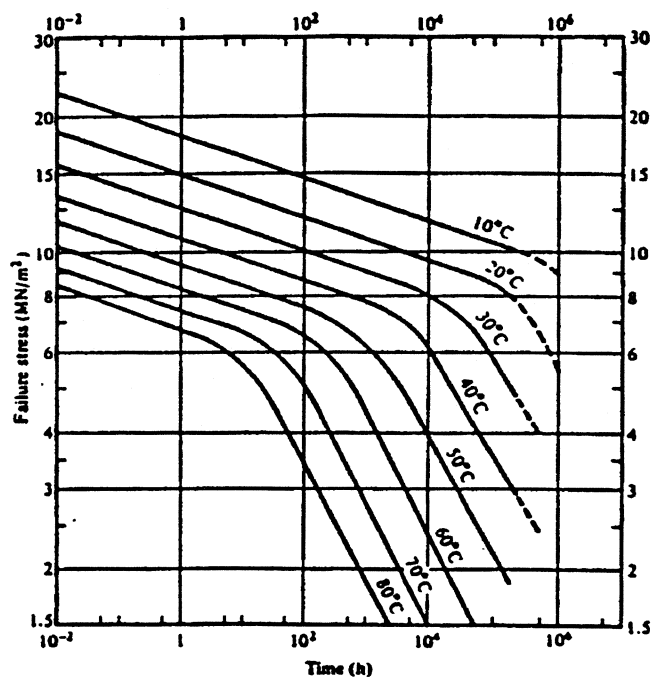
• **Het bepalen van de verdeling van de materiaalsterkte St**

Het bepalen van de materiaalsterkte St kan alleen experimenteel geschieden, en dit is erg kostbaar en tijdrovend. De invloeden van:

- de temperatuur;
- de tijd;
- het omgevingsmedium,

zijn vaak van grote invloed op de materiaalsterkte en vereisen uitgebreide en nauwkeurig geregelde beproevingsapparatuur. Er worden hierna enige voorbeelden gegeven van de invloed van de hiervoor vermelde invloedsgrontheden op de materiaalsterkte. Het is van

groot belang, dat deze invloeden volledig bekend zijn, omdat anders bij het versnellen van materiaalbeproevingen onbetrouwbare en zelfs misleidende resultaten verkregen kunnen worden.

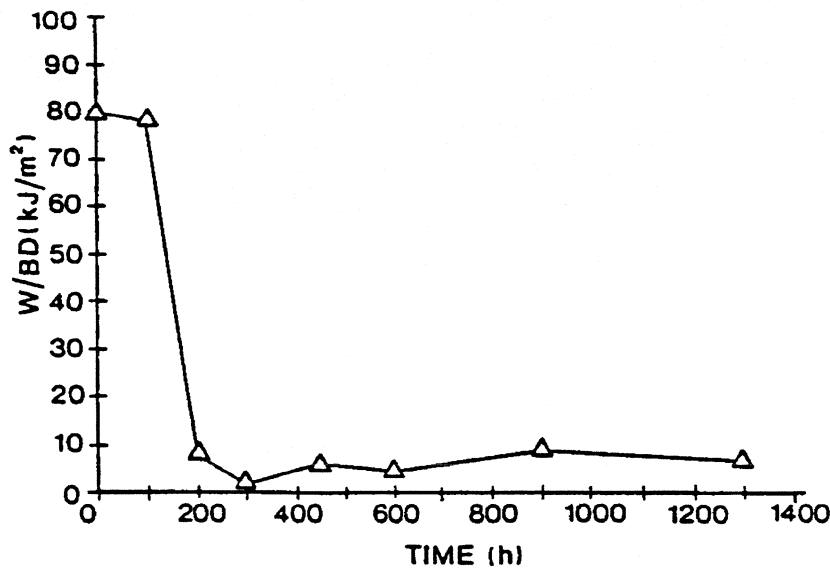


Figuur 1.12: Verband tussen de tijd tot falen en de spanning als functie van de temperatuur voor HDPE buizen [4].

In Fig. 1.12 [4] is de relatie tussen de spanning bij falen en de belastingstijd gegeven voor kunststofbuizen die onder verschillende temperaturen zijn belast. Bij hoge spanningsniveaus treedt *taai faalgedrag* op, doordat het faalmechanisme *kruip* dominant is. Bij een lager spanningsniveau treedt *bros breken* op, doordat t.g.v. *statische scheuruitbreiding* de scheuren zo groot kunnen worden, dat de kritieke spanningsintensiteit bereikt wordt, voordat vloeien optreedt. Het is erg verleidelijk om het verband tussen de spanning bij falen en de belastingstijd te extrapoleren en hiermee langlopende proeven te verkorten. Het extrapoleren van het verloop van de spanningen bij falen voor taai falen kan verraderlijke resultaten opleveren als het faalmechanisme statische scheuruitbreiding dominant kan worden.

Bij ultraviolet-degradatie van kunststoffen kan de slagbestendigheid sterk afnemen, vooral bij niet gepigmenteerde en niet UV-gestabiliseerde kunststoffen. Als mate van afname van de slagbestendigheid wordt de specifieke slagenergie, bepaald in de Charpy proef, genomen. Dit is de energie W gedeeld door de breedte B en de dikte D , zoals in Fig. 1.13 is aangegeven [7] en [8].

Een ander probleem is dat de resultaten van een kleine steekproef erg onbetrouwbare waarden voor de percentielen van de materiaalsterkte geven. Als illustratie zijn in Fig. 1.14 zeven beproevingswaarden van de materiaalsterkte uitgezet. Het is uit deze verwerking van de beproevingsresultaten te zien dat de 5 % fractie van de populatie, waarvan met 95 % zekerheid kan worden gesteld dat de waarden van de populatie hierboven liggen, slechts $12,4 \text{ N/mm}^2$ zijn tegenover een gemiddelde waarde van 20 N/mm^2 .



Figuur 1.13: Bepaling van de specifieke energie tot breuk van U.V.-gedegradeerde proefstaven [7].

- **Het berekenen van de bedrijfszekerheid $R = P(\underline{St} > \underline{sp})$**

Indien de kansverdelingen van de spanning \underline{sp} en de sterkte \underline{St} bekend zijn, kan de kans berekend worden dat de sterkte \underline{St} groter is dan de spanning \underline{sp} . Voor het geval dat beide Normaal verdeeld zijn, is de berekening erg eenvoudig uit te voeren met de verdeling van het verschil

$$\zeta = \underline{St} - \underline{sp} \quad (1.7)$$

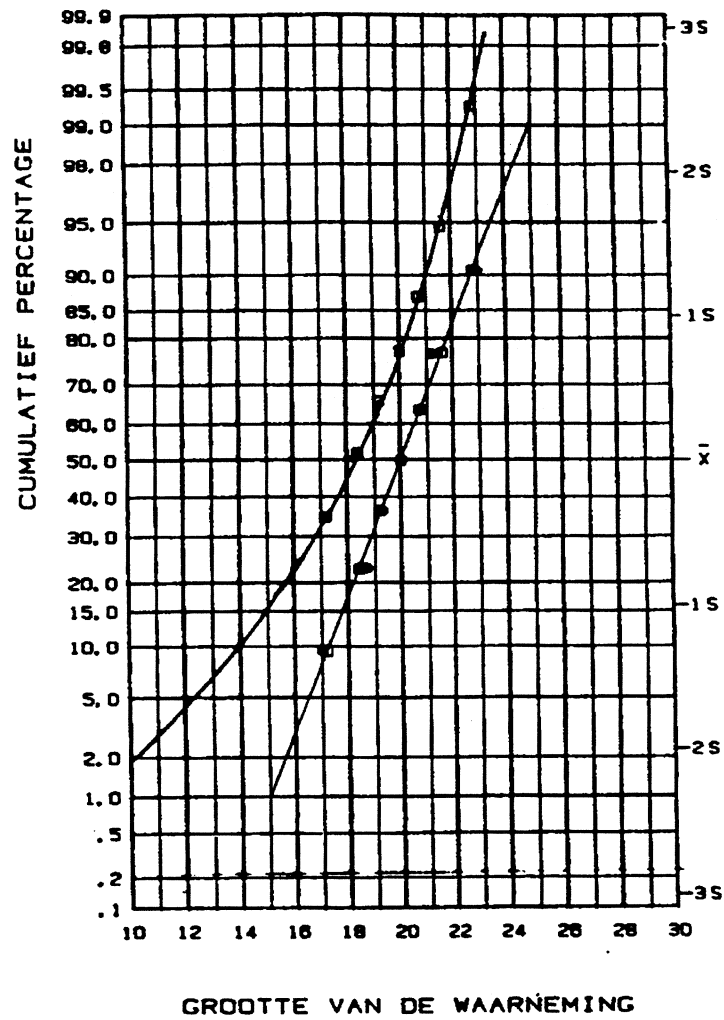
De berekening van de bedrijfszekerheid is dan het bepalen van de kans $P(\zeta > 0)$ (zie Fig. 6.15). Dit is het eenvoudigst door gebruik te maken van de bedrijfszekerheidsindex β :

$$\beta = \frac{\mu_{St} - \mu_{sp}}{\sqrt{\sigma_{St}^2 + \sigma_{sp}^2}} \quad (1.8)$$

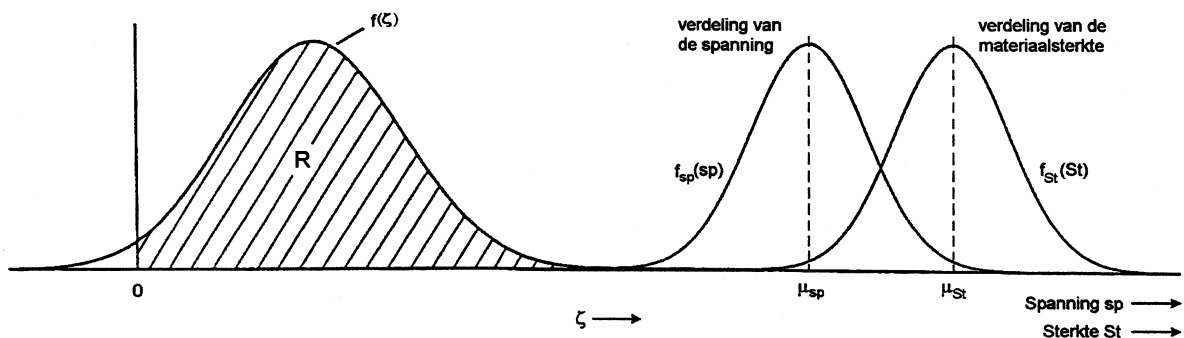
De bedrijfszekerheid R is:

$$R = \Phi(\beta) \quad (1.9)$$

Waarin $\Phi(x)$ de verdelingsfunctie van de standaardnormale verdeling, welke voor waarden van x tussen 0 en 4 getabelleerd is. Voor een bedrijfszekerheidsindex $\beta = 3$ is de bedrijfszekerheid $R = 0,9987$. De waarde van de berekende bedrijfszekerheid is nogal onbetrouwbaar omdat vooral bij hoge bedrijfszekerheden de waarden van de hoogste spanningen en de laagste materiaalsterkten onvoldoende bekend zijn. Het gedrag wordt namelijk door de staarten bepaald en de meeste waarnemingen vallen buiten deze gebieden.



Figuur 1.14: *Bepaling van het 5 %-punt van de materiaalsterkte met een betrouwbaarheid van 95 % .*



Figuur 1.15: *Berekening van de bedrijfszekerheid als $R = P(\underline{St} > \underline{sp})$.*

1.4 Het beproeven van materialen, prototypen en gerede producten

Het voorspellen van de levensduur van een product aan de hand van beproevingsresultaten aan *prototypen* of gerede producten, die in een zo kort mogelijke tijd beproefd moeten worden, is een groot probleem.

Het probleem met prototypen is dat zij qua mechanisch gedrag niet overeenstemmen met het uiteindelijke product, dat vaak op een geheel andere wijze wordt vervaardigd. Dit geldt vooral voor kunststofproducten, waarvan prototypen vaak uit plaatmateriaal worden samengesteld terwijl het uiteindelijke product door middel van spuitgieten wordt vervaardigd. Een ander probleem is dat de bedrijfszekerheid van producten in een versnelde levensduurproef wordt bepaald en dat de correlatie met het bedrijfzekerheidsgedrag in de praktijk meestal onbekend is. Er dient daarom zowel in het laboratorium, waar de beproevingsomstandigheden bekend zijn en het faalproces goed gevolgd kan worden, als in de praktijk te worden beproefd [10]. Het is daarom van groot belang praktijkgevallen van falen te verzamelen en na te gaan, welke invloedsfactoren bij deze producten, op den duur, mede het falen bepaalden.

Het beproeven van materialen en gerede producten met standaardbeproevingapparatuur geniet sterk de voorkeur boven het zelf bouwen van deze apparatuur. Als er toch een unieke opstelling moet worden gebruikt dan is het toepassen van standaardelementen, als hydraulische cilinders en regelapparatuur, aan te bevelen. De ontwikkeling van beproevingsapparatuur is uiterst kostbaar en de restwaarde van niet goed functionerende apparatuur is zeer gering.

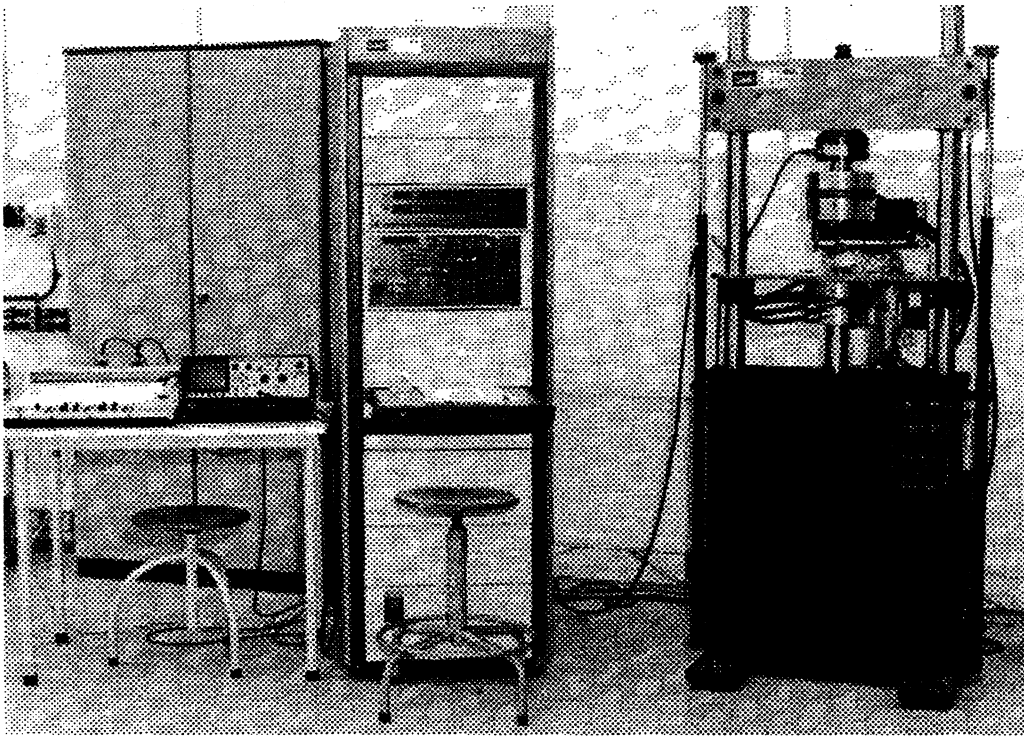
Er zijn in de volgende afbeeldingen enige beproevingsapparaten binnen het Laboratorium voor Bedrijfszekerheid en Duurzaamheid van de Faculteit van het Ontwerpen, Construeren en Producteren van de TU Delft, weergegeven.

Fig. 1.16 toont een universele hydraulische trek- en vermoeiingsbank, waarmee statische en dynamische eigenschappen van kunststof -proefstaven en -producten worden bepaald [9].

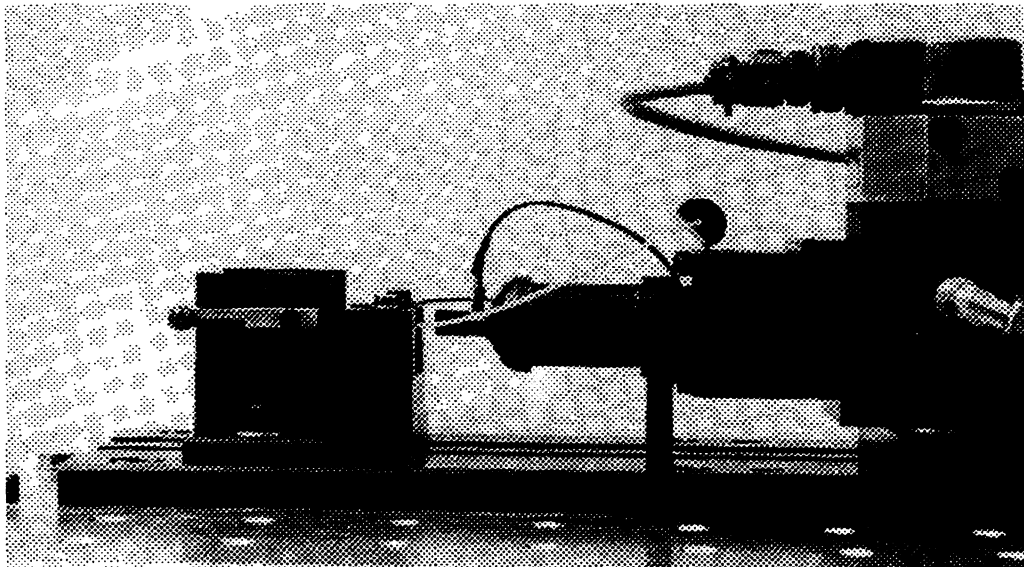
De mogelijkheden van het bepalen van mechanische eigenschappen met deze bank zijn erg uitgebreid en er zijn weinig tot geen problemen met het beproeven van uiteenlopende proefstukken en producten. Het prijspeil van deze bank was in 1986 ongeveer f 300.000,-. Dit lijkt hoog, maar het ontwikkelen van een opstelling met soortgelijke mogelijkheden zou een veelvoud hiervan bedragen.

In Fig. 1.17 is een opstelling te zien voor het bepalen van de slagsterkte van U.V.-gedegradeerde proefstukjes. Het doel van deze geïnstrumenteerde opstelling is om bij gedefinieerde slagsnelheden de energie tot breuk te bepalen. Er zijn geen hydraulische opstellingen, waarmee een slagsnelheid tot $3m/s$ gehaald kan worden, voor deze kleine proefstukken te koop. Deze opstelling is daarom op de T.U. Delft ontwikkeld en gebouwd, met toepassing van een standaard regelaar en een standaard piëzo-elektrische opnemer. De ontwikkeling van deze apparatuur, waarin ook een "Delftse" hydrostatisch gelagerde hydraulische cilinder is toegepast, heeft meer dan één jaar in beslag genomen. Er is koelapparatuur voor beproevingen tot een temperatuur tot $-60^{\circ}C$ beschikbaar.

In Fig. 1.18 wordt een detail van een vermoeiingsapparaat voor kunststofproefstaven getoond. Met dit apparaat is het mogelijk om holle cilindrische proefstaven in een temperatuurgebied van $-20^{\circ}C$ tot $80^{\circ}C$ te beproeven, waarbij de temperatuurverschillen in het proefstuk tot minder dan $1^{\circ}C$ beperkt blijven. Dit is bij het dynamisch beproeven van veel kunststoffen een groot probleem, vanwege de hoge inwendige demping van de meeste kunststoffen. Aangezien

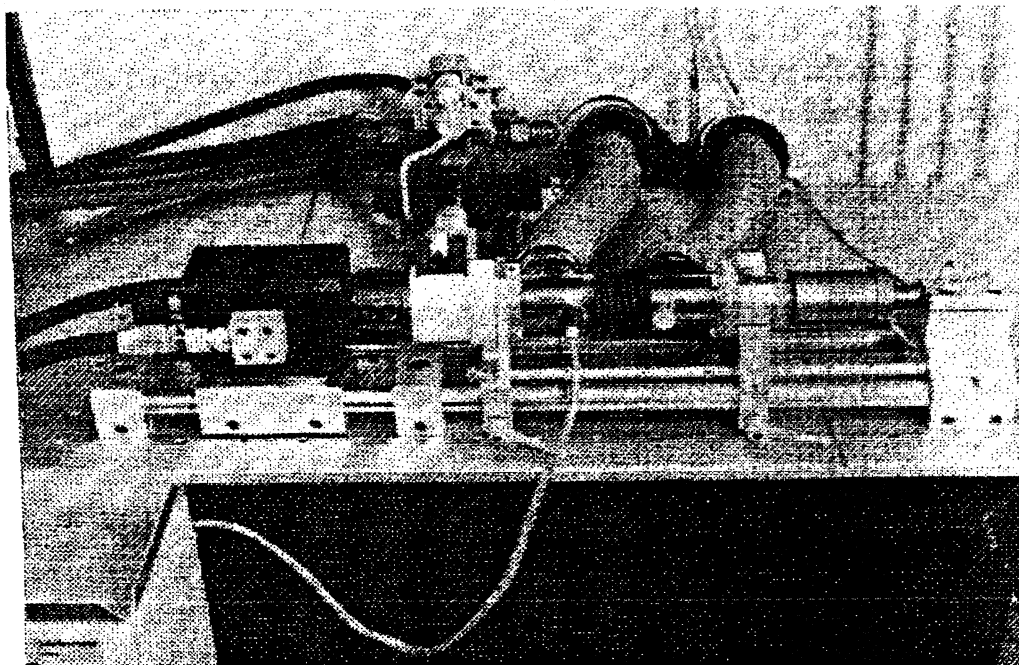


Figuur 1.16: *Universele hydraulische beproevingsmachine van MTS [9].*

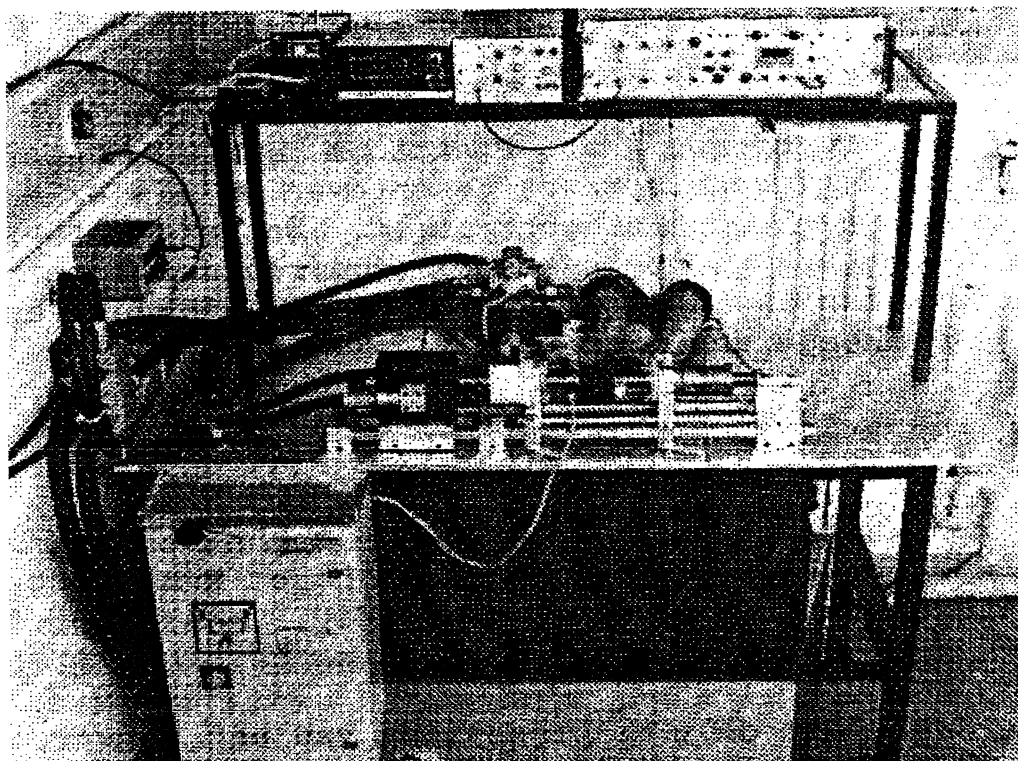


Figuur 1.17: *Slagbeproevingapparatuur voor kunststofstaafjes [8].*

kunststoffen slechte warmtegeleiders zijn kunnen kunststof proefstukken meestal slechts bij een frequentie van hoogstens enkele Hertz beproefd worden. Hogere frequenties leiden tot een dussdanige temperatuurverhoging dat de resultaten onbetrouwbaar worden en dit is de voornaamste reden voor de geringe hoeveelheid vermoeiingsgegevens over kunststoffen. In Fig. 1.19 is een beeld van de totale opstelling getoond met onder het "tafelblad" de klimaatregeling.



Figuur 1.18: *Detail van een vermoeingsmachine [9].*



Figuur 1.19: *Totale vermoeingsmachine met klimaatregeling.*

1.5 De faalanalyse

Het is uiterst belangrijk om schadegevallen grondig te analyseren en te documenteren, om toekomstige schadegevallen te voorkomen. Dit belangrijke, maar nogal onpopulaire werk, wordt veel te weinig uitgevoerd en meestal gaat een schat aan informatie over faaloorzaken en processen zo snel mogelijk de schroothoop op. Binnen het Laboratorium voor Mechanische Bedrijfszekerheid van de T.U. Delft worden gefaalde producten verzameld, geanalyseerd en beschreven en als er aanwijzingen zijn voor verbeteringen ook tentoongesteld. Het breukvlakonderzoek is hierbij van groot belang en een aantal is vastgelegd in [8] en het interne rapport [12].

De informatie wordt vooral gebruikt om studenten en ontwerpers te confronteren met vaak gemaakte ontwerp- en fabricagefouten en om hen te wijzen op de mogelijkheden van het voorkomen van deze fouten.

1.6 Slotopmerkingen

In dit hoofdstuk is een aantal organisatorische en technische aspecten behandeld van het ontwerpen van producten die aan hoge kwaliteitseisen moeten voldoen. Dit overzicht is verre van volledig, maar had ook de die intentie niet. Daarvoor wordt naar de aanbevolen literatuur verwezen. Belangrijk is te beseffen, dat door beheersing van het ontwerpproces, het falen van producten en daardoor ontstane gevaarlijke situaties, voor de gebruiker aanzienlijk kan worden beperkt.

Het aloude spreekwoord:

"Voorkomen is beter dan genezen",

is ook van toepassing op het voortbrengen van producten. Het is de uitdaging voor de ondernemingsleiding en de ontwerper om de kans op het optreden van onveilige situaties zo klein mogelijk te houden.

1.7 Definities en begrippen

Bedrijfszekerheid:

De kans dat een product gedurende een bepaalde tijd en onder gegeven omstandigheden zijn functie, volgens de specificaties, vervult.

Veiligheid is:

Het vermijden van, of beschermen tegen de gevaren ten gevolge van de gebreken en/of het falen van een product.

Een ontwerpbeoordeling kan worden omschreven als:

Een formele en systematische beoordeling van een ontwerp op een aantal aspecten, waaronder de veiligheid, door deskundigen die niet direct bij het ontwerp zijn betrokken.

Faalvorm:

De vorm waarin het falen zichtbaar en/of merkbaar is; zoals breuk, ontoelaatbare vervorming en slijtage, vastlopen van lagers.

Kwaliteitskenmerken

Elke eigenschap van een product, die tot de kwaliteit ervan bijdraagt

Totale kwaliteitszorg:

Kwaliteitszorg in alle stadia van het productvoortbrengingsproces en op alle niveaus

De veiligheidscoëfficiënt ν is:

het quotiënt van St_5 en μ_{sp} .

"beheersing van het ontwerpproces":

Het zodanig beheersen van het ontwerpproces, dat in het ontwerpstadium kan worden voorspeld welke invloed de dimensionering, de materiaalselectie, de veiligheidsmaatregelen, de productietechnologie en de voorziene gebruiksomstandigheden op de bedrijfszekerheid en de veiligheid van een product kunnen hebben.

ontwerpbeoordeling:

Een formele en systematische beoordeling van een ontwerp op een aantal aspecten, waaronder de veiligheid, door deskundigen die niet direct bij het ontwerp zijn betrokken.

Bibliografie

- [1] Handboek Integrale Kwaliteitszorg, ed. Schoon???, Kluwer, Deventer ? Antwerpen 1992.
- [2] Methoden voor het bepalen en verwerken van kansen, Directoraat-Generaal van de Arbeid, Leidschendam 1985.
- [3] Kapur, K.C. and L.R. Lambertson, Reliability in Engineering Design, John Wiley & Sons, Inc., New York 1977.
- [4] Powell, P.C., Engineering with polymers, Chapman and Hall Ltd, Londen 1983.
- [5] Remmerswaal, J.A.M., Prediction of the influence of temperature on fatigue of polymers, Proc. of the 6th European Conf. on Fract., ECF 6 Vol.III, Amsterdam, June 1986, Blz.2049-2064
- [6] Remmerswaal, J.A.M., Levensduur onder dynamische vermoeiingsbelastingen, I2 Werktuigbouwkunde, febr. 1987
- [7] Schoolenberg, G.E., U.V.-veroudering van kunststoffen als gevolg van gebruik buiten, I2 Werktuigbouwkunde 3(1987) no. 5 blz. 13-16.
- [8] Schoolenberg, G.E., A study of the Ultra-Violet Degradation of Polypropylene Polymer, Proefschrift, Delft, Technische Universiteit Delft 1988. 186 blz.
- [9] Research in Material Science and Technology at the Delft University of Technology; Annual Report 1987, Delft University of Technology, Delft 1988, pp.
- [10] Spormaker, J.L., Reliability and safety testing of plastic products, Internationale Workshop über Zuverlässigkeit technischer Systeme, insbesondere im Maschinenbau (A. Birolini and V. Hubka eds.). Wislikofen, 14-15 März 1988. Zürich, Heurista 1988. blz 177-189.
- [11] Turner, S., Mechanical testing of plastics, George Godwin in association with the P.R.I., sec. ed. 1983 .
- [12] Zwet, M. van der, Breukvlakonderzoek, Intern LMB-rapport van de T.U. Delft, 1989.
- [13] Methodik der Schadenuntersuchung, VDI-Berichte 243, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1975.

Hoofdstuk 2

Bedrijfszekerheidsbegrippen en veel gebruikte kansverdelingen

2.1 Inleiding

De *bedrijfszekerheid* van een product is reeds gedefinieerd als:

De kans dat een product gedurende een bepaalde tijd en onder gegeven omstandigheden zijn functie vervult, ofte wel niet faalt.

Voor het berekenen van kansen wordt gebruik gemaakt van de kansrekening, welke in de colleges WI292IO [1] en WI293IO [2] is behandeld. In dit hoofdstuk worden enige begrippen en veel gebruikte kansverdelingen herhaald en kort behandeld. In Fig. 2.1 is het kansaspect toegelicht van het falen in de tijd van een product aan de hand van de kansdichtheidsfunctie $f(t)$ (afgekort k.d.f.) van de uitvaltijden.

De kans op falen gedurende het tijdsinterval $0 - t_1$ is gelijk aan:

$$F(t_1) = \int_0^{t_1} f(t) dt \quad (2.1)$$

$$\text{met: } \int_0^{\infty} f(t) dt = 1 \quad \text{en} \quad 0 \leq F(t) \leq 1 \quad (2.2)$$

waarin: $F(t)$ - de verdelingsfunctie van uitvaltijden;
 $f(t)$ - de kansdichtheidsfunctie van uitvaltijden.

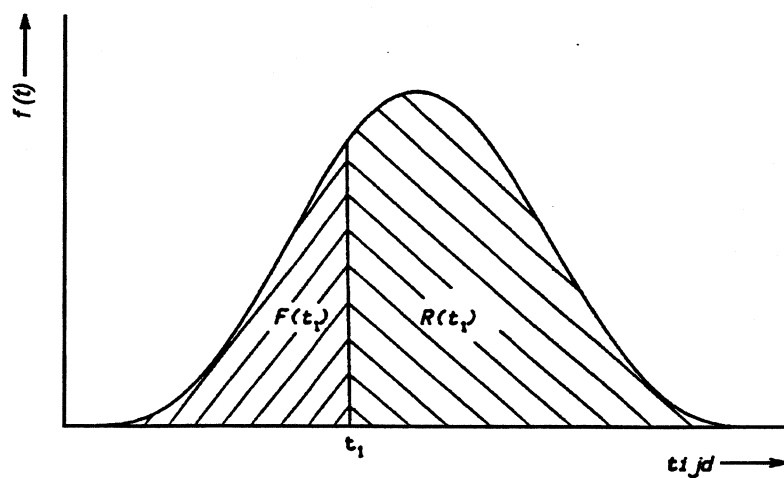
De bedrijfszekerheid $R(t_1)$ is de kans op *niet falen* in het tijdsinterval $0 - t_1$. De relatie tussen de verdelingsfunctie van uitvaltijden $F(t)$ en de bedrijfszekerheid $R(t)$ is:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (2.3)$$

In Fig. 2.2 is het verband tussen $F(t)$ en $R(t)$ geïllustreerd.

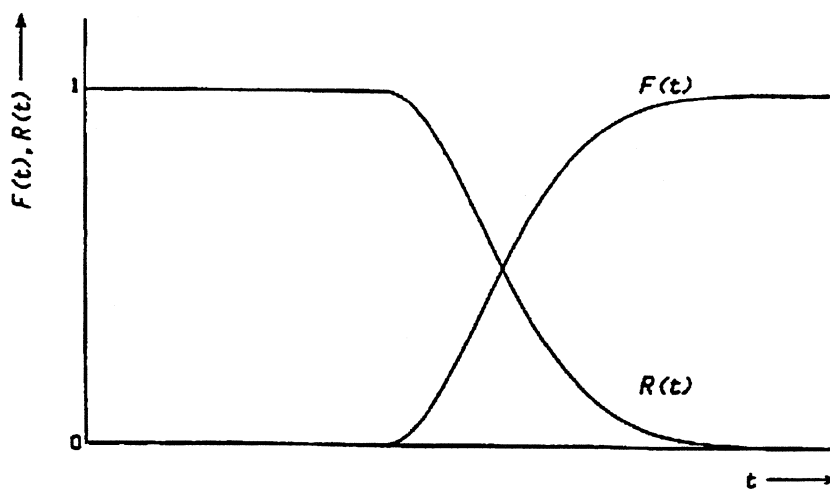
Indien de bedrijfszekerheidsfunctie $R(t)$ bekend is dan kan de bedrijfszekerheid op een willekeurig tijdstip t_1 eenvoudig worden bepaald. De bedrijfszekerheidsfunctie $R(t)$ wordt in de praktijk meestal niet toegepast en er wordt vanwege de eenvoud bij voorkeur met een soort "kental" voor de bedrijfszekerheid gewerkt. Een voorbeeld hiervan is de B_{10} levensduur: het tijdstip waarop 10 % van de populatie is uitgevallen.

De B_{10} levensduur geeft voor technische toepassingen goed bruikbare informatie over het tijdstip waarop de eerste uitvallers te verwachten zijn. Uiteraard is de B_1 levensduur relevanter, maar



Figuur 2.1: Kansdichtheidsfunctie $f_t(t)$ van een stochastische variabele t .

deze levensduur kan alleen met steekproeven met grote omvang, betrouwbaar worden bepaald.



Figuur 2.2: Het verband tussen de functies $F(t)$ en $R(t)$

2.2 Bedrijfszekerheidsbegrippen

2.2.1 Overlevingskans en bedrijfszekerheid

Producten zullen na verloop van tijd uitvallen, waardoor na een bepaalde tijd nog slechts een fractie van de populatie, functioneert.

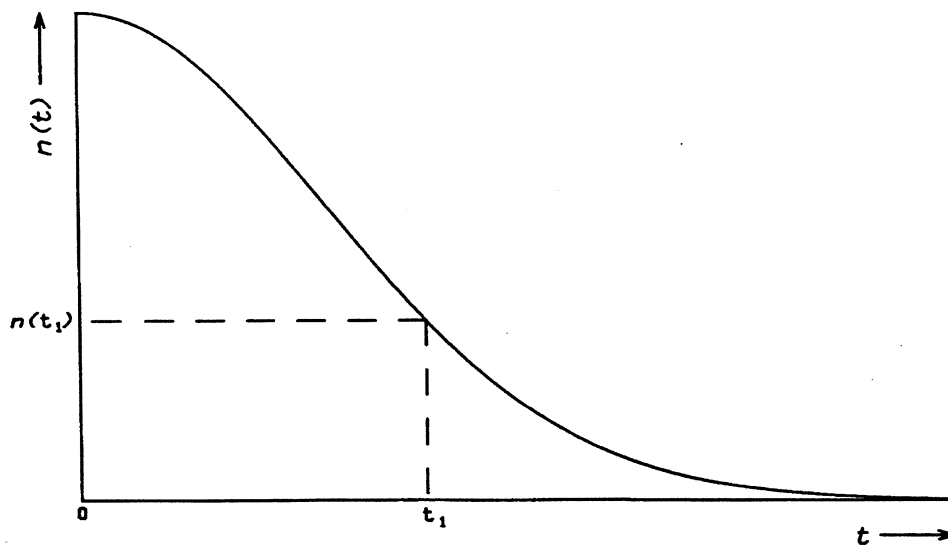
De bedrijfszekerheid $R(t)$ is een functie van de tijd en geeft de kans op overleven van producten tot een bepaald tijdstip t_i aan. Stel dat op het tijdstip $t_0 = 0$ de populatie van producten een grootte heeft van $n_0 = 1000$. Indien op het tijdstip t_1 de bedrijfszekerheid $R(t_1) = 0,368$ is, dan functioneren er dus nog $n(t_1) = 368$ producten, en er geldt:

$$n(t_1) = n_0 \cdot R(t_1) \quad (2.4)$$

hierin zijn: n_0 - het aantal producten op het tijdstip $t_0 = 0$;
 $n(t_1)$ - het aantal nog functionerende producten op het tijdstip t_1

De *overlevingsfunctie* $n(t)$ (Fig. 2.3) geeft het verloop aan van de nog functionerende producten in de tijd en hangt als onderstaand met de bedrijfszekerheid samen:

$$n(t) = n_0 \cdot R(t) \quad (2.5)$$



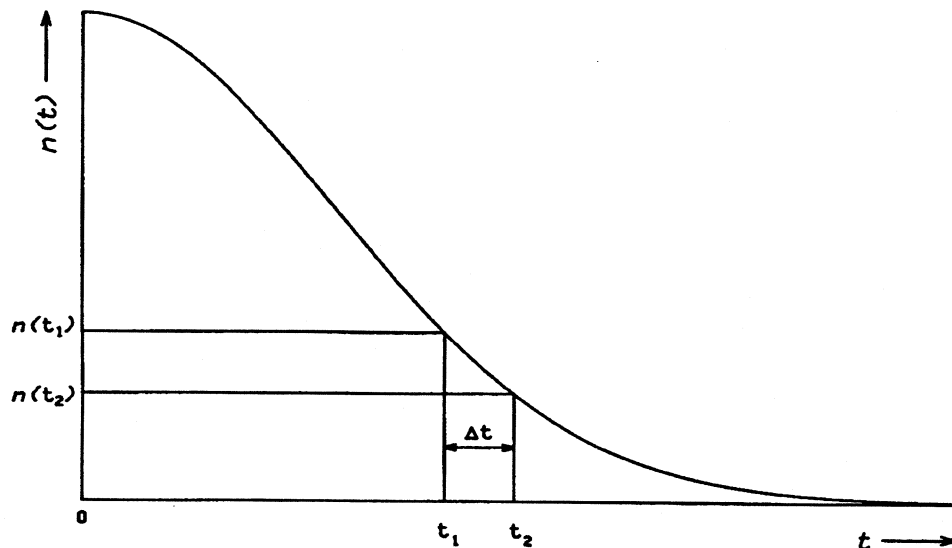
Figuur 2.3: *Overlevingsfunctie van een populatie producten, die op $t = 0$ in bedrijf zijn genomen.*

2.2.2 Het faaltempo $\lambda(t)$

Het faaltempo $\lambda(t)$ is het tempo waarin producten falen en is gedefinieerd als:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\text{aantal producten dat in het interval } (t_1, t_1 + \Delta t) \text{ faalt}}{\Delta t \cdot \text{aantal producten op tijdstip } t_1} = \frac{n_1(\Delta t)}{n_1 \cdot \Delta t} \quad (2.6)$$

en dit is in Fig. 2.4 verduidelijkt.



Figuur 2.4: *Uitval in het tijdsinterval $[t_1, t_2]$.*

Het faalt tempo is door gebruik te maken van (2.4) te schrijven als:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n(t_1) - n(t_1 + \Delta t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{n(t_1)} \quad (2.7)$$

Door gebruik te maken van (2.4) kan (2.7) in termen van de bedrijfszekerheid $R(t)$ worden geschreven:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n_0 \cdot R(t_1) - n_0 \cdot R(t_1 + \Delta t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{n_0 \cdot R(t_1)} \quad (2.8)$$

Door de limietovergang te nemen wordt het faalt tempo $\lambda(t)$ als functie van de tijd verkregen:

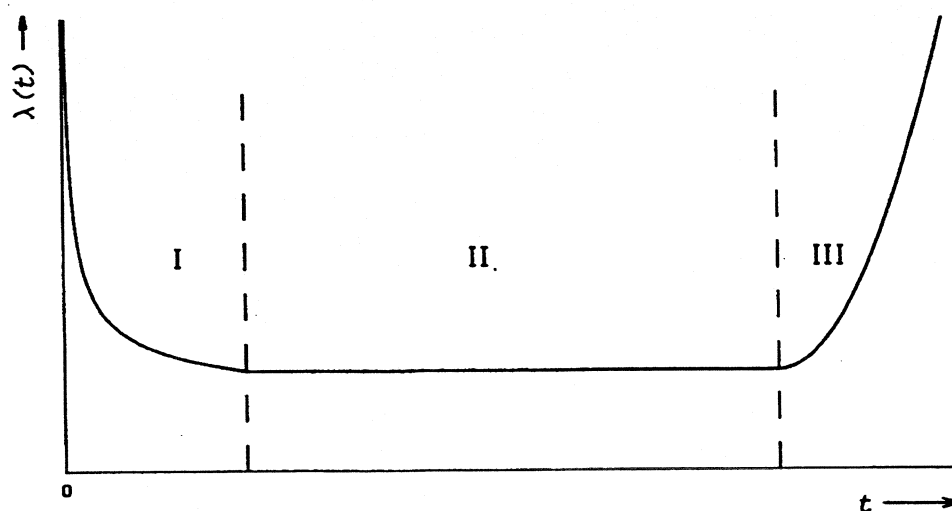
$$\lambda(t) = \frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.9)$$

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2.10)$$

Het faalt tempo of de "failure rate" $\lambda(t)$ is meestal niet constant in de tijd en verloopt globaal volgens de in Fig. 2.5 getekende kromme, ook wel de *badkuipkromme* genoemd.

In het verloop van het faalt tempo worden drie perioden onderscheiden en wel:

- **Periode I**
de *inlooperperiode*, die in het Engels "burn-in" wordt genoemd, waarin het faalt tempo daalt;
- **Periode II**
de *periode met een constant faalt tempo*, waarin voornamelijk de zogenaamde toevallige fouten optreden;
- **Periode III**
de *slijtageperiode*, die in het Engels de "wearout" wordt genoemd, waarin het faalt tempo stijgt t.g.v. een faalmechanisme zoals vermoeiing.



Figuur 2.5: Verloop van het faalt tempo in de tijd.

De bedrijfszekerheid kan geschreven worden als functie van het faalt tempo:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau} \quad (2.11)$$

Indien de uitvaltijden exponentieel verdeeld zijn, is het faalt tempo λ constant (periode II), de berekening van de bedrijfszekerheid wordt dan erg eenvoudig en uitdrukking (2.11) wordt dan:

$$R(t) = e^{-\lambda \cdot t} \quad (2.12)$$

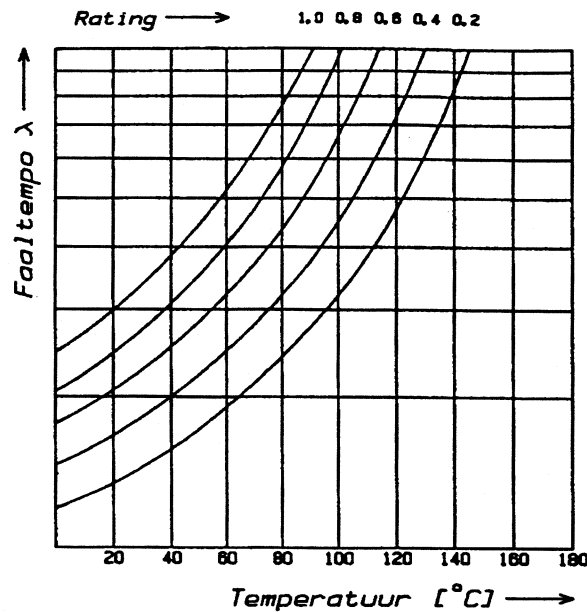
Elektronische componenten vertonen i.h.a. een uitvalpatroon, dat goed kan worden benaderd door een exponentiële verdeling. Degradatie, die tot ontoelaatbare veranderingen in de functie leidt, treedt meestal na een zodanig lange tijd op, dat hiermee bij de voorspelling van de bedrijfszekerheid gedurende de acceptabele levensduur, geen rekening hoeft te worden gehouden. Het falen is dan het gevolg van toevallige oorzaken en het faalt tempo is daarvoor vrijwel constant. Voor standaard elektronische componenten zijn de faalt tempo's bepaald en in grafieken vastgelegd. Deze bepalingen geschieden meestal onder verschillende gebruiksomstandigheden (temperatuur en vermogen) voor de componenten en de belasting is vaak het gedissipeerde vermogen.

De nominale "belasting", welke wel als "rated" wordt aangeduid, is voor elektronische componenten het nominale vermogen. De lagere belasting wordt als "rating" aangeduid. Het effect van de temperatuur en belastingen, hoger en lager dan de nominale, op het faalt tempo worden vastgelegd in grafieken, zoals in Fig. 2.6.

Zoals reeds eerder vermeld is, kan voor elektronische componenten met een constant faalt tempo worden gerekend. De uitdrukking voor de bedrijfszekerheid van een component met faalt tempo λ_1 is dan:

$$R_1(t) = e^{-\lambda_1 \cdot t} \quad (2.13)$$

De componenten in een elektronische schakeling kunnen, voor wat betreft de bedrijfszekerheidsvoorspelling, in serie geschakeld worden gedacht en dit is in Fig. 2.7 aangegeven. De bedrijfsze-



Figuur 2.6: Afhankelijkheid van het faalt tempo van de belasting en temperatuur.

kerheid R_s van de schakeling (systeem) is dus:

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t) = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot t} \quad (2.14)$$

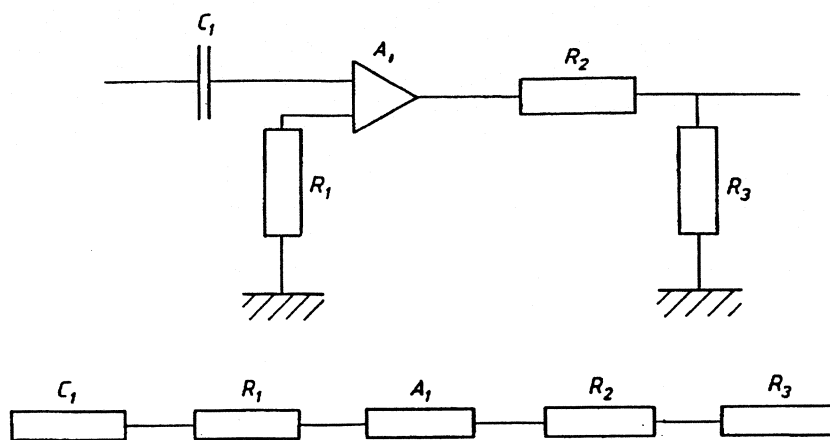
Het voorspellen van de bedrijfszekerheid van een elektronische schakeling zonder redundantie komt voornamelijk neer op het optellen van de faalt tempo's van de afzonderlijke componenten.

Voor de schakeling in Fig. 2.7 is het faalt tempo λ_s van de schakeling:

$$\lambda_s = \lambda_{C_1} + \lambda_{R_1} + \lambda_{A_1} + \lambda_{R_2} + \lambda_{R_3} \quad (2.15)$$

Een verhoging van de bedrijfszekerheid kan worden bereikt door een lagere "rating" en/of de toepassing van koeling.

Het uitvallen van mechanische onderdelen ten gevolge van *degradatieprocessen*, zoals vermoeiing en slijtage, is niet met een exponentiële verdeling te beschrijven. De faalmechanismen vermoeiing en slijtage geven vaak een min of meer normaal verdeelde uitval te zien. In de periode voordat bezwijken t.g.v. deze mechanismen optreedt, kunnen wel toevallige fouten optreden. Voorspelling van het falen ten gevolge van toevallige fouten van mechanische componenten is mogelijk door het werken met constante faalt tempo's. Er is weinig specifieke informatie over deze faalt tempo's en het "Nonelectronic Reliability Notebook" geeft alleen globale gegevens over toevallige fouten en hiermee kunnen geen betrouwbare voorspellingen van specifieke mechanische componenten worden uitgevoerd.



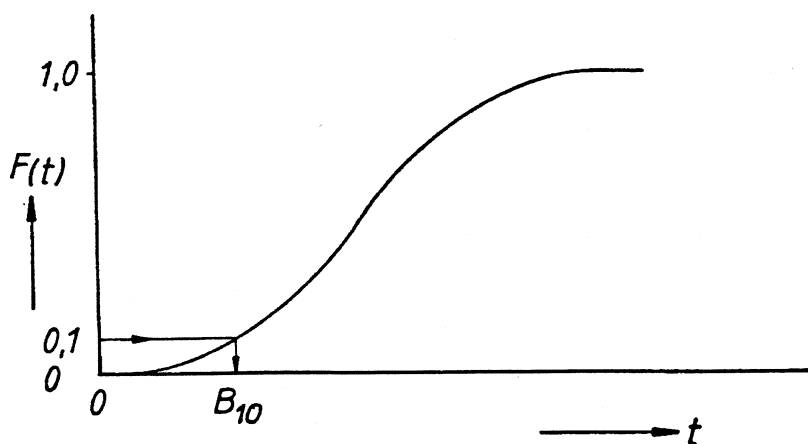
Figuur 2.7: *Electronische schakeling met een bedrijfszekerheidsblokschema.*

2.2.3 De B_{10} levensduur van een product

De B_{10} levensduur is de tijd waarbinnen de eerste 10 % van de populatie van een product is uitgevallen. De B_{10} levensduur van een populatie is met aanvaardbare beproevingskosten te bepalen. Deze waarde wordt vaak naast het gemiddelde van de uitvaltijden gegeven om een indicatie te krijgen van de laagste uitvaltijden. De uitdrukking voor de B_{10} levensduur is:

$$B_{10} = F^{-1}(0,1) \tag{2.16}$$

waarin: $F^{-1}(t)$ de inverse is van de verdelingsfunctie van de uitvaltijden.



Figuur 2.8: *Bepaling van de B_{10} levensduur uit de verdelingsfunctie van de populatie.*

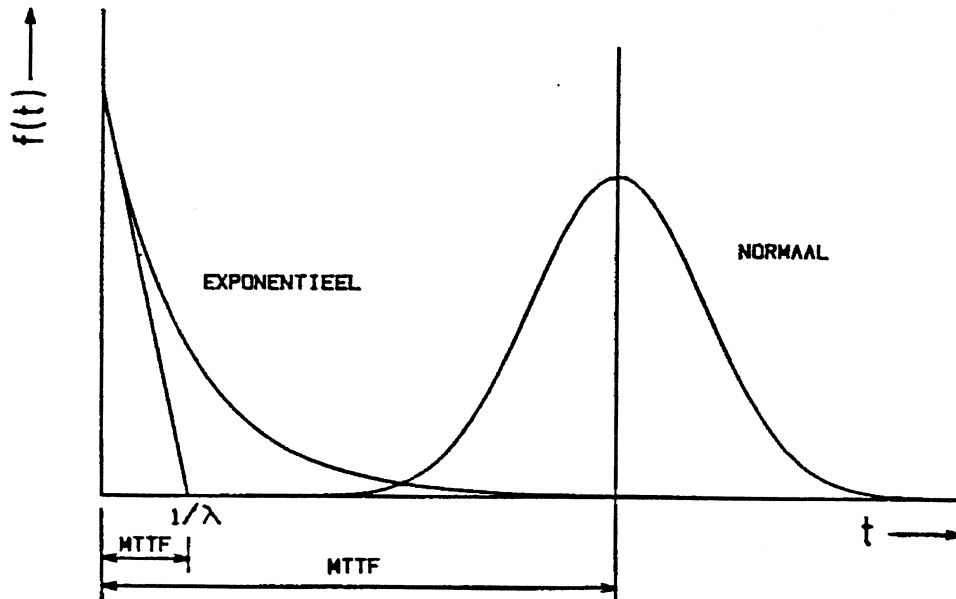
2.2.4 De gemiddelde faaltijden (MTTF en MTBF)

De gemiddelde tijd tot falen (MTTF - Mean Time To Failure) wordt vooral in bedrijfszekerheidsanalyses van niet-repareerbare producten gebruikt. Is een product of systeem repareerbaar, dan wordt ook de term gemiddelde tijd tussen falen (Mean Time Between Failures - MTBF)

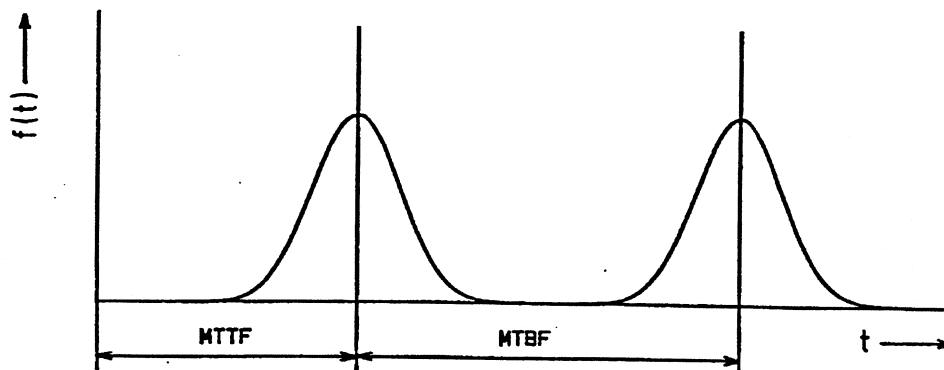
gebruikt. De uitdrukking voor de MTTF is:

$$MTTF = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt \quad (2.17)$$

Deze tijden zijn afhankelijk van de verdeling van de uitvaltijd van het product. De MTTF is gelijk aan de verwachting $E(t)$ van de levensduur, welke bij een exponentiële verdeling $1/\lambda$ is.



Figuur 2.9: Verwachting van de tijd tot falen (MTTF).

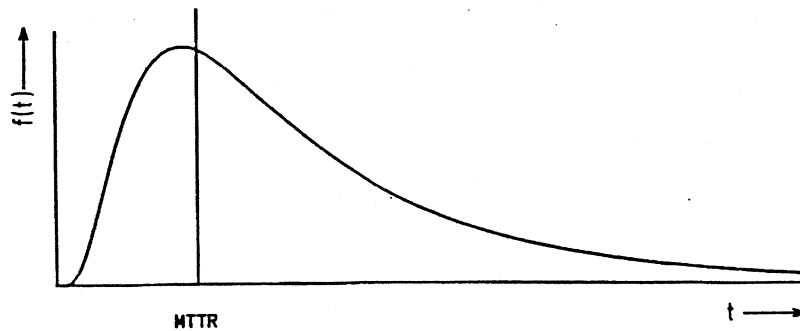


Figuur 2.10: De gemiddelde tijd tussen falen (MTBF).

2.2.5 De gemiddelde reparatieduur (MTTR)

De *gemiddelde reparatieduur* (MTTR - *mean time to repair*) is vooral van belang voor de beschikbaarheid van een repareerbaar product. Een goede repareerbaarheid van een product wordt vooral in het ontwerpstadium bepaald, vooral door de kritieke onderdelen goed bereikbaar en uitwisselbaar te maken.

Bij de karakterisering van de reparatieduur wordt de *lognormale verdeling* veel gebruikt. Dit is een scheve verdeling, die de kans op het optreden van de relatief veel voorkomende korte reparaties en de minder voorkomende, maar erg ongewenste langdurige reparaties, goed karakteriseert.

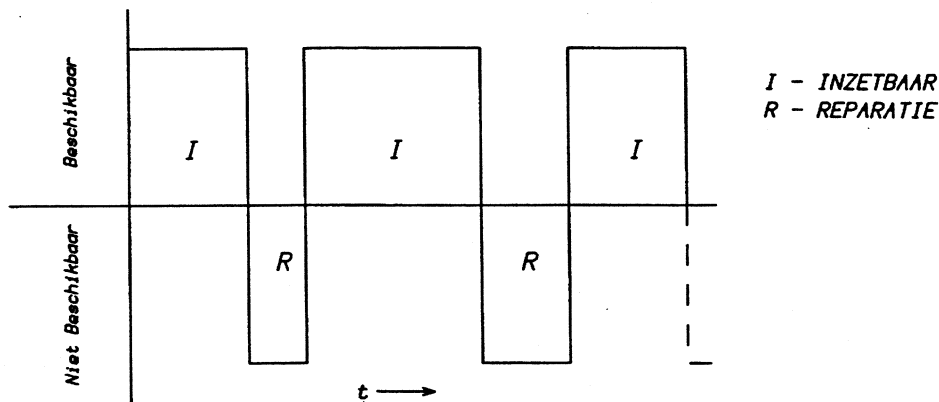


Figuur 2.11: Karakterisering van de MTTR met de lognormale verdeling.

De gemiddelde reparatieduur kan met (2.17) worden berekend, maar belangrijker is de maximale reparatieduur, omdat deze de vereiste beschikbaarheid van een product tot op een onaanvaardbaar niveau kan brengen.

2.2.6 De beschikbaarheid A(availability)

De beschikbaarheid is een functie van de inzetbarheidsduur en de reparatieduur. De inzetbarheidsduur wordt wel uitgedrukt in de MTBF en de reparatieduur in de MTTR. Voor veel producten is de beschikbaarheid erg belangrijk omdat de gebruiker daar het meest in is geïnteresseerd.



Figuur 2.12: Verloop van de inzetbaarheid en de reparatie in de tijd.

Het is zelfs mogelijk om bij een relatief lage bedrijfszekerheid door snel uit te voeren reparaties of het inschakelen van een standby redundantie toch nog een hoge beschikbaarheid te verkrijgen. De uitdrukking voor de gemiddelde beschikbaarheid *A* is :

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \tag{2.18}$$

De gemiddelde beschikbaarheid is slechts een grove indicatie voor de beschikbaarheid van een product, indien lange storingsduren mogelijk zijn. Bij veel installaties wordt daarom ook een maximaal toelaatbare storingsduur gespecificeerd. In Fig. 2.12 is schematisch het verloop van de inzetbarheidsduren en de storingsduren in de tijd uitgezet.

2.3 Kansverdelingen met toepassingsvoorbeelden

2.3.1 Het verband tussen statistische functies

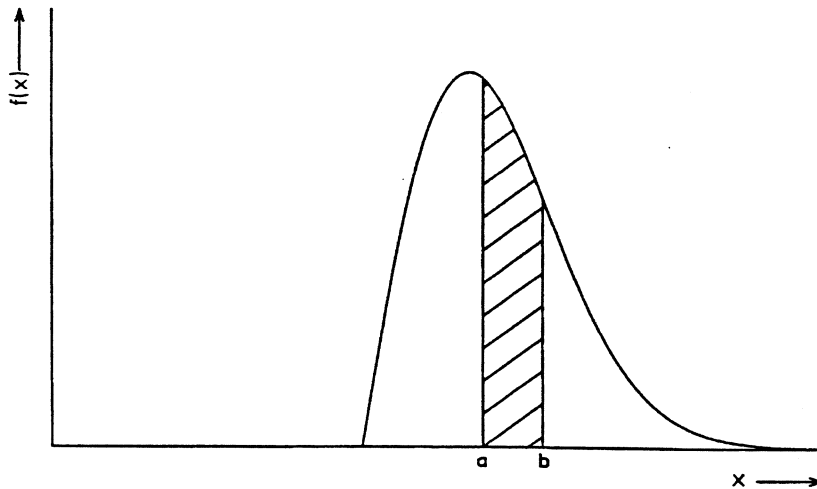
De *kansdichtheidsfunctie* $f_t(t)$ of $f_x(x)$ maakt het mogelijk de kans te berekenen dat een continue stochastische variabele resp. \underline{t} of \underline{x} een waarde in een interval (a, b) aanneemt.

$$P(a < \underline{x} \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (2.19)$$

Zoals in Fig. 2.13 is geïllustreerd, is dit het oppervlak onder de kansdichtheidsfunctie in het interval $[a, b]$ en dit is uitvoeriger behandeld in paragraaf 3.2 [1].

De *verdelingsfunctie* $F(x)$ is gedefinieerd als:

de kans dat een stochastische variabele \underline{x} kleiner dan of gelijk is aan een bepaalde waarde (realisatie) x_i .



Figuur 2.13: *Kans dat de stochastische variabele \underline{x} een waarde in het interval (a, b) aanneemt.*

Dit wordt als onderstaand genoteerd:

$$F(x_i) = P(\underline{x} \leq x_i) \quad (2.20)$$

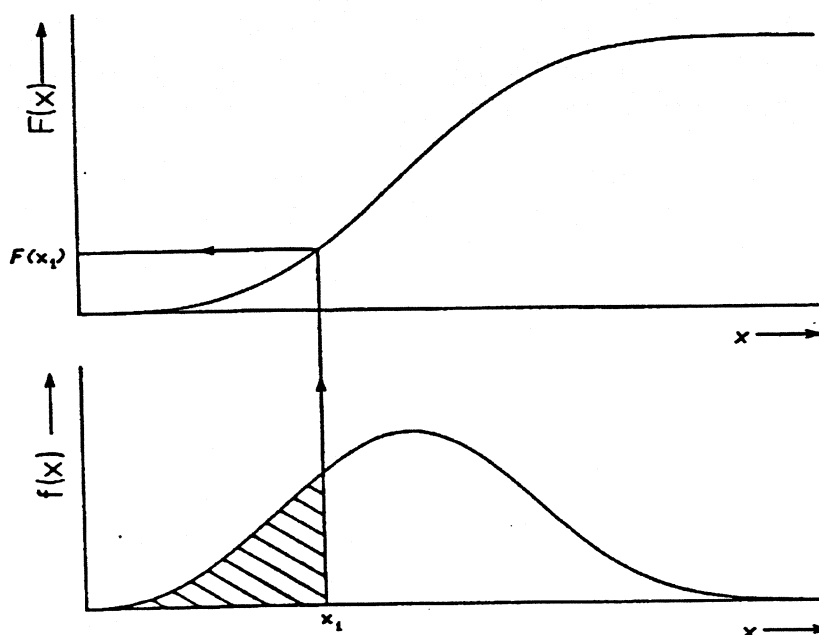
Het verband tussen de kansdichtheidsfunctie $f_x(x)$ en de verdelingsfunctie $F_x(x)$ is:

$$F(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx \quad (2.21)$$

wat in Fig. 2.14 is geïllustreerd.

De kansdichtheidsfunctie kan afgeleid worden uit de verdelingsfunctie of de bedrijfszekerheidsfunctie door differentiatie van (2.1) en de uitdrukking (2.3).

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (2.22)$$



Figuur 2.14: Verband tussen de k.d.f. $f_x(x)$ en de verdelingsfunctie $F_x(x)$.

2.3.2 Het karakteriseren van stochastische variabelen

Een stochastische variabele x is volledig gekarakteriseerd door zijn kansverdeling, meestal gegeven als de kansdichtheidsfunctie $f_x(x)$. Er bestaat een groot aantal typen verdelingen, zoals de normale, exponentiële en Weibullverdeling. Het type verdeling is vaak uit een theoretisch model af te leiden, zoals bij de normale verdeling met behulp van de *centrale limietstelling*. Soms moet het type verdeling van een stochastische variabele alleen uit het waarnemingsmateriaal worden bepaald. Er moeten dan echter erg veel waarnemingen (> 200) beschikbaar zijn om met een voldoende statistische *betrouwbaarheid* met de χ^2 -toets en/of de Kolmogorov-Smirnov toets onderscheid tussen twee typen verdelingen te kunnen maken.

Een verdeling wordt vastgelegd door parameters, welke uit waarnemingen kunnen worden geschat. Dit gebeurt uit steekproeven, m.b.v. de zgn. *schatters*, die o.a. in hoofdstuk 4 van het college WI292IO [2], worden behandeld.

In de praktijk wordt vaak grafisch geschat m.b.v. waarschijnlijkheidspapier. De parameters karakteriseren de verdelingsfunctie en daarmee de locatie, vorm en schaling van de kansverdeling. De parameters kunnen soms fysisch worden geïnterpreteerd. De waarden van de parameters van een verdeling zijn uit een niet oneindig grote steekproef nooit exact te bepalen. In geval van een beperkt aantal waarnemingen moet daarom met *betrouwbaarheidsintervallen* worden gewerkt. De *betrouwbaarheid van de schatting* van de verwachting neemt ongeveer toe met de *wortel uit het aantal waarnemingen*.

Een stochastische variabele kan voor zijn waarden tamelijk goed met een bepaald type kansverdeling worden gekarakteriseerd. Dit is er o.a. de reden van dat de normale verdeling heel veel wordt toegepast. De benadering in de staarten van de kansverdeling kan echter sterk afwijken van het werkelijke karakter van de stochastische variabele. De juistheid van de beschrijving van de staarten van de verdeling is belangrijk omdat de interesse juist in de hoogst optredende span-

ning en de laagst voorkomende materiaalsterkte, het grootst is. In dit gebied zijn er meestal erg weinig waarnemingen, wat inherent is aan de kleine kans van optreden. Er zou gesteld kunnen worden dat ook hier geldt: "het venijn zit in de staart".

Een algemene karakterisering van stochastische variabelen is te geven door de verwachting en de zgn. *centrale momenten om de verwachting*. De verwachting $E(x)$ of μ_x van de stochastische variabele x , die continu verdeeld is, is als volgt gedefinieerd:

$$\mu_x = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad (2.23)$$

De schatter voor de *parameter* μ van de stochastische variabele x is het gemiddelde \bar{x} uit n waarnemingen.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.24)$$

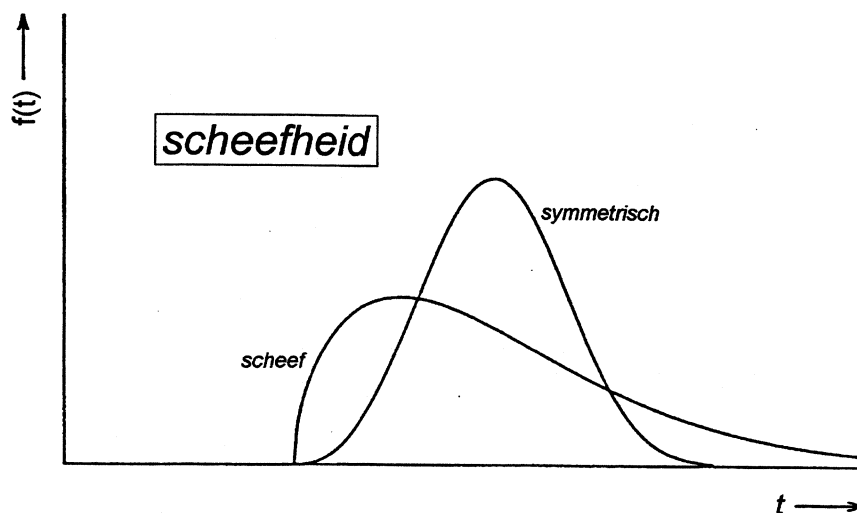
De zogenaamde k^e centrale momenten van een kansverdeling zijn:

$$E(x - \mu)^k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k \cdot f(x) dx, \quad k = 2, 3, 4, \dots, n \quad (2.25)$$

Het tweede centrale moment is de *variantie* en dit is een maat voor de spreiding rond de verwachting. De *standaardafwijking* σ is de vierkantswortel uit de variantie. De schatter voor de standaardafwijking σ is:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2.26)$$

Het derde centrale moment geeft een indicatie over de *scheefheid* van de verdeling en dit is in Fig. 2.15 geïllustreerd.



Figuur 2.15: *Scheefheid van kansverdelingen.*

Er wordt hier op gewezen dat alleen de normale verdeling volledig gekarakteriseerd is met de parameters μ (verwachting) en σ (standaardafwijking). Betrouwbare informatie over waarden met een geringe waarschijnlijkheid kan met deze grootheden (μ en σ) alleen voor de normale verdeling worden gegeven. Het bepalen van $\mu \pm 3\sigma$ waarden voor stochastische variabelen met een andere dan de normale verdeling is dus misleidend, als dit als een grenswaarde wordt opgevat.

Vaak worden van een kansverdeling de kwantielen (ook wel aangeduid als percentielen of fractielen) opgegeven, deze geven wél betrouwbare informatie over de grenswaarden van een stochastische variabele. De zgn. p -kwantiel van een kansverdeling is de waarde x_p van de variabele \underline{x} waarvoor de verdelingsfunctie $F(x)$ gelijk is aan p en dit is in formulevorm.

$$p = \int_{-\infty}^{x_p} f(x) dx \quad (2.27)$$

De waarde x_p kan met behulp van de inverse $F^{-1}(x)$ van de verdelingsfunctie $F(x)$ worden bepaald en in formulevorm is dit:

$$x_p = F^{-1}(p) \quad (2.28)$$

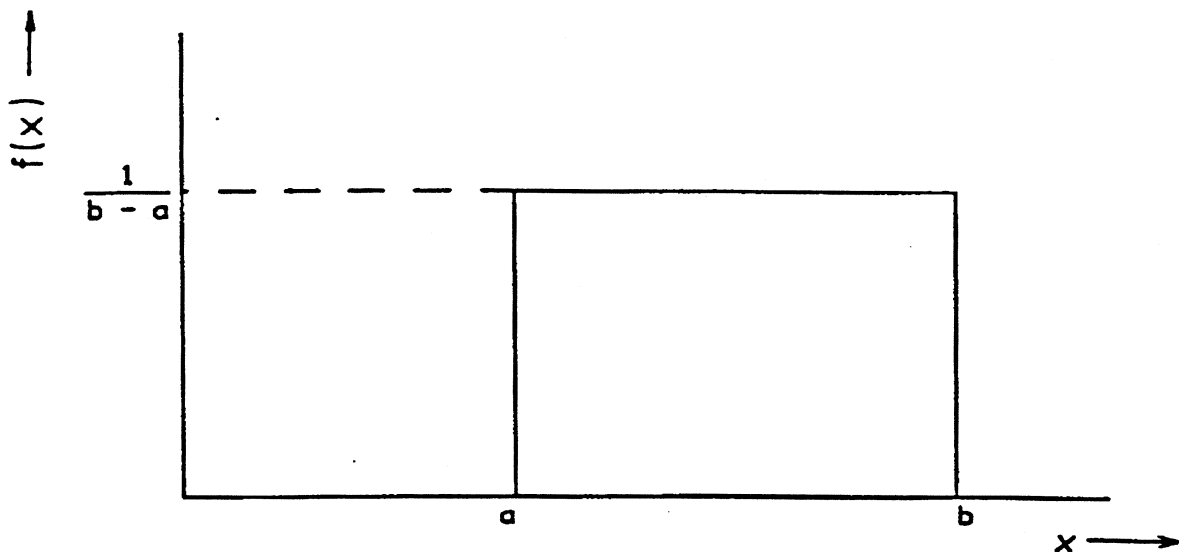
Bij uitval van kogellagers, wordt meestal het 0,1 kwantiel (10 % uitval) B_{10} opgegeven, omdat dit nog met een redelijke betrouwbaarheid is te bepalen is. Voor een lager, waarvan de uitvaltijden \underline{t} normaal verdeeld zijn en de steekproefomvang erg groot is, is de B_{10} levensduur met behulp van de standaardnormale verdeling te bepalen en dan is $B_{10} = \mu_t - 1,28 \cdot \sigma_t$.

2.3.3 De uniforme verdeling

a. De kansdichtheidsfunctie

Deze verdeling beschrijft het gedrag van een stochastische variabele x , die in het interval $[a, b]$ overal (zie fig. 2.16) dezelfde kans op optreden heeft. De kansdichtheidsfunctie $f(x)$ is:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & , a < x < b \\ 0 & , \text{elders} \end{cases} \quad (2.29)$$



Figuur 2.16: *Uniforme verdeling.*

b. Toepassingsvoorbeelden:

Deze verdeling wordt veel toegepast bij het genereren van stochastische variabelen uit een gewenste verdeling. Het is namelijk mogelijk om m.b.v. de computer zogenaamde random te genereren die uniform verdeeld zijn. Door gebruik te maken van de inverse van de verdelingsfunctie $F^{-1}(x)$ is het dan mogelijk "random" getallen te genereren van de stochastische variabele x met een bekende kansverdeling. (zie fig. 2.17)

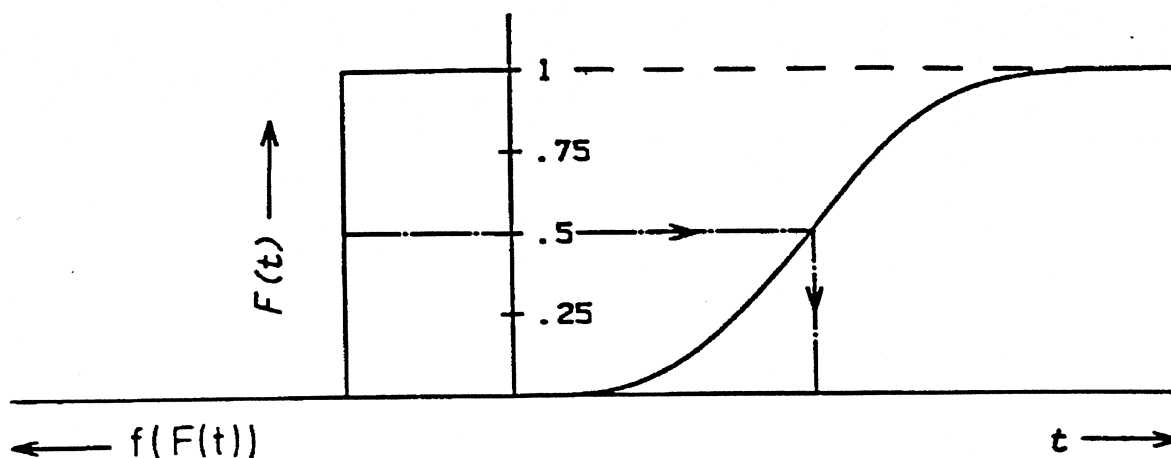
Afmetingen van producten vervaardigd met gereedschap dat gelijkmatig slijt kunnen uniform verdeeld zijn als niet vaak gecorrigeerd wordt voor deze slijtage. Veelvuldig corrigeren levert afmetingen, die beter te karakteriseren zijn met de normale verdeling.

c. Rekenvoorbeeld 2.a:

- Gegeven:

Een product dat door een gelijkmatig slijtend productiemiddel wordt vervaardigd, heeft afmetingen, die uniform verdeeld verondersteld mogen worden.

De maatvoering met toleranties van de afmeting van het productiemiddel (stempel) zijn zodanig vervaardigd dat de eerste producten een afmeting a_{min} van 19,6 mm bezitten



Figuur 2.17: Het genereren van random waarden van de variabele t met een verdelingsfunctie $F(t)$.

en doordat de afmeting a regelmatig wordt gecontroleerd, wordt bij een afmeting van a aangeduid als $a_{max} = 20,4 \text{ mm}$ het stempel vervangen.

- Gevraagd:
De kans op producten met een afmeting van a , waarvoor geldt:

$$a_1 < a < a_2$$

met de grenswaarden:

$$a_1 = 19,7 \text{ mm} \quad \text{en} \quad a_2 = 20,2 \text{ mm}$$

- Oplossing:
Uitgaande van de definitie (vergelijking 2.29) voor $\{a \mid 19,7 < a < 20,2\}$ verkrijgt men:

$$\int_{19,7}^{20,2} \frac{1}{(20,4 - 19,6)} dt = \frac{(20,2 - 19,7)}{(20,4 - 19,6)} = \frac{0,5}{0,8} = 0,625$$

- Antwoord:
De kans op afmetingen a van $\{a \mid 19,7 < a < 20,2\}$ is gelijk aan 0,625

in het veld op elke afmeting

2.3.4 De normale verdeling

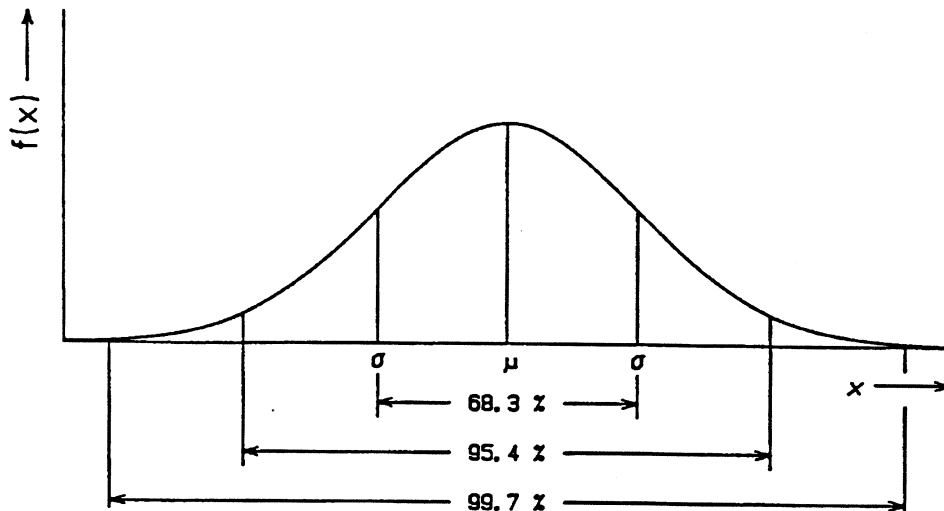
a. De kansdichtheidsfunctie

De normale verdeling $N(\mu, \sigma^2)$ is één van meest gebruikte kansverdelingen (zie ook hoofdstuk 6 van de DUM handleiding "Elementaire Statistiek" [1] en paragraaf 3-5 van "Engineering Statistics" [2]) en de kansdichtheidsfunctie $f_x(x)$ ervan is :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.30)$$

waarin: μ = verwachting,
 σ = standaardafwijking ($\sigma > 0$)

In Fig.2.18 is de k.d.f. voor een normaal verdeelde stochastische variabele x gegeven en hierin zijn de zogenaamde $\mu \pm n\sigma$ intervallen voor $n = 1, 2$ en 3 getekend. Het $\mu \pm 3\sigma$ interval bevat 99,7% van alle waarden van een normaal verdeelde variabele. Voor veel technische toepassingen worden de grenswaarden van een normaal verdeelde variabele x op $\mu - 3\sigma$ en $\mu + 3\sigma$, gesteld.



Figuur 2.18: Kansdichtheidsfunctie van een normaal verdeelde stochastische variabele.

b. De variatiecoëfficiënt V_x .

De relatieve spreiding van de normaal verdeelde variabele x wordt uitgedrukt in de *variatiecoëfficiënt* V_x :

$$V_x = \frac{\sigma_x}{|\mu_x|} \quad (2.31)$$

c. De verdelingsfunctie en de standaardnormale verdeling.

De *verdelingsfunctie* van een normaal verdeelde grootte is niet in gesloten vorm uit te drukken en kan alleen uit tabellen, die door middel van numerieke integratie zijn bepaald, worden gevonden. Omdat het ondoenlijk is voor iedere normale verdeling $N(\mu, \sigma^2)$ een aparte tabel op te stellen, wordt gebruik gemaakt van de standaardnormale verdeling $N(0, 1)$ met verwachting

$\mu_u = 0$ en standaardafwijking $\sigma_u = 1$.

Door een eenvoudige *transformatie* kan worden overgegaan op de *standaardnormale* verdeling $N(0, 1)$. Het verband tussen de stochastische variabele \underline{x} en de standaardnormaal verdeelde stochastische variabele \underline{u} is:

$$\underline{u} = \frac{\underline{x} - \mu_x}{\sigma_x} \tag{2.32}$$

De kansdichtheidsfunctie $f_u(u)$ van deze standaardnormale verdeling wordt dan:

$$f(u) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \tag{2.33}$$

Met als verdelingsfunctie $\Phi(u)$, waarvoor de uitdrukking is:

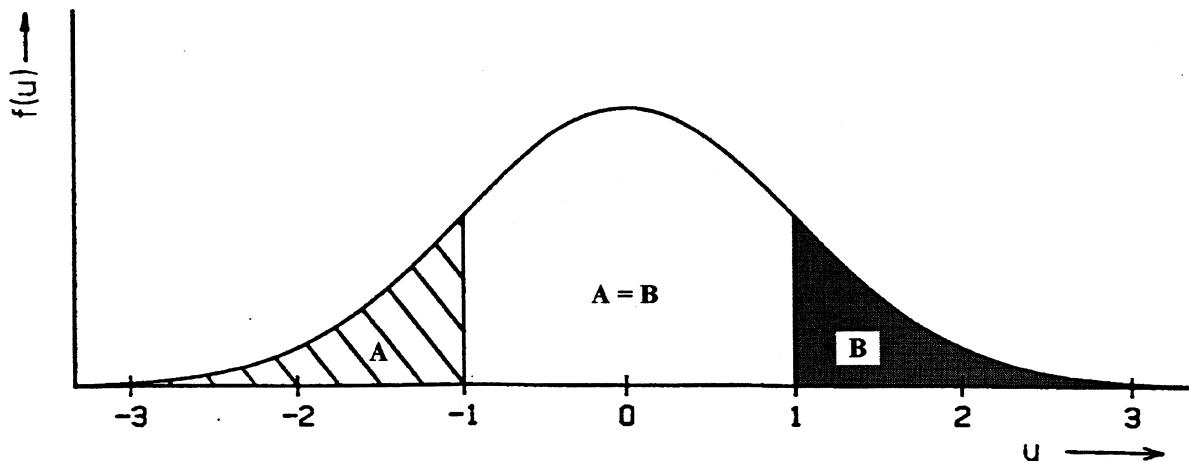
$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt \tag{2.34}$$

Rekenvoorbeeld 2.b:

In de tabel in bijlage B van dit dictaat zijn de waarden van $\Phi(u)$ voor de waarden van u tussen 0 en 4 te vinden. Vanwege de symmetrie geldt dat: $\Phi(-u) = 1 - \Phi(u)$, waardoor de waarden van $\Phi(u)$ tussen -4 en 0 eenvoudig te bepalen zijn. Zo is de waarde bij $u = -1$ bijvoorbeeld:

$$\Phi(-1) = \Phi(\infty) - \Phi(1) = 1,0 - 0,8413 = 0,1587$$

In Fig. 2.19 is dit geïllustreerd.



Figuur 2.19: Bepaling van de waarde van $\Phi(-1)$.

d. Bijzondere eigenschappen van de normale verdeling

De normale verdeling heeft een aantal bijzondere eigenschappen en mede daardoor wordt deze verdeling vaak gebruikt (zie ook hoofdstuk 3.12 van "Engineering Statistics" [2]).

- **Lineaire functies als $\underline{y} = a_0 + a_1 \cdot \underline{x}$**

Een veel gebruikte eigenschap is dat de lineaire functie $\underline{y} = a_0 + a_1 \cdot \underline{x}$ van de normaal verdeelde onafhankelijke stochastische variabele \underline{x} , een normaal verdeelde afhankelijke stochastische variabele \underline{y} geeft, waarvoor geldt:

$$\left. \begin{aligned} \mu_y &= a_0 + a_1 \cdot \mu_x \\ \sigma_y &= |a_1| \cdot \sigma_x \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

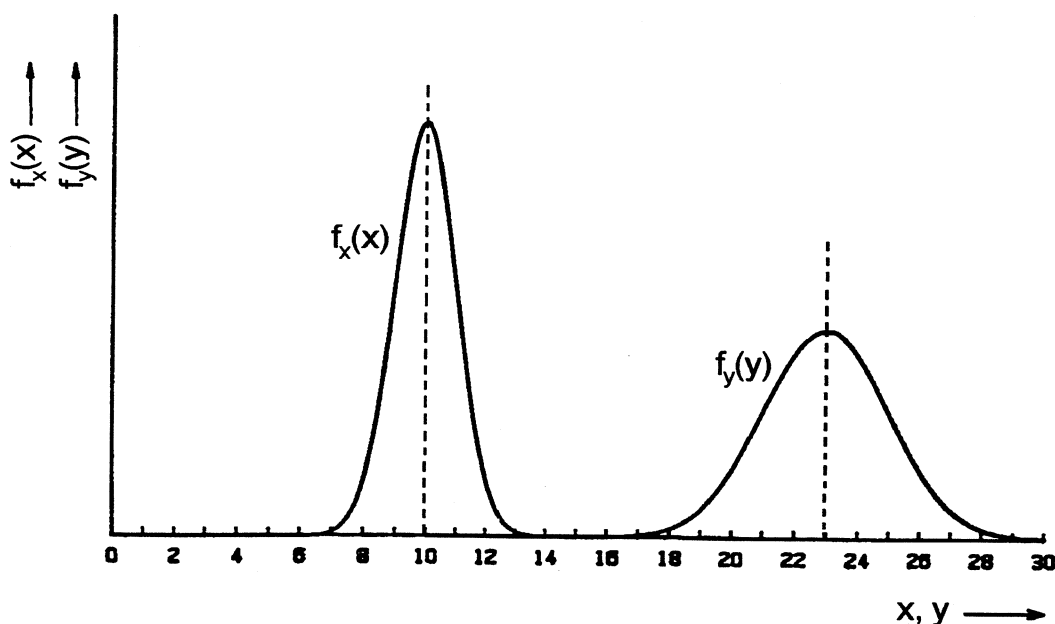
Rekenvoorbeeld 2.c:

Dit is in Fig. 2.20 geïllustreerd voor de functie $\underline{y} = 3 + 2 \cdot \underline{x}$, waarin \underline{x} normaal verdeeld is met parameters $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 1$. De verwachting μ_y van \underline{y} is:

$$\mu_y = 3 + 2 \cdot 10 = 23;$$

en de standaardafwijking σ_y van \underline{y} is:

$$\sigma_y = 2\sigma_x = 2 \cdot 1 = 2$$



Figuur 2.20: *Kansdichtheidsfuncties van x en van $y = 3 + 2x$.*

- **De som en het verschil van normaal verdeelde variabelen**

Een andere eigenschap van normaal verdeelde grootheden is dat de som en het verschil van twee normaal verdeelde variabelen ook normaal verdeeld zijn. Voor de som van de stochastische variabelen \underline{x}_1 en \underline{x}_2 geldt (zie Fig. 2.21):

$$\underline{y} = \underline{x}_1 + \underline{x}_2,$$

$$\begin{aligned} \text{met: } \mu_1 &= E(x_1) & \mu_2 &= E(x_2) \\ \sigma_1 &= \sigma(x_1) & \sigma_2 &= \sigma(x_2), \end{aligned}$$

de verwachting μ_y van y is:

$$\mu_y = \mu_1 + \mu_2, \quad (2.36)$$

en de standaardafwijking σ_y van y is,

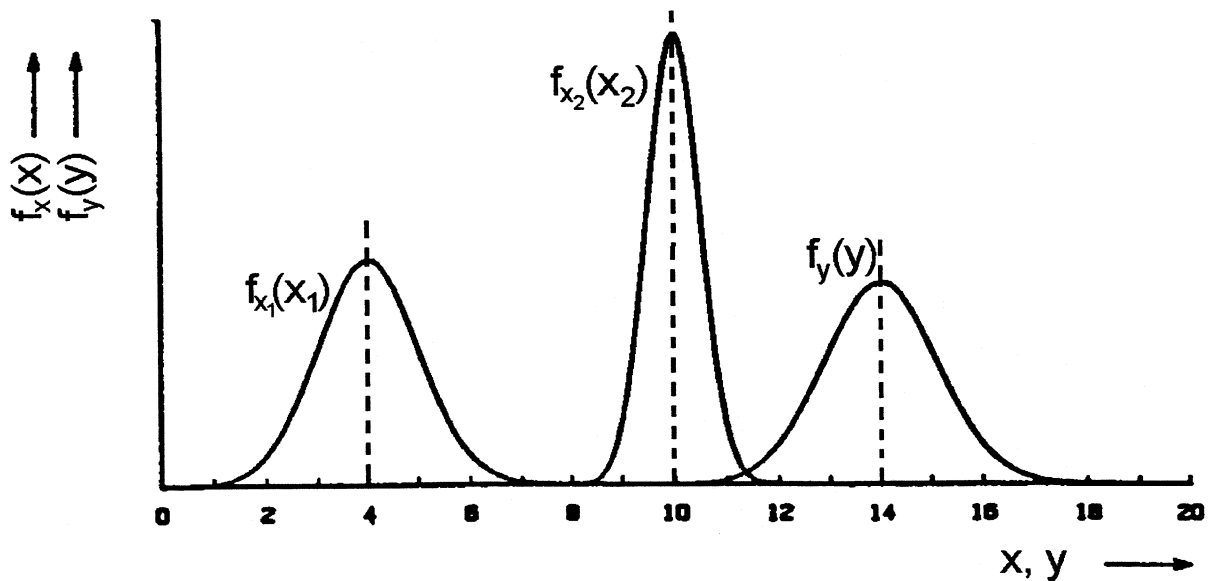
$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (2.37)$$

Rekenvoorbeeld 2.d: In Fig. 2.21 wordt de som $f_y(y)$ van de normaal verdeelde variabele x_1 en x_2 getoond. Hiervoor gelden de waarden:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 4 & \mu_2 &= 10 \\ \sigma_1 &= 1 & \sigma_2 &= 0,5 \end{aligned}$$

Dit levert voor:

$$\begin{aligned} \mu_y &= 4 + 10 = 14 \\ \sigma_y &= \sqrt{1^2 + 0,5^2} \approx 1,12 \end{aligned}$$



Figuur 2.21: Kansdichtheid $f_y(y)$ als som van de normaal verdeelde variabelen x_1 en x_2 .

e. Toepassingen van de normale verdeling:

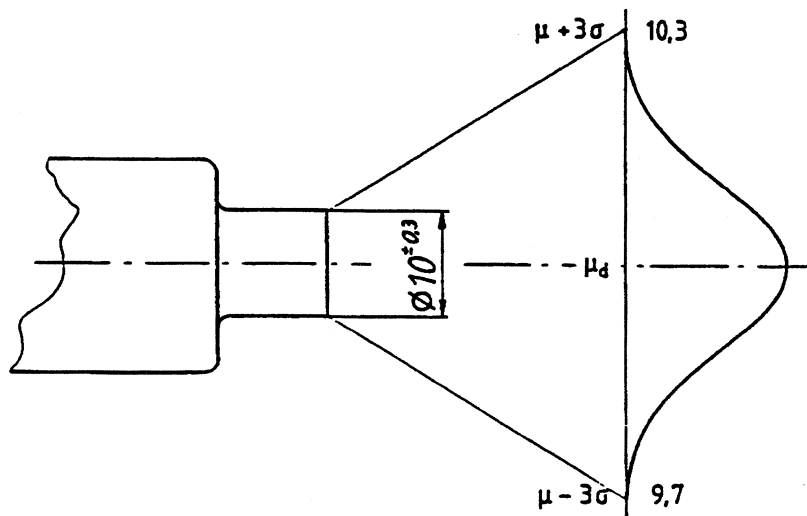
Stochastische variabelen, die de som zijn van een aantal onafhankelijke variabelen met een willekeurige kansverdeling zijn goed met een normale verdeling te benaderen. Veel stochastische variabelen zijn in het gebied tussen $\mu \pm 2\sigma$ redelijk goed door een normale verdeling te beschrijven, maar de aanpassing in de staarten is echter vaak niet correct.

Veelal zijn afmetingen, mechanische spanningen, materiaalsterkten en uitvaltijden t.g.v. slijtage, goed met de normale verdeling te beschrijven.

f. Rekenvoorbeeld 2.e: Toepassing van de normale verdeling.

• Gegeven:

De dikte van een populatie aseinden, heeft een tolerantie-interval: $10 \pm 0,3 \text{ mm}$, te benaderen door een normale verdeling in het gebied van $9,7 \text{ mm} - 10,3 \text{ mm}$. Daaronder en daarboven wordt de verdeling afgekapt gedacht. Het tolerantie-interval wordt hier benaderd door een $\mu \pm 3\sigma$ interval en in Fig. 2.22 is de relatie tussen het tolerantie-interval en het $\mu \pm 3\sigma$ interval, geïllustreerd.



Figuur 2.22: Aseinde met zijn tolerantie-interval.

• Gevraagd:

Hoe groot is de kans dat een aseinde een dikte d groter of gelijk aan $d_1 = 10,15 \text{ mm}$, heeft?

• Oplossing:

Uit de nominale maat en het tolerantie-interval zijn de verwachting μ_d en de standaardafwijking $\sigma_d = 0,3/3$ te bepalen:

$$\mu_d = 10,0 \text{ mm} \quad \sigma_d = 0,1 \text{ mm}$$

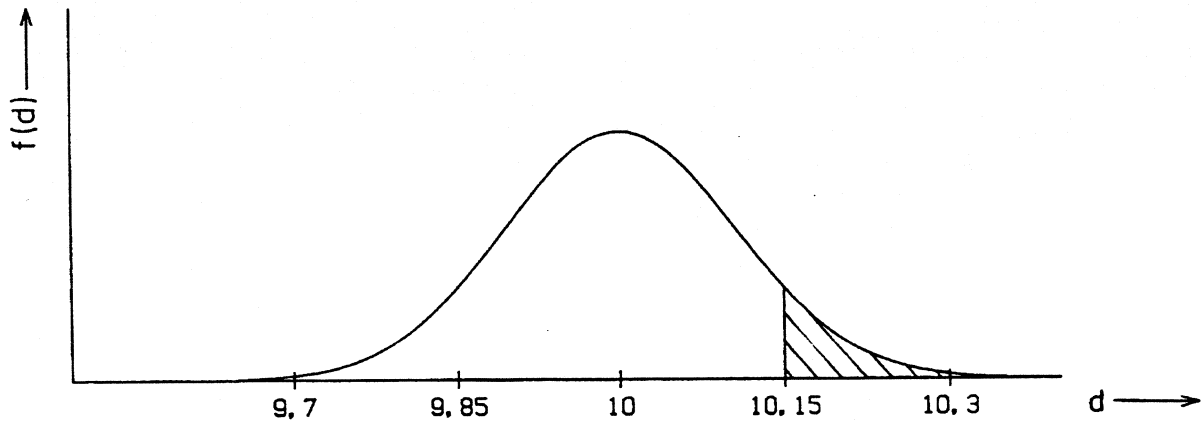
De kans dat er aseinden zijn met een diameter d groter dan $d_1 = 10,15 \text{ mm}$ is eenvoudig te bepalen door over te gaan op de variabele u , die standaardnormaal is verdeeld en waarvoor geldt:

$$u = \frac{d - \mu_d}{\sigma_d}$$

De kans dat $d > d_1 = 10,15 \text{ mm}$ is: $P(d > d_1) = 1 - \Phi(u_1)$ waarin:

$$u = \frac{d_1 - \mu_d}{\sigma_d} = \frac{10,15 - 10}{0,1} = 1,5$$

$$P(d > d_1) = 1 - \Phi(1,5) = 1 - 0,933193 = 0,066807$$



Figuur 2.23: Kans dat de dikte $d > 10,15$ mm van aseinden met een tolerantie-interval: $d = 10 \pm 0,3$ mm.

2.3.5 De exponentiële verdeling.

(Voor theorie zie ook paragraaf 3-9.2 van "Engineering Statistics" [2])

a. De kansdichtheidsfunctie

De kansdichtheidsfunctie $f_t(t)$ van een exponentieel verdeelde variabele t is:

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{voor } t > 0 \quad (2.38)$$

b. De bedrijfszekerheidsfunctie $R(t)$

De bedrijfszekerheid $R(t)$ is eenvoudig te bepalen met:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} dt = e^{-\lambda \cdot t} \quad (2.39)$$

Voor het geval dat $\lambda \cdot t \ll 1$ kan $R(t)$ worden benaderd door

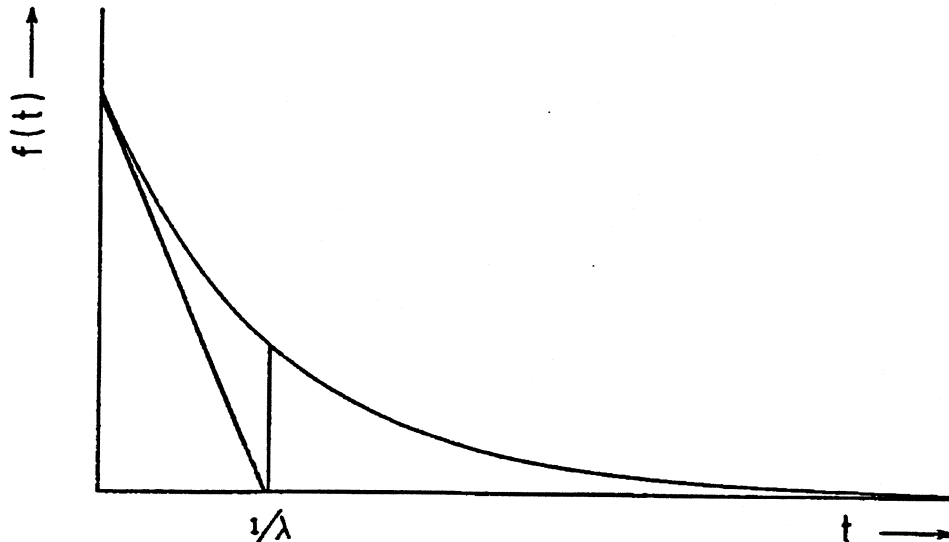
$$R(t) = e^{-\lambda \cdot t} = 1 - \lambda \cdot t + \frac{(\lambda \cdot t)^2}{2!} - \frac{(\lambda \cdot t)^3}{3!} + \dots \approx 1 - \lambda \cdot t \quad (2.40)$$

De exponentiële verdeling heeft slechts één parameter welke bij bedrijfszekerheidsproblemen, het faalt tempo (failure rate) wordt genoemd en de verwachting van een exponentieel verdeelde variabele is $1/\lambda$.

De exponentiële verdeling is een speciaal geval van de Weibullverdeling, die in een volgende paragraaf wordt behandeld, voor het geval dat $\gamma = 0$, $\eta = 1/\lambda$ en $\beta = 1$.

c. Toepassingsvoorbeelden van de exponentiële verdeling.

De uitval van elektronische componenten kan met deze verdeling redelijk worden beschreven, maar voor nauwkeurige voorspellingen is de aanname van een constant faalt tempo een te sterke vereenvoudiging. Uitval t.g.v. toevallige fouten in mechanische systemen. De uitvaltijden van een apparaat zijn in de periode voordat slijtage en/of vermoeing optreedt met een constante failure rate (faalt tempo λ) te karakteriseren.



Figuur 2.24: De kansdichtheidsfunctie van een exponentieel verdeelde grootheid.

d. Rekenvoorbeeld 2.f: Toepassing van de exponentiële verdeling.

• Gegeven:

Twee identieke apparaten moeten gedurende 1.000 uur onder verschillende omstandigheden gebruikt worden. De bedrijfstemperatuur en de belastingsgraad zijn:

- de bedrijfstemperatuur van apparaat A is $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ en de belastingsgraad is 100 %;
- de bedrijfstemperatuur van apparaat B is $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ en de belastingsgraad is 20 %.

• Gevraagd:

Bereken de bedrijfszekerheid R_A en R_B voor de periode van 1.000 uur en onder de gegeven omstandigheden, m.b.v. de grafiek in Fig. 2.25.

• Oplossing:

- Bepaling van het faalt tempo λ_A van apparaat A.

Uit de grafiek in Fig. 2.25 is af te lezen dat voor een apparaat dat voor 100 % wordt belast bij $80\text{ }^{\circ}\text{C}$, het faalt tempo (failure rate) $\lambda_A = 1 \cdot 10^{-4}/\text{uur}$.

- De bedrijfszekerheid R_A na 1000 uur van apparaat A is:

$$R_A(1000) = e^{-\lambda_A \cdot t} = e^{-1 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 10^3} = e^{-0,1} = 0,904837$$

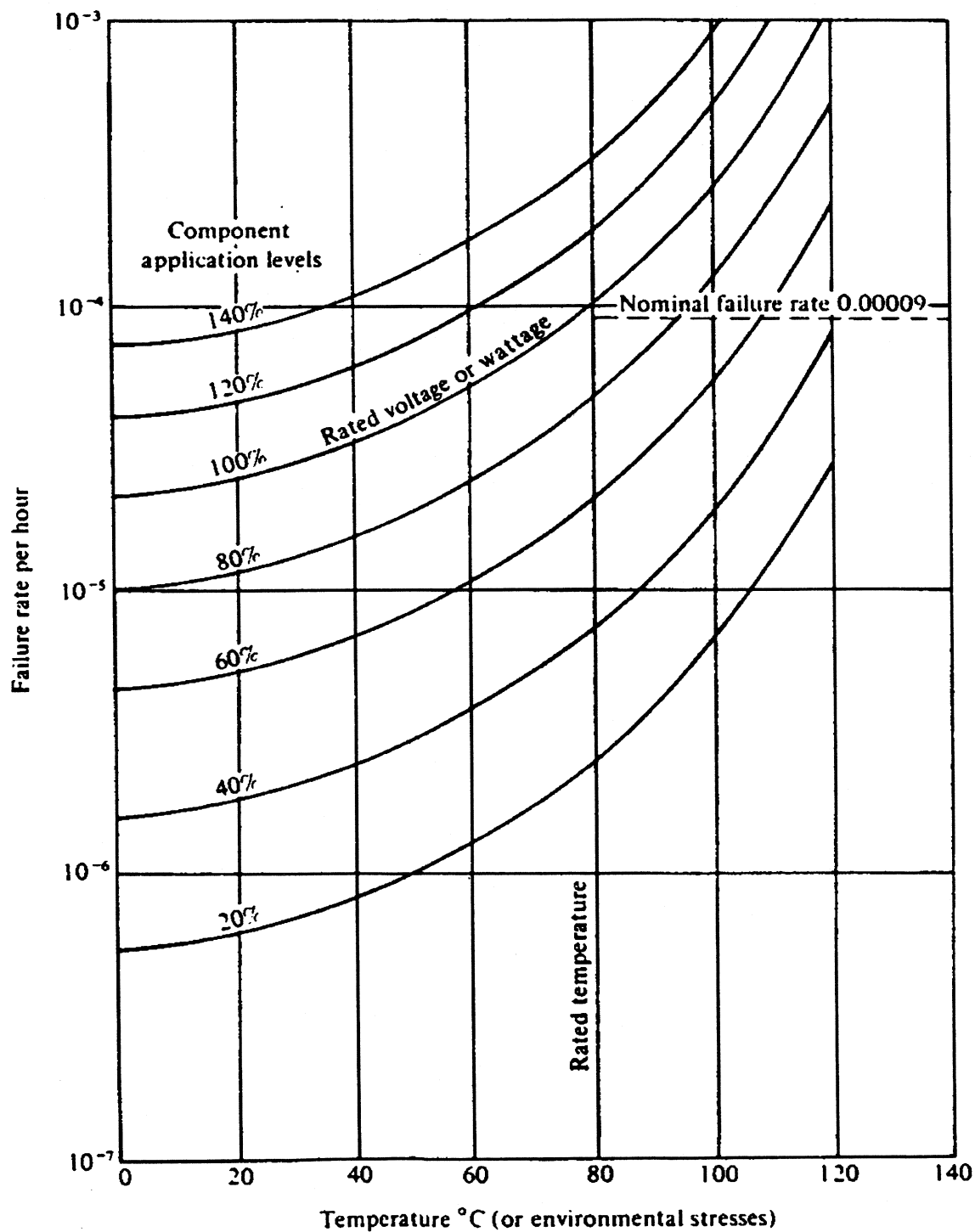
- Bepaling van het faalt tempo λ_B van apparaat B.

Uit de grafiek in Fig. 2.25 is af te lezen dat voor een apparaat dat voor 20 % wordt belast bij $50\text{ }^{\circ}\text{C}$, het faalt tempo (failure rate) $\lambda_B = 1 \cdot 10^{-6}/\text{uur}$.

- De bedrijfszekerheid R_B na 1000 uur van apparaat B is:

$$R_B(1000) = e^{-\lambda_B \cdot t} = e^{-1 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^3} = e^{-0,001} = 0,999000$$

Uit de resultaten van dit voorbeeld is eenvoudig in te zien dat het faalt tempo sterk afhankelijk is van de temperatuur en de belastingsgraad. Door koeling en onderbelasting kon in dit voorbeeld het faalt tempo met een factor 100 en de kans op falen eveneens met een factor 100 worden gereduceerd.



Figuur 2.25: Het faalt tempo als functie van de temperatuur en de belasting.

2.3.6 De Weibullverdeling

De naar Weibull genoemde verdeling is door hem ontwikkeld t.b.v. de statistische verwerking van de resultaten van vermoeiingsonderzoek. Het fysische model waarop deze kansverdeling kan worden gebaseerd, berust op de belastbaarheid van een ketting met een eindig aantal schakels, die ieder zelf een willekeurig verdeelde belastbaarheid hebben. De Weibullverdeling is erg flexibel en wordt daarom vaak als de eerste karakterisering van een stochastische variabele gebruikt.

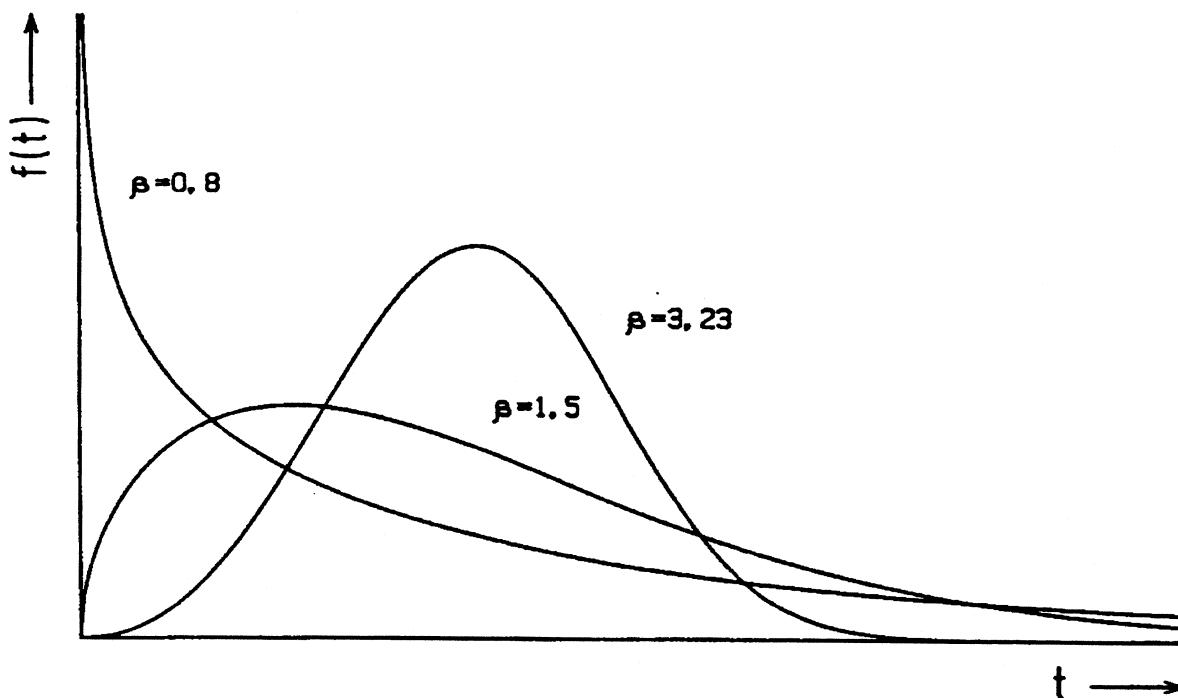
a. De kansdichtheidsfunctie

De kansdichtheidsfunctie $f(t)$ heeft de vorm:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} & , t > \gamma \\ 0 & , t < \gamma \end{cases} \quad (2.41)$$

waarin: γ = locatieparameter;
 η = schaalparameter;
 β = vormparameter.

In Fig. 2.26 is te zien dat de kansdichtheidsfunctie een vorm aanneemt, die sterk afhankelijk is van de vormparameter β . In deze afbeelding zijn de locatieparameter $\gamma = 0$ en de schaalparameter $\eta = 2$ constant gehouden.



Figuur 2.26: *Kansdichtheidfuncties van de Weibullverdeling.*

Als de vormparameter β de waarde 3,23 heeft, dan wijkt de Weibullverdeling weinig af van de normale verdeling en bij $\beta = 1$ en $\gamma = 0$ gaat de Weibullverdeling over in de exponentiële verdeling.

b. De bedrijfszekerheidsfunctie $R(t)$

De bedrijfszekerheidsfunctie $R(t)$ wordt gegeven door:

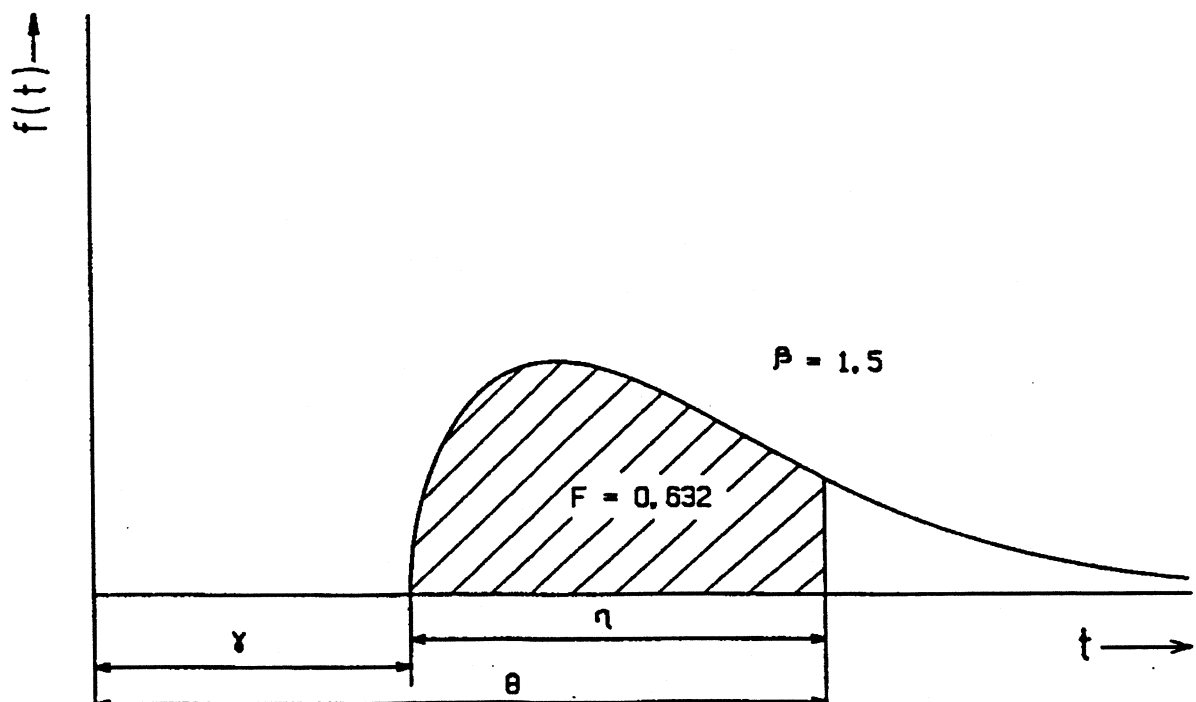
$$R(t) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} & , t > \gamma \\ 1 & , t < \gamma \end{cases} \quad (2.42)$$

c. De karakteristieke levensduur

De *karakteristieke levensduur* θ is gedefinieerd als de tijd waarop de bedrijfszekerheid $R = e^{-1} = 0,368$ en het kwantiel (uitvalfractie) is voor dit geval 0,632.

Indien de locatieparameter $\gamma = 0$, dan is de *karakteristieke levensduur* θ gelijk aan de schaalparameter η en dan geldt dat: $\theta = \eta$.

Indien de locatieparameter $\gamma \neq 0$, dan is de *karakteristieke levensduur* θ niet gelijk aan de schaalparameter η en dan geldt: $\theta = \gamma + \eta$ (zie Fig. 2.27).



Figuur 2.27: Kansdichtheidfuncties van de Weibullverdeelde variabele t met de minimum levensduur γ en de karakteristieke levensduur θ

Het faaltempo van Weibullverdeelde variabelen

Het faaltempo $\lambda(t)$ van een Weibullverdeelde variabele is:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} & , t > \gamma \\ 0 & , t < \gamma \end{cases} \quad (2.43)$$

en is sterk afhankelijk van de vormparameter β en de tijd. Er geldt als:

- $\beta < 1$, dan neemt het faaltempo *af* met de tijd;
- $\beta = 1$, dan is het faaltempo *constant* in de tijd;
- $\beta > 1$, dan neemt het faaltempo *toe* met de tijd.

Toepassingen van de Weibullverdeling:

- Bij een levensduurverdeling voor uitvaltijden waarvan de juiste kansverdeling (nog) niet bekend is, kan uit de schatting van de vormparameters naar een geschikte kansverdeling worden gezocht. Bij de bepaling van de bedrijfszekerheid van producten wordt vrijwel altijd de Weibullverdeling toegepast. De parameters van deze verdeling zijn grafisch eenvoudig te schatten als gebruik gemaakt wordt van het zogenaamde waarschijnlijkheidspapier.
- Als kansverdeling van de materiaalsterkte en het aantal wisselingen tot breuk bij vermoeiingsbelastingen.
- Als extreme waardenverdeling, die een redelijk goede aanpassing in één van de staarten van kansverdelingen geeft.

Rekenvoorbeeld 2.g: Toepassing van de Weibullverdeling:

- Gegeven:
De tijd totdat er ontoelaatbare slijtage in een populatie glijlagers optreedt is Weibullverdeeld met de onderstaande parameters:

minimum levensduur:	γ	=	500 uur
schaalparameter :	η	=	400 uur
vormparameter :	β	=	2,5
- Gevraagd:
De fractie van de populatie, die na 600 uur is uitgevallen.
- Oplossing:
De uitdrukking voor de bedrijfszekerheid $R(t)$ is:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

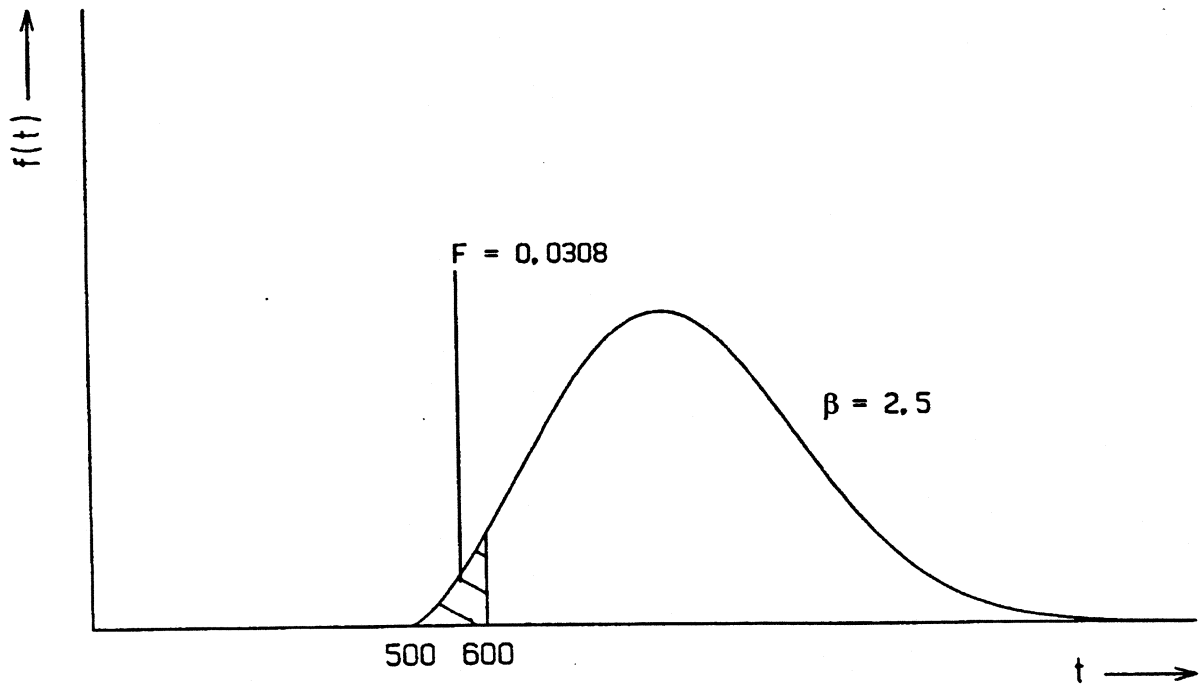
De bedrijfszekerheid $R(600)$ is:

$$R(600) = e^{-\left(\frac{600-500}{400}\right)^{2,5}} = 0,9692$$

De uitvalfractie na 600 uur is:

$$F(600) = 1 - R(600) = 1 - 0,9692 = 0,0308$$

en dit is in Fig. 2.28 geïllustreerd.



Figuur 2.28: *Fractie van de populatie die na 600 uur is uitgevallen*

2.3.7 Gemengde verdelingen

De uitval van een product kan verschillende faaloorzaken hebben. In dat geval is de kans op uitval de som van de verdelingsfuncties van de verschillende faaloorzaken. Is het aantal groot, dan is de kans op uitval redelijk te benaderen met een normale verdeling. Bij enkele, b.v. twee, faaloorzaken is dat niet zo en zou de fout te groot worden.

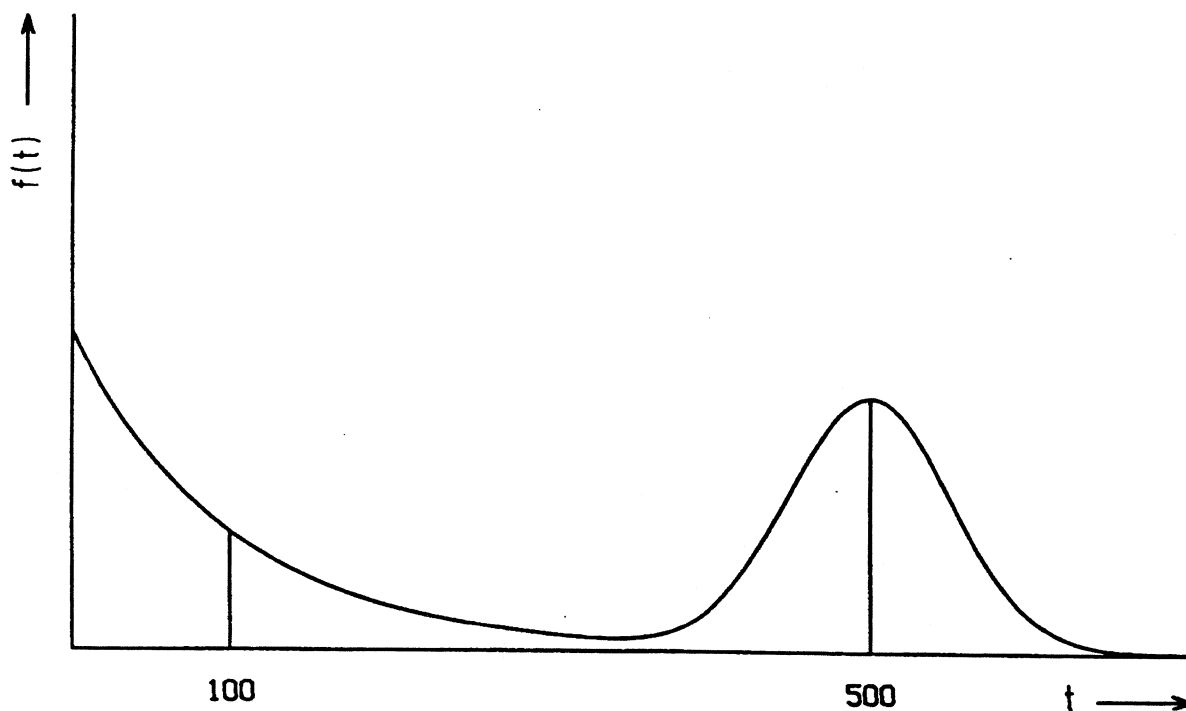
a. De kansdichtheidsfunctie

In het begin van de levensduur kunnen toevallige fouten de hoofdoorzaak van falen zijn, terwijl aan het einde van de levensduur b.v. vermoeingsbreuk zal gaan optreden. Dit proces is te beschrijven door de combinatie van een exponentiële verdeling en een normale verdeling. De kansdichtheidsfunctie $f_t(t)$ is voor dit geval:

$$f(t) = \alpha \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} + (1 - \alpha) \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (2.44)$$

waarin: $0 < \alpha < 1$

In Fig. 2.29 is de kansdichtheidsfunctie van een gemengde verdeling van een exponentiële verdeling met parameter $\lambda = 0,01$ en een normale verdeling $N(500, 50^2)$ met $\alpha = 0,5$.



Figuur 2.29: *Kansdichtheidsfunctie van een gemengde kansverdeling voor de uitvaltijd t*

Bij het verwerken van uitvalgegevens moet men met het verschijnsel rekening houden dat er sprake kan zijn van een gemengde verdeling. De overgang van de ene faaloorzaak naar de andere geeft dan meestal een knik in de lijn op waarschijnlijkheidspapier.

b. Rekenvoorbeeld 2.h: Toepassing van een gemengde verdeling

• Gegeven:

De uitvaltijden van een product kunnen voor de toevallige fouten gekarakteriseerd worden door een exponentiële verdeling en voor de uitval t.g.v. slijtage door de normale verdeling. Uit steekproeven is gebleken dat 10% t.g.v. toevallige fouten uitvalt en 90% van de producten t.g.v. slijtage.

De parameter λ van de exponentiële verdeling is: $\lambda = 1 \cdot 10^{-5}/uur$.

De parameters μ en σ van de normale verdeling zijn: $\mu = 10.000\text{ uur}$ en $\sigma = 1.000\text{ uur}$.

• Gevraagd:

Bereken de bedrijfszekerheid $R(8.000)$ na 8.000 uur.

• Oplossing:

– Na 8.000 uur is ten gevolge van:

toevallige fouten: $0,1(1 - R_{exp}(8.000))$ uitgevallen;

slijtage: $0,9(1 - R_{nor}(8.000))$ uitgevallen.

– Na invulling van de waarden van de parameters geeft dat na 8000 uur:

t.g.v. toevallige fouten: $F_1 = 0,1(1 - e^{-0,00001 \cdot 8000}) = 0,0077$ uitgevallen;

t.g.v. slijtage: $F_2 = 0,9\Phi(-2) = 0,9 \cdot 0,0228 = 0,0205$ uitgevallen.

De totale uitval F_{tot} is: $F_1 + F_2 = 0,0077 + 0,0205 = 0,0282$ en hieruit volgt dat de bedrijfszekerheid $R(8.000) = 1 - 0,0282 = 0,9718$

2.3.8 De bètaverdeling

a. Populatie en steekproef

De bètaverdeling wordt toegepast om de uitvalfractie van de populatie, uit de resultaten van een steekproef, te schatten. De uitvaltijden van een populatie producten worden bepaald in een steekproef en in het geval van een steekproef met omvang n , is na de j^e geordende uitvaller:

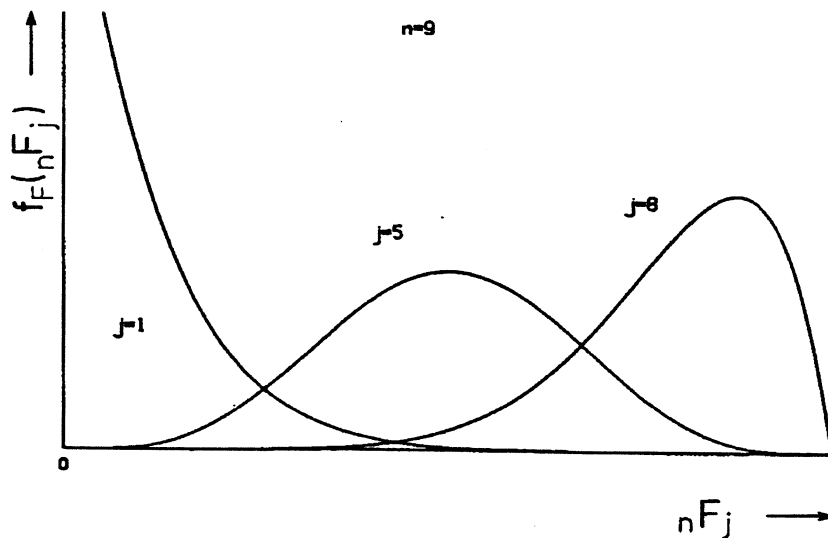
de uitvalfractie van de steekproef j/n bekend,

maar niet

de uitvalfractie van de populatie nF_j .

Het tijdstip waarop de j -de geordende uitvaller uit een steekproef met omvang n is uitgevallen, wordt aangeduid met nt_j en de onbekende uitvalfractie van de populatie nF_j . De kansdichtheidsfunctie van nF_j is te karakteriseren met de bètaverdeling.

b. De kansdichtheidsfunctie



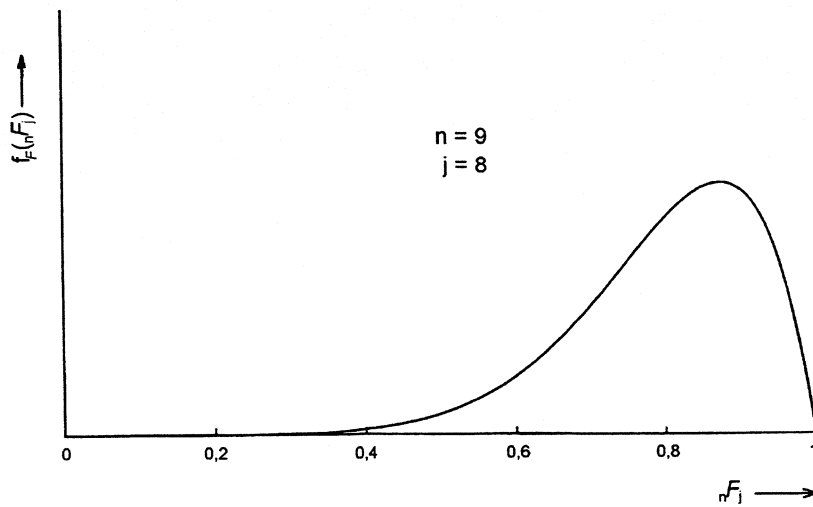
Figuur 2.30: *Kansdichtheidsfuncties $f_F(nF_j)$ voor de 1^e, 5^e en 8^e uitvallers uit een steekproef met omvang 9*

De kansdichtheidsfunctie van de uitvalfractie van de populatie voor de j^e uitvaller uit een steekproef met omvang n , heeft de onderstaande uitdrukking:

$$f_F(nF_j) = \begin{cases} \frac{n!}{(j-1)!(n-j)!} nF_j^{j-1} (1-nF_j)^{n-j} & , (0 < nF_j < 1) \\ 0 & , \text{ elders} \end{cases} \quad (2.45)$$

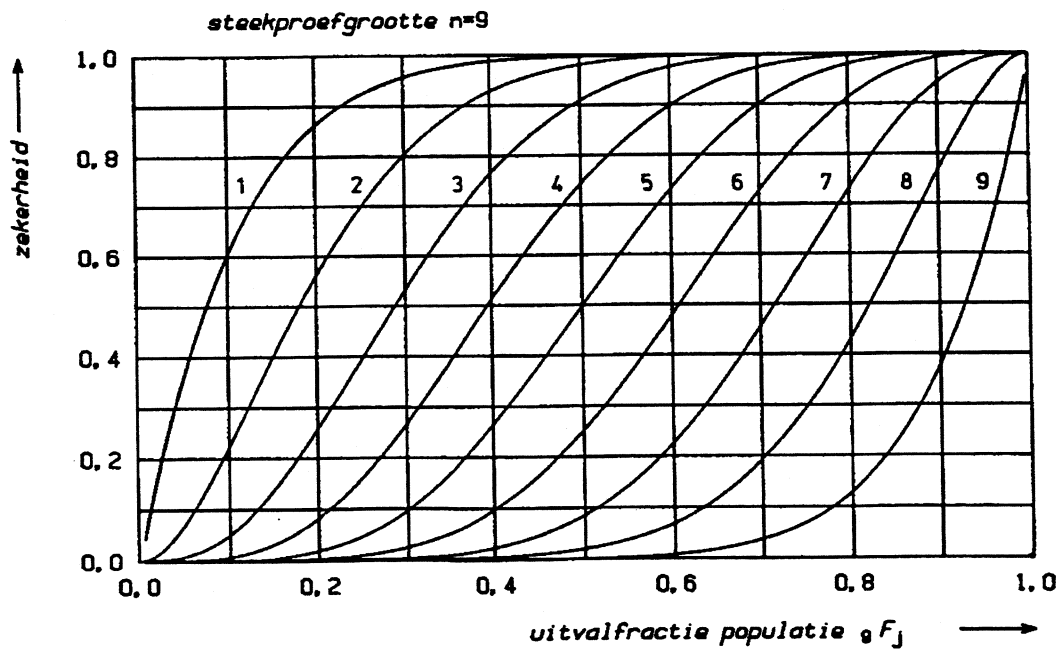
met als parameters j en n .

In Fig. 2.30 zijn de kansdichtheidsfuncties $f_F(nF_j)$ voor de 1^e, 5^e en 8^e uitvaller uit een steekproef met omvang $n = 9$ getekend.



Figuur 2.31: *Kansdichtheidsfunctie $f_F(9F_8)$ van de uitvalfractie van de populatie na de 8^e uitvaller van een steekproef met een omvang $n = 9$.*

In Fig. 2.31 is de kansdichtheidsfunctie $f_F(9F_8)$ gegeven en hieruit kan grofweg worden geschat dat na de uitvaltijd ${}_9t_8$ met 1% zekerheid kan worden gesteld dat hoogstens 40% van de populatie is uitgevallen en met 100% zekerheid dat hoogstens 100% van de populatie is uitgevallen. Voor het nauwkeurig bepalen van de uitvalfracties van de populatie na de j^e uitvaller uit een steekproef met omvang n kunnen de verdelingsfuncties $F_F(nF_j)$ worden gebruikt.



Figuur 2.32: *De 9 verdelingsfuncties van de uitvalfracties van de populatie voor een steekproef met een omvang $n = 9$.*

In Fig. 2.32 zijn de verdelingsfuncties van de uitvalfracties van de populatie voor de 9 uitvallers uit een steekproefomvang van 9 gegeven.

Rekenvoorbeeld 2.i (toepassing van de bètaverdeling)**Gevraagd**

Bepaal met 5 %, 50 % en 95 % betrouwbaarheid, welke percentage van de populatie hoogstens is uitgevallen, op het tijdstip $9t_3$ van de 3e uitvaller en gebruik hiervoor Fig. 2.32

Antwoord

Uit Fig. 2.32 is af te lezen dat met:

5 %	betrouwbaarheid hoogstens	10 %	van de populatie voor	$9t_3$	is uitgevallen;
50 %	betrouwbaarheid hoogstens	29 %	van de populatie voor	$9t_3$	is uitgevallen;
95 %	betrouwbaarheid hoogstens	55 %	van de populatie voor	$9t_3$	is uitgevallen.

oftewel dat met

5 %	betrouwbaarheid minstens	90 %	van de populatie na	$9t_3$	nog functioneert;
50 %	betrouwbaarheid minstens	71 %	van de populatie na	$9t_3$	nog functioneert;
95 %	betrouwbaarheid minstens	45 %	van de populatie na	$9t_3$	nog functioneert.

2.4 Oefenopgaven

2.4.1 Inleiding en aanwijzingen

Aangeraden wordt om, net als in de uitgewerkte rekenvoorbeelden, zoveel mogelijk schetsen te maken van de gebruikte kansverdelingen. Deze kansverdelingen worden veel belangrijker, dan wanneer alleen de parameters van de verdelingen worden bepaald.

2.4.2 De uniforme verdeling

- Gegeven:

De dikte d van een as is uniform verdeeld met als parameters:

$$d_{min} = 29,8 \text{ mm} \text{ en } d_{max} = 30,2 \text{ mm}.$$

- Gevraagd:

De kans dat de as een dikte d heeft, waarvoor geldt:

$$30,1 \text{ mm} < d < 30,2 \text{ mm}$$

- Antwoord:

De kans op afmetingen d van $30,1 < d < 30,2$ is: 0,250

2.4.3 De normale verdeling

- Gegeven: Een vervormbare dunwandige buis met een buitendiameter $d_1 = 20,5 \pm 0,2 \text{ mm}$ wordt in een gat met een inwendige diameter $d_2 = 20 \pm 0,1 \text{ mm}$ geperst. Er mag worden aangenomen dat deze afmetingen normaal verdeeld zijn en dat de zogenaamde $\mu \pm 3\sigma$ intervallen overeenkomen met de tolerantie-intervallen. De veerstijfheid k van de vervormbare dunwandige buis is: $k = 100 \text{ N/mm}$

- Gevraagd:

- De verwachting μ_d , standaardafwijking σ_d en variatiecoëfficiënt V_d van de diameters d_1 en d_2 .
- De verwachting μ_f , standaardafwijking σ_f en de variatiecoëfficiënt V_f van de verschilmaat f .
- De minimale ($\mu_F - 3\sigma_F$) en de maximale ($\mu_F + 3\sigma_F$) klemkracht F_k uitgaande van een normale verdeling van F_k .

- Antwoord:

$$\begin{aligned} \mu_{d_1} &= 20,5 \text{ mm} & \mu_{d_2} &= 20,0 \text{ mm} \\ \sigma_{d_1} &= 0,0667 \text{ mm} & \sigma_{d_2} &= 0,0333 \text{ mm} \\ V_{d_1} &= 0,0033 & V_{d_2} &= 0,00167 \\ \mu_f &= 0,5 \text{ mm} \\ \sigma_f &= 0,0747 \text{ mm} \\ V_f &= 0,1494 \\ F_{min} &= 27,6 \text{ N} \\ F_{max} &= 72,4 \text{ N} \end{aligned}$$

2.4.4 Exponentiële verdelingen

- Gegeven:

Twee identieke apparaten moeten gedurende 2000 *uur* onder verschillende omstandigheden gebruikt worden. De bedrijfstemperatuur en de belastingsgraad zijn:

- de bedrijfstemperatuur van apparaat A is 90 °C en de belastingsgraad is 100 %;
- de bedrijfstemperatuur van apparaat B is 26 °C en de belastingsgraad is 40 %.

Het faaltempo is als onderstaand afhankelijk van de temperatuur T en de belastingsgraad L :

$$\lambda(T, L) = 1 \cdot 10^{-6} \cdot L \left(1 + e^{\left(\frac{T}{40}\right)^2} \right)$$

waarin: T = de temperatuur in °C ($0^\circ\text{C} < T < 100^\circ\text{C}$);
 L = de belastingsgraad ($0,0 < L < 1,0$)

- Gevraagd:

Bereken de bedrijfszekerheid R_A en R_B na voor de periode van 2000 *uur* en onder de gegeven omstandigheden.

- Antwoord:

$$\begin{aligned} R_A(2000) &= 0,7261 \\ R_B(2000) &= 0,9980 \end{aligned}$$

2.4.5 Weibullverdelingen

- Gegeven:

De uitvaltijden van een populatie lagers is Weibullverdeeld met parameters:

$$\gamma = 2000 \text{ uur}, \quad \eta = 4000 \text{ uur}, \quad \beta = 2,5$$

- Gevraagd:

a De bedrijfszekerheid $R(3000)$ na 3000 *uur*

b Het tijdstip $B_{63,2}$ waarop 63,2% van de lagers is uitgevallen.

- Oplossing:

a. $R(3000) = 0,969233$

b. $B_{63,2} = 6000 \text{ uur}$

2.4.6 Gemengde verdelingen

- Gegeven:

De uitvaltijden van een product kunnen voor de toevallige fouten gekarakteriseerd worden door een exponentiële verdeling en voor de uitval t.g.v. slijtage door de normale verdeling. Uit steekproeven is gebleken dat 10% t.g.v. toevallige fouten uitvalt en 90% van de producten t.g.v. slijtage.

- De parameter λ van de exponentiële verdeling is: $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}/uur$.
- De parameters μ en σ van de normale verdeling zijn: $\mu = 5000$ en $\sigma = 1000$ uur.

- Gevraagd:

Bereken de bedrijfszekerheid $R(4000)$ na 4000 uur.

- Antwoord:

De bedrijfszekerheid is: $R(4000) = 0,8242$

2.4.7 De bètaverdelingen

- Gegeven:

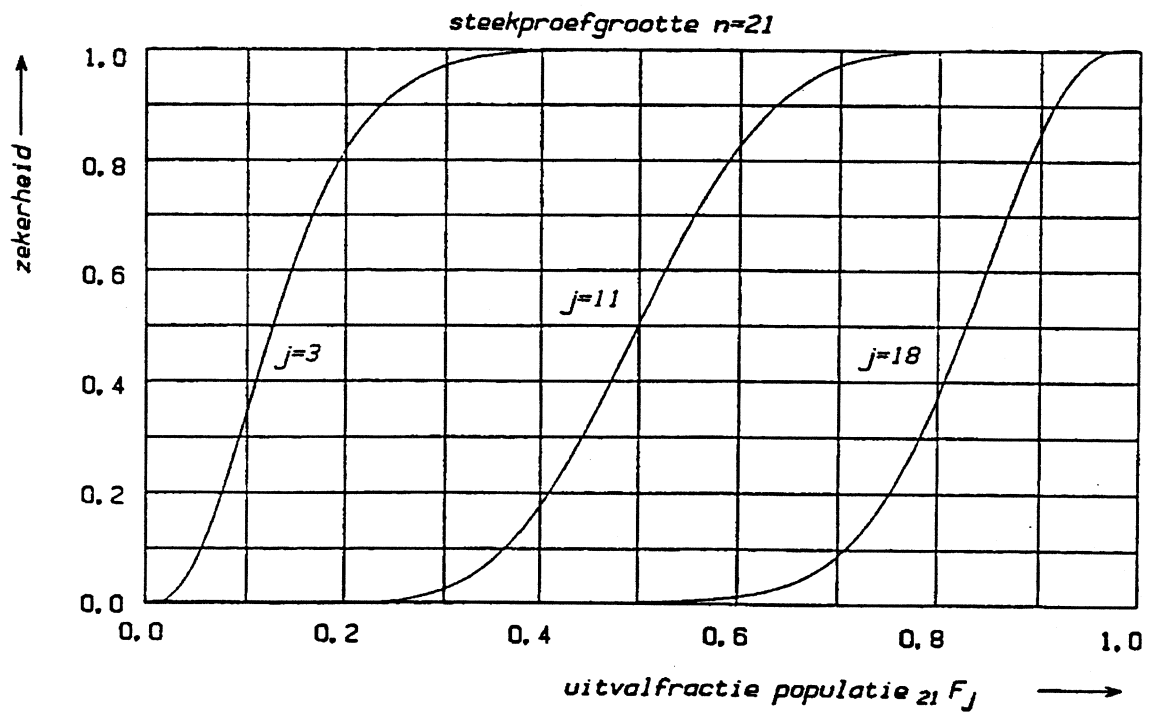
Voor een steekproef met omvang $n = 21$ zijn de verdelingsfuncties van de uitvalfracties van de populatie ${}_nF_j$ na de derde, elfde en de achttiende uitvaller gegeven. De uitvaltijden van deze producten in deze steekproef zijn respectievelijk ${}_{21}t_3$, ${}_{21}t_{11}$ en ${}_{21}t_{18}$.

- Gevraagd:

- Geef met 50% zekerheid aan welke fractie van de populatie op het tijdstip ${}_{21}t_3$ hoogstens is uitgevallen.
- De fractie van de populatie waarvan met 95% zekerheid gesteld kan worden dat deze hoogstens is uitgevallen op het tijdstip ${}_{21}t_{11}$.
- De maximale fractie van de populatie waarvan met 10% zekerheid gesteld kan worden dat deze nog functioneert op het tijdstip ${}_{21}t_{18}$ dat het 18^e product uitviel,

- Antwoorden

- ${}_{21}F_3 = 12$ %
- ${}_{21}F_{11} = 67$ %
- ${}_{21}R_{18} = 29$ %



Figuur 2.33: Verdelingsfuncties: ${}_{21}F_3$, ${}_{21}F_{11}$, ${}_{21}F_{18}$.

Bibliografie

- [1] Soest van, J., Elementaire statistiek Delftsche Uitgevers Maatschappij, Delft 1992.
- [2] Montgomery, D.C., Runger, G.C. and Hubele, N.F., Engineering statistics, John Wiley & Sons, New York 1998
- [3] Lange de, S.J., Kansrekening en statistiek Delftse Universitaire Pers, Delft 1988.
- [4] Hahn, G.J. and S.S. Shapiro, Statistical Methods in Engineering, John Wiley & Sons, New York 1968.
- [5] Papoulus, A., Probability, Random Variables and Stochastic Processes, McGrawhill Int., Int. Student edition, 1981
- [6] Dam van, J, F.J.M. Raaijmakers en R.A. Bosman, Bedrijfszekerheidstechniek, Delftse Universitaire Pers, Delft 1990.
- [7] Methoden voor het bepalen en verwerken van kansen, Directoraat-Generaal van de Arbeid, Leidschendam, 1985.

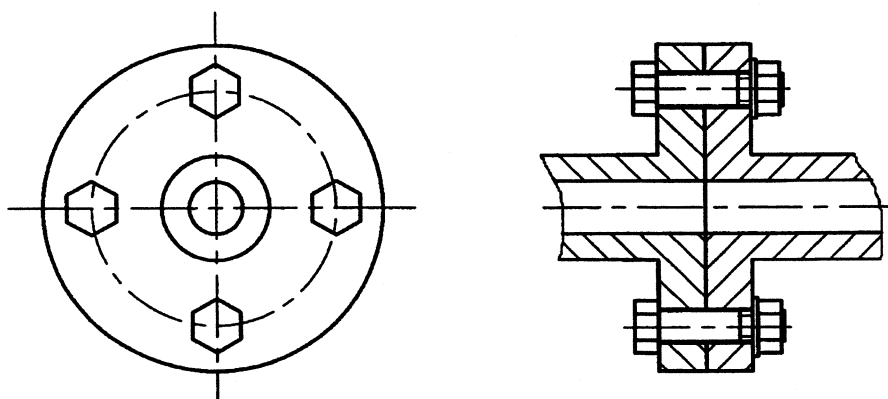
Hoofdstuk 3

Bedrijfszekerheid van systemen

3.1 Inleiding

Een product kan worden opgevat als een **systeem** S , dat is opgebouwd uit n **deelsystemen** D_i , welke weer bestaan uit onderdelen. In dit hoofdstuk wordt de in Fig. 3.1 afgebeelde flensverbinding met 4 boutverbindingen, als voorbeeld behandeld.

De flensverbinding wordt als systeem opgevat en een boutverbinding als een deelsysteem. Een boutverbinding bestaat weer uit de onderdelen: bout, moer en eventueel een borging.



Figuur 3.1: *Flensverbinding met 4 boutverbindingen*

De bedrijfszekerheid R_S van een systeem S is een functie van de bedrijfszekerheid van de deelsystemen D_i . Deze functie is sterk afhankelijk van de "**schakeling**" van de deelsystemen en het belangrijkste onderscheid wordt gemaakt tussen serie- en parallelschakeling van deelsystemen. De schakeling is afhankelijk van de beschouwde **faalvorm** en bij deze flensverbinding wordt de faalvorm **ontoelaatbare lekkage**, als voorbeeld genomen.

Een **serieschakeling** van deelsystemen is de eenvoudigste opbouw van een systeem. De schakels van een ketting zijn in serie geschakeld, want als één schakel breekt, is de ketting gefaald. Bij de flensverbinding staan de boutverbindingen in serie geschakeld, als na het falen van één boutverbinding, de faalvorm ontoelaatbare lekkage optreedt.

Een **parallel** schakeling is een opbouw, waarbij elk deelsysteem de vereiste functie kan vervullen. Bij deze schakeling wordt gesproken van "overtolligheid", ook wel "**redundantie**" genoemd,

voor de gevallen waarbij meer dan één deelsystemen nog functioneren. Voor de flensverbinding betekent dit dat bij slechts één functionerende boutverbinding er geen ontoelaatbare lekkage optreedt.

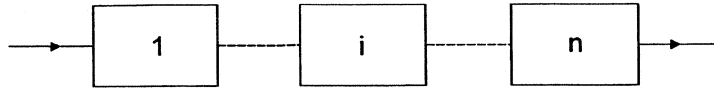
De zogenaamde "**load sharing**" schakeling is een opbouw, waarbij een systeem pas faalt als er een bepaald aantal deelsystemen gefaald is. Dit wordt ook wel een " **r -uit- n** " systeem genoemd. Hieronder wordt verstaan dat tenminste r deelsystemen van de n deelsystemen nog moeten functioneren wil het systeem niet gefaald zijn en het systeem faalt dus als er r deelsystemen zijn gefaald.

Voor systemen met een vereiste, erg hoge veiligheid worden vaak speciale maatregelen getroffen. Er wordt dan voor een fail-safe of een safe-life constructie gekozen. Bij een "**fail-safe**" constructie wordt het systeem zodanig uitgevoerd dat bij een bepaalde faalvorm geen onveilige toestand ontstaat. Bij een trein kan dit het automatisch remmen zijn als de stroomvoorziening zou uitvallen.

Er zijn echter producten waarin een "fail-safe" constructie voor een bepaalde functie niet geschikt is, zoals b.v. voor het remmen van een auto. Hiervoor geldt, dat zowel "niet remmen" als "ongewenst remmen" door b.v. een blokkeerinrichting, onveilig zijn. Er wordt dan een oplossing gezocht door gebruik te maken van een "**safe-life**" constructie. Dit komt doorgaans neer op het inbouwen van redundantie en het signaleren van het moment van falen van één van de deelsystemen. Bij de flensverbinding zou dit gerealiseerd kunnen worden door het systeem zo op te bouwen dat bij het falen van 1 boutverbinding er geen ontoelaatbare lekkage optreedt en dat de lekkage gedetecteerd wordt door een sensor.

3.2 Serieschakeling van deelsystemen

Voor een serieschakeling van deelsystemen zoals in Fig. 3.2, geldt, dat het systeem S functioneert indien alle deelsystemen D_i , functioneren.



Figuur 3.2: Serieschakeling van deelsystemen

De kans op het functioneren van het systeem $P(S)$, wat ook de bedrijfszekerheid R_S is, is te schrijven als:

$$P(S) = P(D_1 \cap D_2 \dots \cap D_i \dots \cap D_n) \tag{3.1}$$

waarin:

$\cap D_i$ - de "EN" operator voor deelsystemen(dus of het ene deelsysteem of een ander deelsysteem)

indien de deelsystemen D_i onderling onafhankelijk zijn, is (3.1) te schrijven als:

$$P(S) = P(D_1) \cdot P(D_2) \dots P(D_i) \dots P(D_n) \tag{3.2}$$

De bedrijfszekerheid van het totale systeem R_S is, voor een serieschakeling van deelsystemen, het product van de bedrijfszekerheden R_i van de afzonderlijke deelsystemen en (3.2) is te schrijven als:

$$R_S = \prod_{i=1}^n R_i \tag{3.3}$$

waarin:

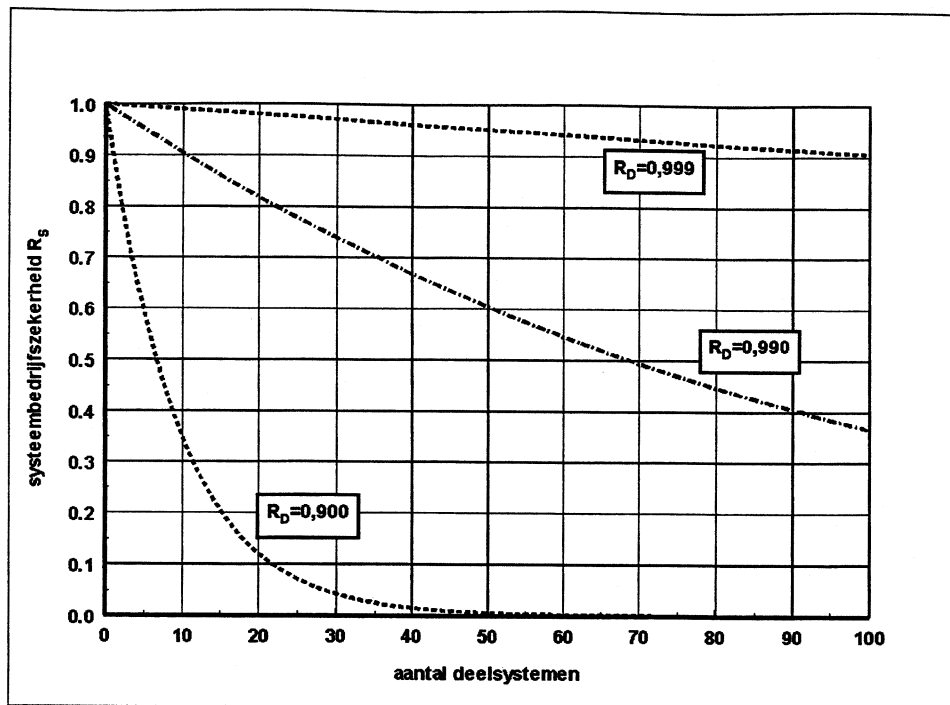
$\prod_{i=1}^n R_i$ - het product van de bedrijfszekerheden van de n deelsystemen.

Rekenvoorbeeld 3.a Flensverbinding		
Toelichting:	berekening van R_S v.d. flensverbinding	
Gegeven:	bedrijfszekerheid van een boutverbinding	$R_D = 0,9$
	aantal deelsystemen	$n = 4$
Gevraagd:	de systeembedrijfszekerheid	R_S
Oplossing:	de systeembedrijfszekerheid	$R_S = 0,9^4 = 0,6561$

In Fig. 3.3 is het verband tussen het aantal deelsystemen, met alle dezelfde bedrijfszekerheid R_D en de systeembedrijfszekerheid R_S voor een aantal waarden van R_D , gegeven.

In Fig. 3.3 zijn de bedrijfszekerheden van de deelsystemen van $R_D = 0,900$ tot $0,999$ gevarieerd. Uit de figuur blijkt ook dat de bedrijfszekerheid van de deelsystemen zeer hoog moet zijn als het aantal deelsystemen groot wordt.

Bij geïntegreerde elektronische schakelingen (IC's) speelt dit een grote rol, omdat het aantal



Figuur 3.3: *Systeembedrijfszekerheid als functie van het aantal in serie geschakelde deelsystemen*

schakelingen op een IC tot een miljoen of hoger kan oplopen.

De systeembedrijfszekerheid kan eenvoudig worden berekend indien:

- het falen van de deelsystemen exponentieel verdeeld is;
- de systeembedrijfszekerheid R_S hoog is doordat de bedrijfszekerheden van alle deelsystemen R_i relatief hoog zijn.

Indien het falen van de deelsystemen **exponentieel** verdeeld is, dan is het faalt tempo λ_S van het systeem:

$$\lambda_S = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (3.4)$$

waarin λ_i het faalt tempo van het i^e deelsysteem is.

De berekening van de systeembedrijfszekerheid als de bedrijfszekerheid van de deelsystemen hoog is, komt neer op het optellen van de faalkansen F_i van de deelsystemen. De afleiding die hier wordt gebruikt geldt strikt voor identieke deelsystemen met een faalkans F_D .

Vergelijking (3.3) kan worden geschreven als:

$$R_S = \prod_{i=1}^n (1 - F_D) \quad (3.5)$$

en het uitschrijven van de eerste termen van (3.5) geeft:

$$R_S = 1 - n \cdot F_D + 0,5 \cdot n(n-1) \cdot F_D^2 + \dots + (-F_D)^n \quad (3.6)$$

Door de tweede en hogere orde termen te verwaarlozen, kan (3.6) worden vereenvoudigd tot:

$$R_S \approx 1 - \sum_{i=1}^n F_D \quad (3.7)$$

Voor een systeem dat opgebouwd is uit n deelsystemen met dezelfde faalkans F_D is voor (3.6) te schrijven:

$$R_S \approx 1 - n \cdot F_D \quad (3.8)$$

Het verschil tussen de exact berekende bedrijfszekerheid en de benaderende berekening van de bedrijfszekerheid kan worden gedeeld door de exact berekende bedrijfszekerheid. De relatieve fout kan worden bepaald voor verscheidene waarden van de bedrijfszekerheid van de deelsystemen F_D . Uit deze berekeningen blijkt, dat als de systeembedrijfszekerheid $R_S > 0,86$ is, de gemaakte fout kleiner dan 1 % is.

Rekenvoorbeeld 3.b Systeem met 100 deelsystemen

Toelichting: berekening van R_S op 2 manieren

Gegeven: bedrijfszekerheid van een deelsysteem $R_D = 0,999$
aantal deelsystemen $n = 100$

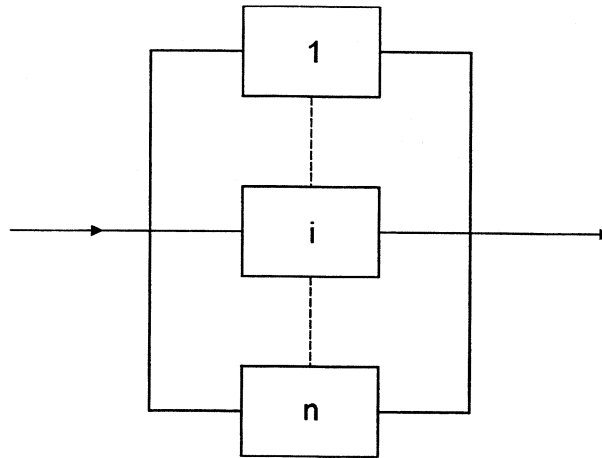
Gevraagd: de faalkans van een deelsysteem F_D
de exacte systeem bedrijfszekerheid Re_S
de benaderde bedrijfszekerheid Rb_S

Oplossing: de faalkans van een deelsysteem $F_D = 1 - R_D = 0,0010$
de exacte systeem bedrijfszekerheid $Re_S = 0,999^n = 0,9048$
de benaderde bedrijfszekerheid $Rb_S = 1 - 100 \cdot F_D = 0,9000$

Uit het voorgaande rekenvoorbeeld blijkt dat indien de systeembedrijfszekerheid $R_S = 0,90$ de benadering van het optellen van de faalkansen van de deelsystemen een betrekkelijk kleine afwijking ($< 1\%$) oplevert. Indien de systeembedrijfszekerheid lager is dan wordt de afwijking al snel te groot.

3.3 Parallelschakeling van deelsystemen

Bij de parallelschakeling van deelsystemen kan een hoge systeembedrijfszekerheid worden verkregen, mits de bedrijfszekerheden van de deelsystemen voldoende hoog zijn ($R_i > 0,95$). In deze sectie wordt alleen de zogenaamde *actieve redundantie*, waarbij alle deelsystemen continu in bedrijf zijn, behandeld. In Fig. 3.4 is een blokschema voor actieve redundantie getekend.



Figuur 3.4: *Parallelgeschakelde deelsystemen*

De systeembedrijfszekerheid R_S is een functie van de faalkans F_D van de deelsystemen en hierbij wordt ervan uitgegaan, dat het systeem pas faalt indien alle deelsystemen zijn gefaald. Indien onderlinge onafhankelijkheid van de deelsystemen mag worden verondersteld, dan kan de kans op falen van het systeem $P(\bar{S})$ eveneens berekend worden met de productregel. Het systeem functioneert niet wanneer alle deelsystemen niet functioneren, oftewel:

$$P(\bar{S}) = P(\bar{D}_1 \cap \bar{D}_2 \dots \cap \bar{D}_i \dots \cap \bar{D}_n) \quad (3.9)$$

waarin:

$\bar{D}_i \cap$ - de "EN" operator voor **gefaalde** deelsystemen (dus en het ene deelsysteem en een ander deelsysteem)

Indien de deelsystemen onderling onafhankelijk zijn, dan kan worden geschreven:

$$P(\bar{S}) = P(\bar{D}_1) \cdot P(\bar{D}_2) \dots P(\bar{D}_i) \dots P(\bar{D}_n) \quad (3.10)$$

De kans op falen van het systeem F_S is dus gelijk aan het product van de kansen op falen van de afzonderlijke deelsystemen. In formulevorm is dit voor een parallelschakeling van n deelsystemen met elk een faalkans F_i :

$$F_S = \prod_{i=1}^n F_i \quad (3.11)$$

En voor de bedrijfszekerheid R_S geldt:

$$R_S = 1 - \prod_{i=1}^n F_i \quad (3.12)$$

Indien de deelsystemen identiek zijn met dezelfde faalkans F_D , dan geldt $F_i = F_D$ en dit geeft:

$$R_S = 1 - F_D^n \tag{3.13}$$

Rekenvoorbeeld 3.c Flensverbinding met parallelgeschakelde boutverbindingen

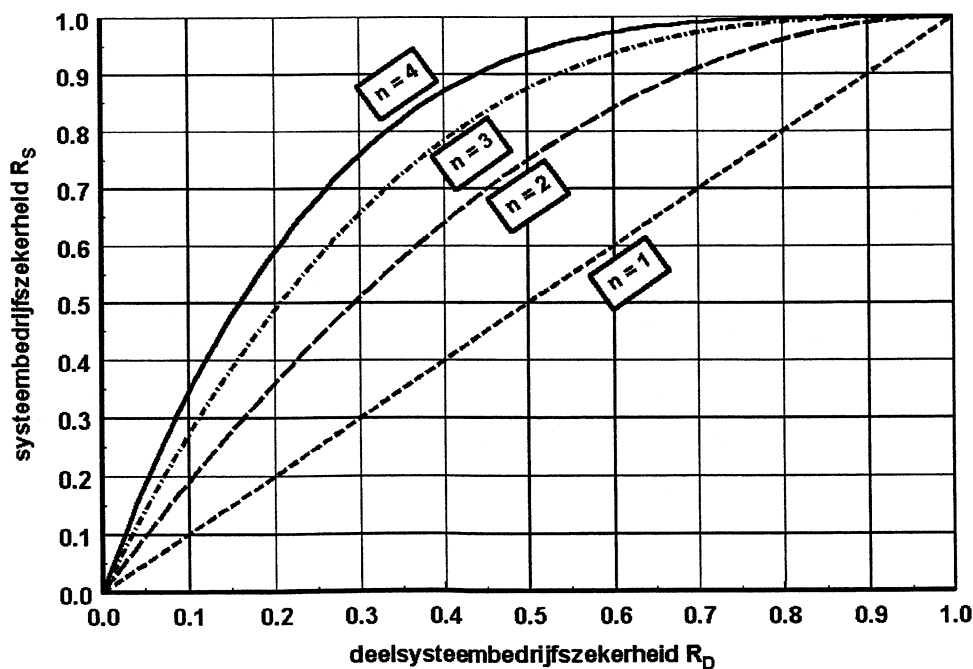
Toelichting: berekening van R_S v.d. flensverbinding

Gegeven: bedrijfszekerheid van 1 boutverbinding $R_D = 0,90$
 aantal deelsystemen $n = 4$

Gevraagd: de systeembedrijfszekerheid R_S

Oplossing: de faalkans van een deelsysteem $F_D = 1 - R_D = 0,10$
 de systeembedrijfszekerheid $R_S = 1 - 0,1^4 = 0,9999$

Opvallend in het voorgaande rekenvoorbeeld is dat zelfs bij een bedrijfszekerheid van de deelsystemen van $R_D = 0,9$ een bijzonder hoge systeembedrijfszekerheid kan worden bereikt. In Fig. 3.5 is de systeembedrijfszekerheid grafisch gepresenteerd als functie van de bedrijfszekerheid van de deelsystemen bij een parallelschakeling tot 5 deelsystemen. In deze afbeelding is te zien dat slechts een hoge systeembedrijfszekerheid kan worden bereikt bij bedrijfszekerheden van de deelsystemen die groter dan 0,8 zijn.



Figuur 3.5: Systeembedrijfszekerheid als functie van de mate van redundantie en de bedrijfszekerheid van de deelsystemen

3.4 R uit n opbouw van deelsystemen

In een r uit n systeemopbouw worden alle n deelsystemen ingezet en het systeem functioneert nog als er r deelsystemen, functioneren.

Als voorbeeld van een r uit n systeem, wordt de flensverbinding genomen, waarbij de eis is dat indien r boutverbindingen functioneren de faalvorm: *ontoelaatbare lekkage*, niet optreedt.

Voor een systeemopbouw met n identieke deelsystemen is de kans $P_{r.vd.n}$, dat er "precies" r deelsystemen van de n functioneren:

$$P_{r.vd.n} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \cdot R_D^r \cdot F_D^{n-r} \quad (3.14)$$

hierin is:

$\frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$ het aantal mogelijkheden waarop r deelsystemen in een systeemopbouw met n deelsystemen kunnen worden geplaatst.

De systeembedrijfszekerheid $R_{r.u.n}$ is de som van de bedrijfszekerheden voor het geval dat er r t/m n deelsystemen functioneren.

$$R_{r.u.n} = \sum_{i=r}^n \frac{n!}{(n-i)! \cdot i!} \cdot R_D^i \cdot F_D^{n-i} \quad (3.15)$$

Een systeem met n deelsystemen, dat faalt als er één of meer deelsystemen gefaald hebben, is een serieschakeling. Vergelijking (3.14) of (3.15) kan worden geschreven als:

$$P_{4.vd.4} = R_{4.u.4} = \frac{4!}{(0)! \cdot 4!} \cdot R_D^4 \cdot F_D^0 \quad (3.16)$$

Voor 4 identieke deelsystemen met een bedrijfszekerheid $R_D = 0,9$ wordt de systeembedrijfszekerheid R_S :

$$R_S = P_{4.vd.4} = R_{4.u.4} = 1 \cdot 0,9^4 \cdot 0,1^0 = 0,9^4 = 0,6561 \quad (3.17)$$

In het volgende rekenvoorbeeld wordt een 3 uit 4 systeem met 4 identieke deelsystemen met een bedrijfszekerheid $R_D = 0,9$, behandeld.

Rekenvoorbeeld 3.d Flensverbinding 3 uit 4 schakeling van boutverbindingen

Toelichting:	berekening van v.d. flensverbinding	R_S				
Gegeven:	bedrijfszekerheid van 1 boutverbinding	R_D	=	0,9		
	aantal deelsystemen dat moet functioneren	r	=	3		
Gevraagd:	de systeembedrijfszekerheid	R_S				
Oplossing:	de faalkans van 1 deelsysteem	F_D	=	$1 - R_D$	=	0,1000
	kans dat 4 v.d. 4 functioneren:	$P_{4.vd.4}$	=	$1 \cdot 0,9^4 \cdot 0,1^0$	=	0,6561
	kans dat 3 v.d. 4 functioneren:	$P_{3.vd.4}$	=	$4 \cdot 0,9^3 \cdot 0,1^1$	=	0,2916
	kans dat 3 uit 4 functioneren:	$R_{3.u.4}$	=	$R_{3vd4} + R_{4vd4}$	=	0,9477
	de systeembedrijfszekerheid:	R_S	=	$R_{3.u.4}$	=	0,9477

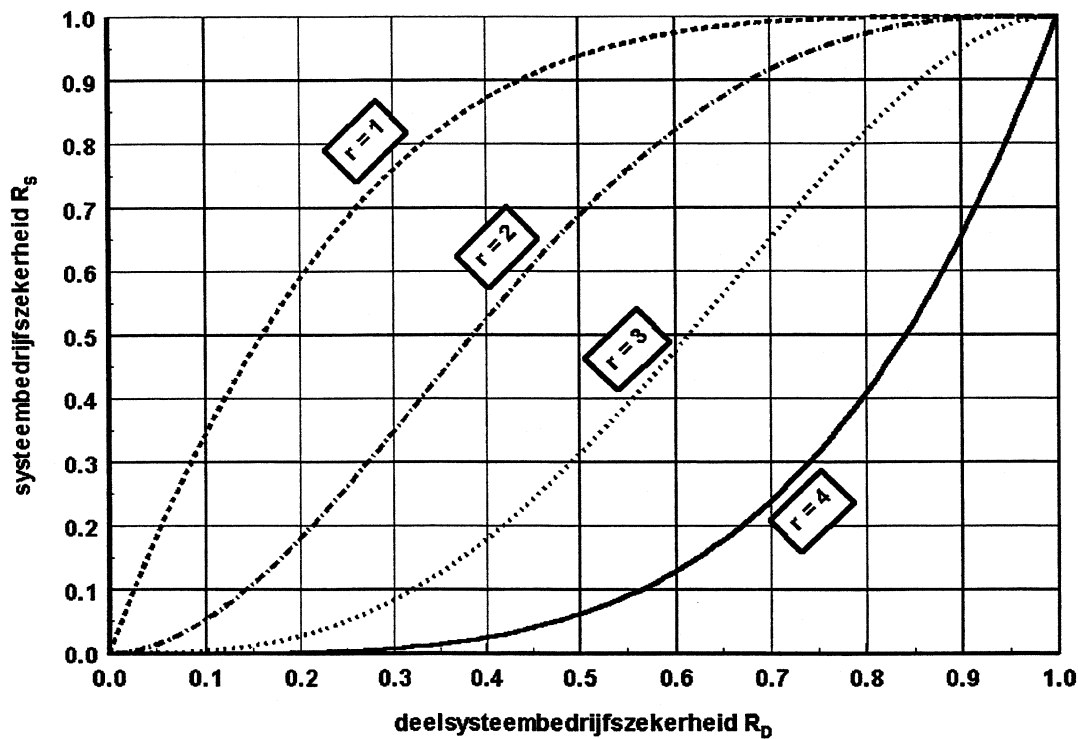
De berekening van R_{2-u-4} verloopt identiek en deze berekening geeft:

$$\begin{aligned} P_{2-vd-4} &= 6 \cdot R_D^2 \cdot F_D^2 &= 6 \cdot 0,9^2 \cdot 0,1^2 &= 0,0486 \\ R_{2-u-4} &= R_{3-u-4} + P_{2-vd-4} &= 0,94776 + 0,0486 &= 0,9963 \end{aligned}$$

De berekening van R_{1-u-4} komt overeen met die van een parallelschakeling:

$$\begin{aligned} P_{1-vd-4} &= 4 \cdot R_D^1 \cdot F_D^3 &= 4 \cdot 0,9^1 \cdot 0,1^3 &= 0,0036 \\ R_{1-u-4} &= R_{2-u-4} + P_{1-vd-4} &= 0,9963 + 0,0036 &= 0,9999 \end{aligned}$$

In Fig. 3.6 is de systeembedrijfszekerheid R_S van een systeem met 4 deelsystemen, als functie gegeven van de bedrijfszekerheid R_D van de identieke deelsystemen én het minimum aantal deelsystemen r dat nog moet functioneren om de vereiste functie te kunnen vervullen.

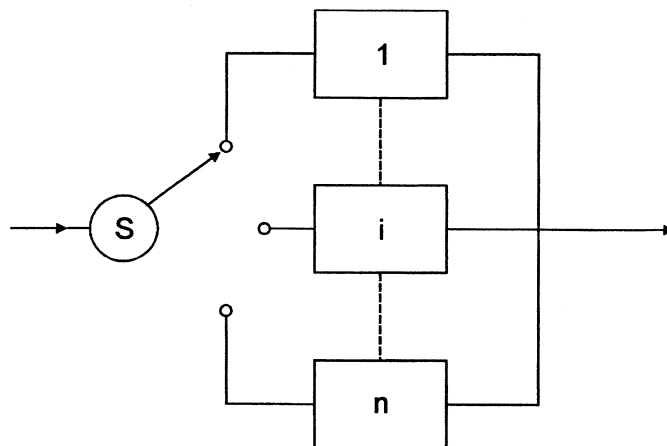


Figuur 3.6: Systeembedrijfszekerheid R_S van een r uit 4 systeem als functie van R_D en r .

3.5 Stand-by redundantie

Dit is een systeem met *inactieve redundantie*, waarbij een reserve deelsysteem wordt ingeschakeld na het falen van het in bedrijf zijnde deelsysteem, zoals bij het reservewiel van een auto of een noodgenerator in een ziekenhuis;

In een systeem met stand-by redundantie is het mogelijk één of meer deelsystemen met een bepaalde functie beschikbaar te houden voor het geval één of meer deelsystemen met dezelfde functie uitvallen. Een bekend voorbeeld van de toepassing van stand-by redundantie is een auto, waarin één reservewiel stand-by is en indien één van de banden lek raakt, dit wiel met de lekke band kan vervangen. In de periode dat de lekke band hersteld wordt, is er dus tijdelijk geen stand-by redundantie.



Figuur 3.7: *Systeem met stand-by redundantie*

De systeembedrijfszekerheid is bij een gelijke bedrijfszekerheid van de deelsystemen niet anders dan bij actieve redundantie. Door de kortere gebruiksduur van de ingeschakelde stand-by deelsystemen en de mogelijkheid tot reparatie van de gefaalde deelsystemen kan de bedrijfszekerheid van de in te schakelen systemen echter aanzienlijk hoger zijn dan bij actieve redundantie.

Als illustratie wordt hier de systeembedrijfszekerheid berekend van een systeem met één actief deelsysteem D_1 , waarvan de bedrijfszekerheid R_S door de bedrijfszekerheid van dit ene deelsysteem wordt bepaald. Indien de bedrijfszekerheid van het actieve deelsysteem R_1 is dan is bij geen ter beschikking staand redundant deelsysteem de systeembedrijfszekerheid R_S gelijk aan die van het ene actieve deelsysteem. Voor het geval van geen redundantie geldt dus $R_S = R_1$.

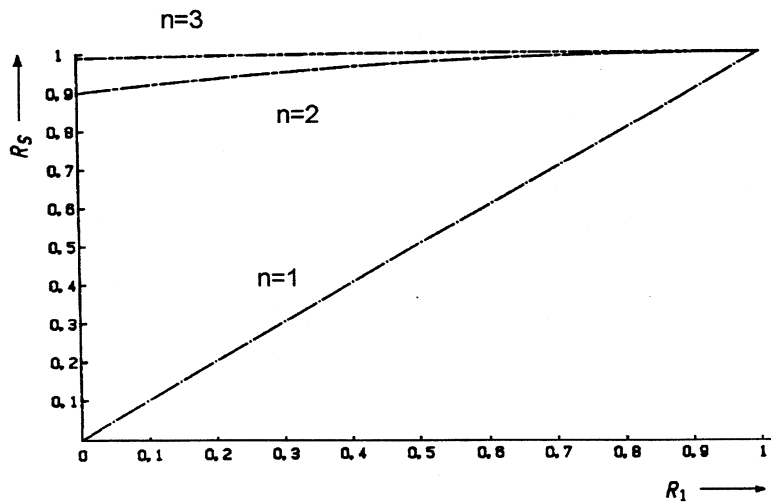
Voor een systeem met dit ene actieve deelsysteem en waarvan er één tot twee in stand-by redundantie beschikbaar zijn, kan de bedrijfszekerheid ook bepaald worden. Er wordt hierbij vanuit gegaan dat als het actieve deelsysteem D_1 faalt, dit tijdelijk wordt vervangen door een stand-by deelsysteem. Na reparatie van het deelsysteem D_1 wordt dit weer in de plaats van een tijdelijk in bedrijfgesteld deelsysteem D_2 of D_3 , gezet. In Fig. 3.8 is de systeembedrijfszekerheid R_S als functie van de bedrijfszekerheden van het actieve D_1 en de in stand-by beschikbare deelsystemen D_2 en D_3 , gegeven. Gesteld is dat de stand-by deelsystemen D_2 en D_3 een tien maal zo kleine kans op falen bezitten als dat van het actieve deelsysteem D_1 . Dit is een redelijke veronderstelling doordat de gebruiksduur ervan beperkt is en de mogelijkheden tot reparatie en onderhoud volop aanwezig zijn. De bedrijfszekerheid R_2 en R_3 van de stand-by deelsystemen is:

$$R_2 = R_3 = 1 - 0,1 \cdot (1 - R_1)$$

Dit betreft configuraties met al dan geen in stand-by redundante deelsystemen. Bij $n = 1$ is alleen systeem D_1 beschikbaar, bij $n = 2$ is er 1 deelsysteem stand-by en bij $n = 3$ zijn er 2 redundante deelsystemen stand-by.

In deze figuur is te zien dat een erg hoge bedrijfszekerheid kan worden bereikt, maar dit is mede afhankelijk van:

- de mate van onderhoud van de niet in bedrijf zijnde deelsystemen;
- de bedrijfszekerheid van het schakelmechanisme en hierdoor kan de systeembedrijfszekerheid sterk worden beperkt.



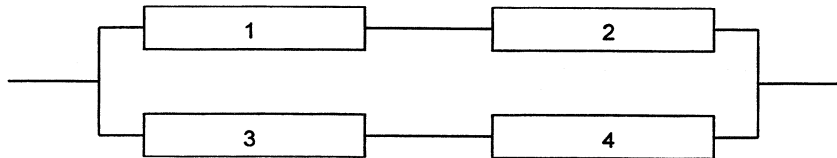
Figuur 3.8: Systeembedrijfszekerheid R_S als functie van de bedrijfszekerheden van het actieve deelsysteem.

3.6 Combinaties van Serie- en parallelschakelingen

Bij de tot nu toe beschouwde schakelingen was de positie van de gefaalde deelsystemen in een systeem niet van invloed op de systeembedrijfszekerheid. Door het definiëren van het falen van een systeem als functie van het falen van de deelsystemen kunnen combinaties van serie- en parallelschakelingen ontstaan. Als voorbeelden worden hier het parallel- seriesysteem en het serie- parallelsysteem aan de hand van een voorbeeld behandeld.

3.6.1 Het parallel-seriesysteem

Als voorbeeld wordt hier weer de flensverbinding genomen en indien geen ontoelaatbare lekkage optreedt als twee tegenover elkaar geplaatste boutverbindingen nog functioneren.



Figuur 3.9: *Parallel-serieschakeling in een systeem.*

De bedrijfszekerheid van de in Fig. 3.9 schakeling kan worden berekend door eerst de bedrijfszekerheid van de in seriegeschakelde deelsystemen, te berekenen.

De bedrijfszekerheid van de 2 in seriegeschakelde deelsystemen is:

$$R_{12} = R_1 \cdot R_2 \quad (3.18)$$

$$R_{34} = R_3 \cdot R_4 \quad (3.19)$$

De bedrijfszekerheid van de parallelgeschakelde gecombineerde deelsystemen is:

$$R_S = 1 - (1 - R_{12}) \cdot (1 - R_{34})$$

Voor identieke deelsystemen met een bedrijfszekerheid R_D geldt:

$$R_S = 1 - (1 - R_D^2)^2 = 2 \cdot R_D^2 - R_D^4 \quad (3.20)$$

Dit zelfde resultaat kan worden verkregen door de flensverbinding als een *r uit n* systeem op te vatten. Er geldt dan wel de beperking dat als er nog slechts 2 boutverbindingen functioneren dit slechts op 2 manieren kan en niet op 6 manieren. In het onderstaande voorbeeld is dit uitgewerkt.

Gegeven:

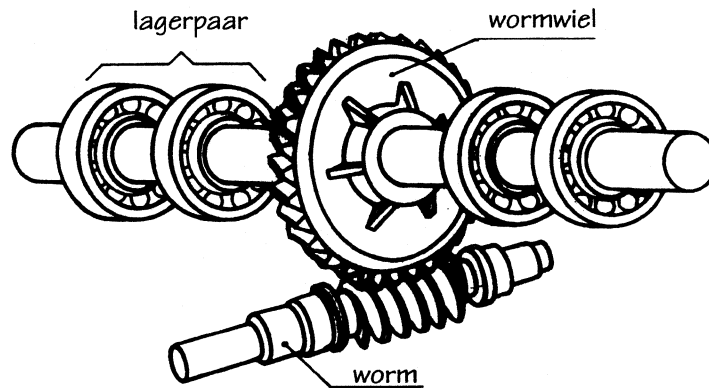
bedrijfszekerheid van één boutverbinding	R_D	
aantal deelsystemen dat moet functioneren	r	$= 2$

Gevraagd:

de systeembedrijfszekerheid	R_S	
kans dat 4 v.d. 4 functioneren:	$P_{4.v.d.4} = 1 \cdot R_D^4 \cdot (1 - R_D)^0 = R_D^4$	
kans dat 3 v.d. 4 functioneren:	$P_{3.v.d.4} = 4 \cdot R_D^3 \cdot (1 - R_D)^1 = -4 \cdot R_D^4 + 4 \cdot R_D^3$	
kans dat 2 v.d. 4 functioneren:	$P_{2.v.d.4} = 2 \cdot R_D^2 \cdot (1 - R_D)^2 = 2 \cdot R_D^4 - 4 \cdot R_D^3 + 2 \cdot R_D^2$	
kans dat 2 uit 4 functioneren:	$R_{2.u.4} = -R_D^4 + 2 \cdot R_D^2$	

3.6.2 Het serie-parallelsysteem

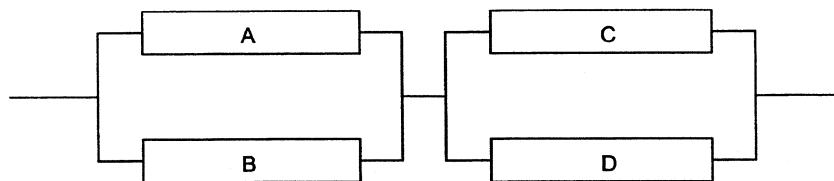
Als voorbeeld wordt hier weer een lagering van een wormwiel genomen en deze lagering is uitgevoerd, zoals is getekend in Fig. 3.10. De lagering bestaat uit twee lagerparen, elk aan één kant van het wormwiel.



Figuur 3.10: *Lagering van een wormwiel.*

In dit voorbeeld wordt de faalvorm **ontoelaatbare speling** beschouwd. De lagering is gefaald als aan één kant of aan beide kanten van het wormwiel, ontoelaatbare speling in een lagerpaar is opgetreden.

De schakeling voor ontoelaatbare speling is een serie-parallelschakeling en deze is schematisch afgebeeld in Fig. 3.11



Figuur 3.11: *Serie-parallelschakeling in een systeem.*

De bedrijfszekerheid van de in Fig. 3.11 getekende schakeling kan worden berekend door eerst de bedrijfszekerheid van de in parallelgeschakelde deelsystemen, te berekenen.

De bedrijfszekerheid van de 2 in parallelgeschakelde deelsystemen is:

$$R_{ab} = 1 - (1 - R_a) \cdot (1 - R_b) \quad (3.21)$$

$$R_{cd} = 1 - (1 - R_c) \cdot (1 - R_d) \quad (3.22)$$

De bedrijfszekerheid van de seriegeschakelde gecombineerde deelsystemen is:

$$R_S = R_{ab} \cdot R_{cd}$$

Voor identieke deelsystemen met een bedrijfszekerheid R_D geldt:

$$R_S = (1 - (1 - R_D)^2) \cdot (1 - (1 - R_D)^2) \quad (3.23)$$

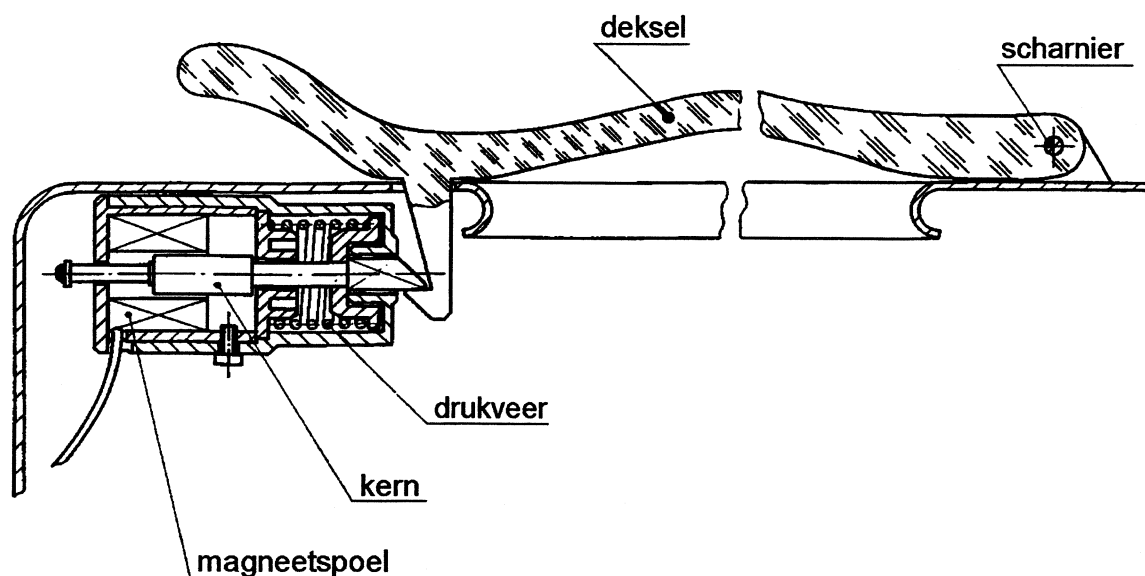
3.7 Systemen met fail-safe concepten en beveiligingen

De opbouw van systemen met fail-safe concepten en beveiligingen is zodanig dat bij falen ervan geen onveilige toestand of onherstelbare schade optreedt, ook al kan het systeem zijn vereiste functie niet meer vervullen. Bij een trein b.v. zal als de elektriciteit uitvalt de trein remmen en tot stilstand gebracht worden. Stilstand is in dat geval de meest veilige situatie. Bij een auto is dit niet zo, omdat bij plotseling remmen een gevaarlijke situatie kan ontstaan.

Voorbeelden van beveiligingsconstructies zijn :

- een *centrifugaalrem*, die een onbelaste seriemotor boven een bepaald toerental afremt en schade aan de motor voorkomt;
- *vangmechanismen* in liftinstallaties, die bij kabelbreuk de lift opvangen;
- *overbelastingsmechanismen*, die voorkomen dat bij overbelasting een kwetsbaar onderdeel onherstelbaar wordt beschadigd.

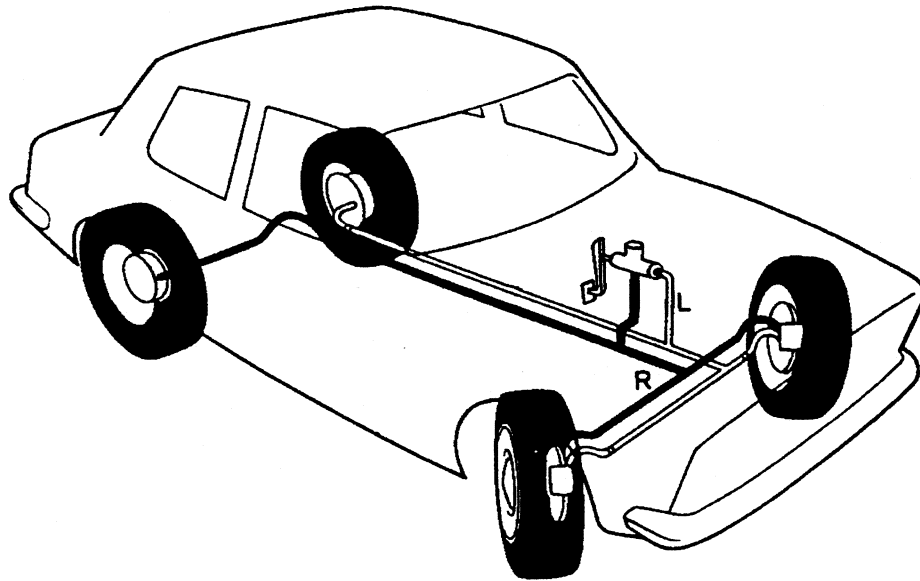
Een toepassing van een constructie die *fail-safe is*, voor wat betreft het falen van de elektromagneet is in Fig. 3.12 gegeven. In deze afbeelding is een bewegingsmechanisme van een centrifugedeksel getekend. Bij het falen van de elektromagneet ontstaat geen gevaarlijke toestand omdat het deksel gesloten blijft. Indien in plaats van een drukveer een trekveer was toegepast, dan zou de elektromagneet de functie van het sluiten van de deksel hebben en zou bij het falen van de magneet een gevaarlijke toestand ontstaan.



Figuur 3.12: *Fail-safe constructie.*

3.8 Systemen met detectie en reparatiemogelijkheden

Indien er in een systeem de mogelijkheid is om het falen van een deelsysteem te signaleren en daarna actie te ondernemen, dan kan daardoor ook een erg hoge bedrijfszekerheid worden bereikt. Als voorbeeld wordt het gescheiden remsysteem van een auto genomen en de systeemopbouw hiervan is zodanig dat als één van beide systemen faalt het remmen nog steeds mogelijk is. In Fig. 3.13 een schematische tekening van een gescheiden remsysteem gegeven en hierin is het linkerremsysteem met L en het rechter met R , aangegeven.



Figuur 3.13: *Safe life constructie d.m.v. een gescheiden remsysteem.*

Faalt één van beide deelsystemen dan moet de bestuurder een signalering krijgen. De bestuurder zal dit ook merken aan het ongelijk remmen van de auto en zal het defecte deelsysteem kort daarna moeten laten repareren. Bij een gescheiden remsysteem, is de kans dat het ene deelsysteem faalt in de periode direct na het onverhoopt falen van het andere systeem, zeer klein. Dit is wettelijk vereist, omdat de gevolgen van niet kunnen remmen dramatisch kunnen zijn en de fabrikant bovendien hiervoor aansprakelijk is.

De kans op falen van het gescheiden remsysteem is gelijk aan de kans dat zowel het linkersysteem L als het rechtersysteem R faalt. Bij signalering na het falen van één van beide deelsystemen dient direct daarna het remsysteem gerepareerd te worden. De kans dat een deelsysteem faalt in de periode Δt tussen het optreden van het falen van één deelsysteem en de reparatie, wordt aangegeven door $P(\bar{R}|\bar{L})$ of $P(\bar{L}|\bar{R})$ en dit is in Fig. 3.14 geïllustreerd voor het geval dat het deelsysteem R faalt in de periode Δt na het falen van L .

De kans op **niet remmen** is bij onderling onafhankelijke deelsystemen:

$$P(\bar{L} \cap \bar{R}) = P(\bar{L}|\bar{R}) \cdot P(\bar{R}) \quad \text{of} \quad P(\bar{R}|\bar{L}) \cdot P(\bar{L}) \quad (3.24)$$

Rekenvoorbeeld 3.e

Als illustratie van de verhoging van de bedrijfszekerheid bij een zodanige systeemopbouw wordt een auto met een gescheiden remsysteem behandeld.

Stel dat voor dit remsysteem geldt dat de kans op het falen van:

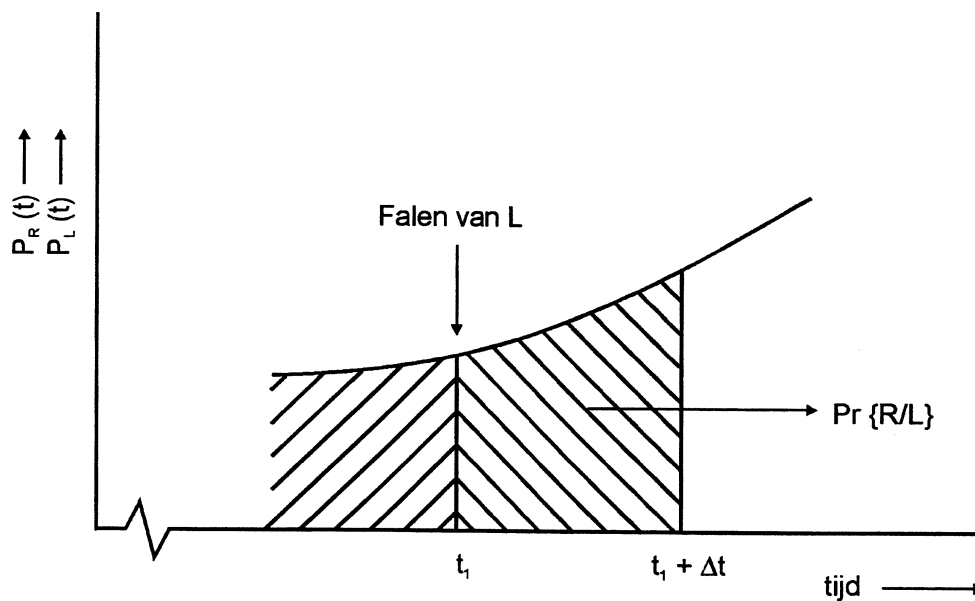
$$L = 1 \cdot 10^{-4};$$

$$L \text{ in de periode } \Delta t \text{ na het falen van } R \text{ is } P(\bar{L}|\bar{R}) = 1 \cdot 10^{-8};$$

$$R \text{ in de periode } \Delta t \text{ na het falen van } L \text{ is } P(\bar{R}|\bar{L}) = 1 \cdot 10^{-8}.$$

De kans op "niet remmen" in de periode dat één van beide deelsystemen gefaald is wordt met de onderstaande uitdrukking berekend, en wel:

$$P(\bar{L}|\bar{R}) \cdot P(\bar{R}) = P(\bar{R}|\bar{L}) \cdot P(\bar{L}) = 1 \cdot 10^{-12}$$



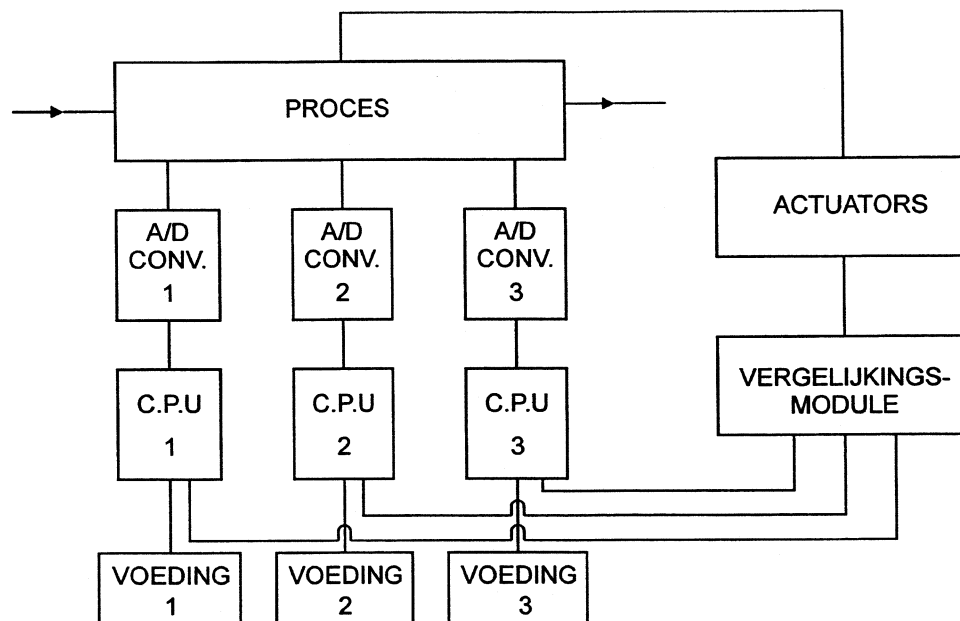
Figuur 3.14: *Kans op niet remmen in het tijdsinterval Δt na het falen van één van de deelsystemen.*

De veiligheid van dit redundante systeem is erg hoog, indien direct ingegrepen wordt na het falen van één van beide deelsystemen.

3.9 Algemene opmerkingen over redundantie

Redundantie geeft bij lage faalkansen een erg hoge bedrijfszekerheid, maar bij hoge faalkansen en geen mogelijkheden tot ingrijpen, is het effect van redundantie minder, of zelfs te verwaarlozen.

In veel constructies is het vaak moeilijk om geheel onafhankelijk van elkaar werkende deelsystemen te vinden. In het remsysteem geldt dit b.v. niet voor het rempedaal en een dubbel rempedaal zou een auto niet veiliger maken. Verder zijn soms extra voorzieningen nodig om een systeem redundant te maken, zoals een extra koppeling voor het geval van twee aandrijfmotoren i.p.v. één motor, of een detectiesysteem om het falen van een deelsysteem te signaleren. Faalt een systeem door bezwijken, dan is het signaleren van falen erg eenvoudig. Er zijn echter ook systemen, vooral elektronische, waarbij het signaleren van falen minder eenvoudig is. Een voorbeeld hiervan is een procescomputer met drie aparte verwerkingseenheden, zoals in Fig. 3.15 schematisch is weergegeven. Bij zo'n systeem wordt gewoonlijk door onderlinge vergelijking met een testprogramma onderzocht welk verwerkingssysteem niet goed functioneert.

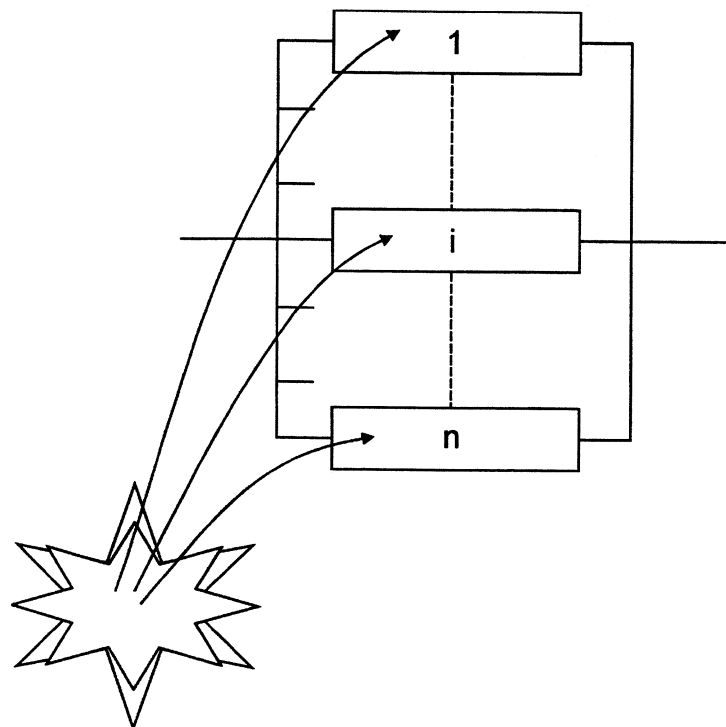


Figuur 3.15: Drievoudig uitgevoerd regelsysteem met detectie- en vergelijkmogules.

Bij het ontwerpen van systemen met redundantie moet de ontwerper bedacht zijn op de zogenaamde "**common mode failures**", wat het vrijwel tegelijk falen van een aantal deelsystemen inhoudt. Dit is schematisch in Fig. 3.16 aangeduid. "Common mode failures" treden vaak onverwacht op en zijn afhankelijk van de faalvorm.

Bij de flensverbinding zou een "common mode failure": het tegelijkertijd falen van de boutverbindingen door corrosie, kunnen zijn. Bij het falen van één boutverbinding ten gevolge van corrosie zullen de andere bouten snel volgen, omdat zij ook gecorrodeerd zijn.

Bij een aantal parallel geschakelde operationele versterkers kan de faalvorm: "kortsluiting" een "common mode failure" zijn, maar voor de faalvorm: "open verbinding" in één van de versterkers hoeft dit niet zo te zijn.



Figuur 3.16: *Schematische afbeelding van "common mode failures".*

3.10 Oefenopgaven

3.10.1 Vastlopen van een wormwiellagering

- Gegeven:

Een as is gelagerd op vier lagers zoals in Fig. 3.17 is getekend. Er moet worden nagegaan hoe groot de kans op vastlopen van één of meer lagers is.

Gegevens over het vastlopen van lagers:

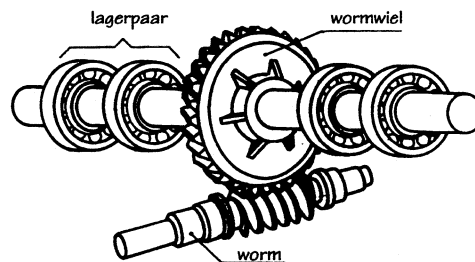
- De tijd tot het vastlopen van het eerste lager is normaal verdeeld met parameters:
 $\mu_1 = 10000 \text{ uur}$ $\sigma_1 = 2000 \text{ uur}$
- De tijd tot het vastlopen van de tweede lager is uniform verdeeld met parameters:
 $a = 4000 \text{ uur}$ $b = 54000 \text{ uur}$
- De tijd tot het vastlopen van het derde lager is Weibullverdeeld met parameters:
 $\gamma = 4500 \text{ uur}$ $\eta = 7000 \text{ uur}$ $\beta = 2$
- De tijd tot het vastlopen van het vierde lager is exponentieel verdeeld met een faalt tempo:
 $\lambda = 4 \cdot 10^{-6} / \text{uur}$.

- Gevraagd:

- bepaal R_1, R_2, R_3 en R_4 na 5000 uur van ieder afzonderlijk lager;
- bepaal R_s na 5000 uur van de totale lagering, voor de faalvorm vastlopen.

- Antwoorden:

- $R_1 = 0,9938, R_2 = 0,98, R_3 = 0,9949, R_4 = 0,9802$
- $R_{tot} = 0,9498$



Figuur 3.17: Lagering van een wormwiel.

3.10.2 Onacceptabele speling in een wormwiellagering

- Gegeven:

Een as is gelagerd op vier lagers zoals in Fig. 3.17 is getekend.

De tijd tot 'te grote speling' in een lager is Normaal verdeeld met parameters:

$$\mu = 9000 \text{ uur} \quad \sigma = 2000 \text{ uur}$$

- Gevraagd:

- a. De kans R_l dat de speling in een lager na 5000 *uur* niet te groot wordt.
- b. De soort schakeling van lagers in het lagersysteem.
- c. De kans F_S dat de speling in de lagering na 5000 *uur* te groot is.

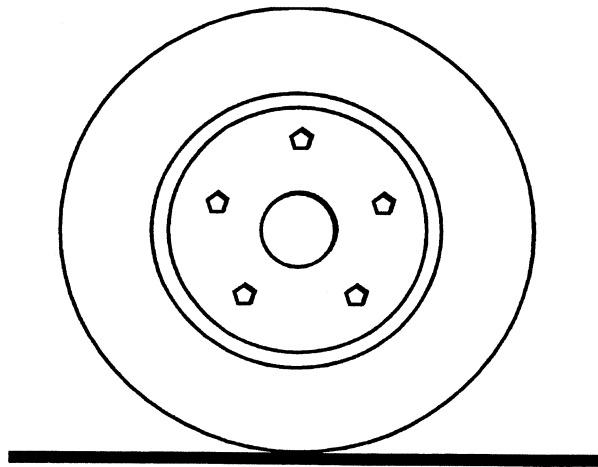
- Antwoorden:

- a. $R_l(5000) = 0.977250$
- b. Teken een blokschema voor de faalvorm "te grote speling"
- c. $F_S(5000) = 1,035 \cdot 10^{-3}$

3.10.3 Wielbevestiging met 5 bouten

- Gegeven:

Een wiel is bevestigd met vijf bouten zoals hieronder is aangegeven:



Figuur 3.18: *Wielbevestiging met 5 boutverbindingen.*

Het aantal kilometers tot losraken van één bout volgt een Weibullverdeling met parameters:
 $\gamma = 100.000 \text{ km}$ $\eta = 500.000 \text{ km}$ $\beta = 2$

Veilig rijden met deze verbinding van een wiel is mogelijk indien het wiel met drie of meer bouten is bevestigd.

- Gevraagd:

- a. De kans $F_b(150000)$ op falen van een bout tot 150.000 *km*.
- b. De kans $R_w(150000)$ op niet falen tot 150.000 *km* van één wielbevestiging.
- c. De kans $R_S(150000)$ dat tot 150.000 *km* geen enkel wiel, van een auto met vier wielen, is losgeraakt.

- Antwoorden

- a. $F_b(150000) = 1 - 0,99005 = 0,01$
- b. $R_w(150000) = 0,999990$
- c. $R_S(150000) = 0,999961$

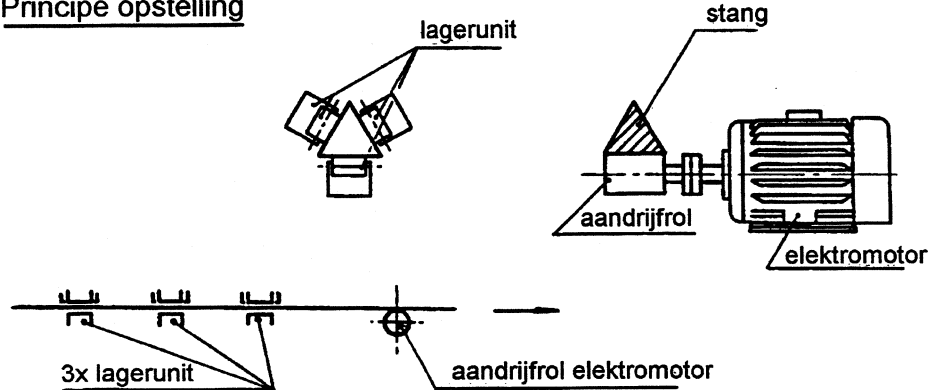
3.11 Oude tentamen opgaven

3.11.1 Opgave 1, Bewegingsmechanisme

Een bewegingsmechanisme wordt door een elektromotor aangedreven, zoals in de onderstaande schets is aangegeven. De stang met driehoekige doorsnede en de uitgaande as van de elektromotor zijn door middel van een wrijvingsoverbrenging met elkaar verbonden. De stang met driehoekige doorsnede is in langsrichting op drie plaatsen gelagerd (zie principe schets). De beschouwde faalvormen van de lagers zijn:

- vastlopen
- het optreden van een te grote speling door een toevallige fout, waardoor ontoelaatbare slijtage binnen een korte tijd optreedt

Principe opstelling



Gegevens over de faalvormen van een lagerunit, waarvan de tijden tot optreden van de faalvormen Weibull verdeeld zijn:

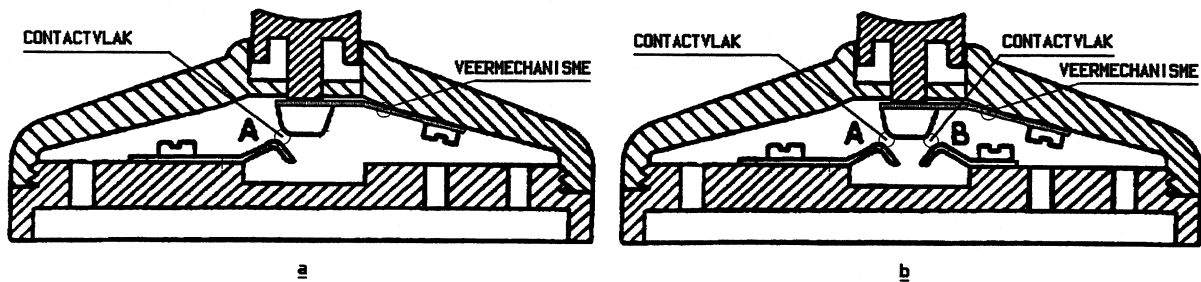
vastlopen van een lager	optreden van ontoelaatbare slijtage door een toevallige oorzaak
$\gamma = 10\,000$ uur	$\gamma = 0$ uur
$\theta = 16\,000$ uur	$\eta = 0.2 \cdot 10^6$ uur
$\beta = 3$	$\beta = 1$

Gevraagd.

- 1.1 Geef voor elk van de faalvormen aan in welke schakeling de lagers staan.
- 1.2 De kans P_v op het vastlopen van het mechanisme na 12 000 uur.
- 1.3 De kans P_s op optreden van te grote speling in het mechanisme na 12 000 uur.
- 1.4 De totale kans P_f op falen van het mechanisme als aangenomen wordt dat beide faalvormen stochastisch onafhankelijk zijn.

3.11.2 Opgave 2, Drukschakelaar

Een apparaat is uitgevoerd met een aantal drukschakelaars met één enkel schakelcontact (A), zie figuur 3.19a. Het type is gekozen vanwege de eenvoud van de constructie en de lage aanschafprijs. De bedrijfszekerheid van dit type schakelaar is matig.



Figuur 3.19: a. Drukschakelaar met één contactveer (A), b. drukschakelaar met twee contactveren (A) (B)

Echter in het ontwerp van het apparaat worden bepaalde eisen gesteld aan de bedrijfszekerheid van de gebruikte schakelaars. U moet deze bedrijfszekerheid analyseren en hebt de schakelaars getest in een proefopstelling. De gegevens van de verdelingsfunctie voor de gevonden faalvormen is hieronder gegeven.

Gegevens

- Het aantal malen schakelen tot falen van het veermechanisme is **Normaal verdeeld** met:
 - een verwachting van $\mu = 1 \cdot 10^4$ aantal malen schakelen
 - een standaardafwijking van $\sigma = 3 \cdot 10^3$ aantal malen schakelen.
- Het aantal malen schakelen tot falen van het contactvlak is **Weibull verdeeld** met:
 - $\gamma = 1.2 \cdot 10^3$ aantal malen schakelen
 - $\eta = 4.0 \cdot 10^3$ aantal malen schakelen
 - $\beta = 2$

Gevraagd:

- 2.1 Wat is voor de schakelaar van 1a de kans dat het veermechanisme faalt binnen $1.5 \cdot 10^3$ aantal malen schakelen.
- 2.2 Wat is voor de schakelaar van 1a de kans dat het contactvlak faalt binnen $1.5 \cdot 10^3$ aantal malen schakelen.
- 2.3 Wat is voor de schakelaar van 1a de kans dat één van beide faalmechanismen optreedt binnen $1.5 \cdot 10^3$ aantal malen schakelen. Hierbij kan aangenomen worden dat de faalmechanismen onderling onafhankelijk zijn.

Stel dat de bedrijfszekerheid te laag wordt bevonden en verhoogd wordt door in elke schakelaar van twee identieke functies "contact maken" (A) en (B) (zie figuur 3.19b) te voorzien, elk met bovengenoemde specificaties. Er mag weer worden uitgegaan van dat de faalmechanismen onderling onafhankelijk functioneren.

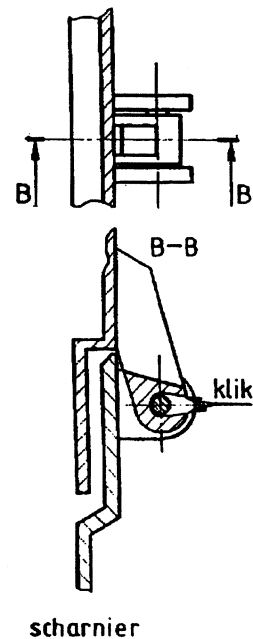
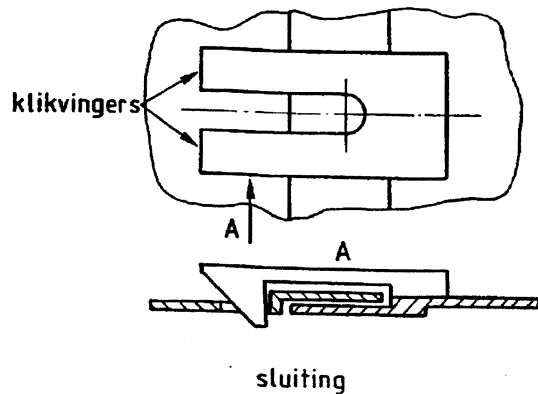
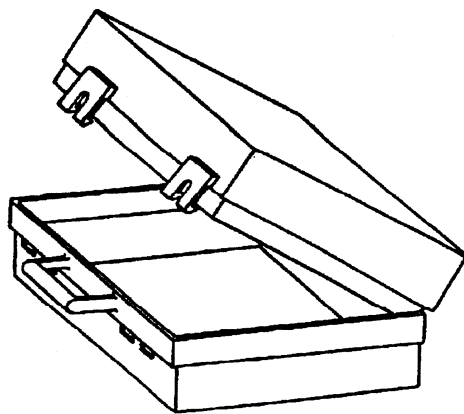
- 2.4 Wat wordt nu voor de schakelaar van 1b de kans dat deze binnen $1.5 \cdot 10^3$ aantal malen schakelen faalt ten gevolge van een falend contactvlak.
- 2.5 Wat wordt nu voor de schakelaar van 1b de totale kans op falen binnen $1.5 \cdot 10^3$ aantal malen schakelen.
- 2.6 Geef schematisch het systeem weer (d.w.z. het geheel van schakelingen) waarvoor in vraag 2.5 de faalkans is berekend. Wat zijn de twee basisschakelingen. Noem de namen en geef indien aanwezig in de schematische weergave duidelijk aan waar ze voorkomen.

3.11.3 Opgave 3: Koffersluiting

Een kunststof koffer weergegeven in onderstaand figuur, is uitgevoerd met een tweetal sluitingen, die zijn uitgevoerd in de vorm van een dubbele klikvinger. De twee kofferhelften zijn op twee plaatsen met behulp van een kunststof (klik-) scharnier met elkaar verbonden. Op deze kunststof koffer is een bedrijfszekerheidsanalyse uitgevoerd, waaruit een tweetal faalvormen naar voren zijn gekomen.

De twee beschouwde onafhankelijke faalvormen zijn:

- Ontoelaatbare slijtage van de klikvingers en de scharnieren.
- Breuk van de klikvingers.



Gegevens:

- Ontoelaatbare slijtage van de:
 - klikvinger
Uit de duurproeven is gebleken dat ontoelaatbare slijtage optreedt nadat drie van de vier klikvingers teveel slijtage vertonen, waardoor het produkt niet meer naar behoren kan functioneren. De afvalfractie van één klikvinger kan beschreven worden met behulp van een Weibullverdeling met de onderstaande parameters:
 - * Locatieparameter $\gamma = 0$ uur.
 - * Schaalparameter $\eta = 0.15 \cdot 10^5$ uur.
 - * Vormparameter $\beta = 2.5$
 - scharnier
Het produkt faalt nadat één van beide scharnieren teveel slijtage gaat vertonen. Het verloop van het slijtageproces van één scharnier blijkt normaal verdeeld te zijn met de onderstaande parameters:
 - * Gemiddelde $\mu = 7000$ uur.
 - * Standaard afwijking $\sigma = 2000$ uur.
- Breuk klikvinger
Wanneer één van beide sluitingen faalt, dan faalt het gehele produkt in zijn functioneren. Falen van een sluiting betekent het falen van de beide klikvinger waarmee de sluiting is uitgevoerd. Het breukgedrag van de klikvinger blijkt een exponentiële verdeling te volgen met een $\lambda = 5 \cdot 10^{-6}$ uur⁻¹.

Gevraagd:

- 3.1 Bepaal de bedrijfszekerheid van de kunststof koffer met betrekking tot de slijtage van de klikvingers voor het afsluiten van de koffer na een gebruiksduur van 10000 uur.
- 3.2 Bepaal de bedrijfszekerheid van de kunststofkoffer met betrekking tot de slijtage van de scharnieren na een gebruiksduur van 10000 uur.
- 3.3 Bepaal de bedrijfszekerheid van de kunststofkoffer met betrekking tot breuk van de klikvingers voor het afsluiten van de koffer na een gebruiksduur van 10000 uur.
- 3.4 Bepaal de totale bedrijfszekerheid van de kunststofkoffer met betrekking tot de slijtage van de klikvingers en het scharnier tezamen met het breken van de klikvingers na een gebruiksduur van 10000 uur. Hierbij mogen de verschillende faalmechanismen als volledig onafhankelijk van elkaar worden beschouwd.
- 3.5 Breng de voornoemde systemen (vragen 2.1 — 2.4) schematisch in beeld met behulp van een blokschema.

3.11.4 Antwoorden

Antwoord 1.1

vastlopen lager: serieschakeling
ontoelaatbare slijtage: parallelschakeling

Antwoord 1.2

Kans P op vastlopen van het lager:

$$R_v^t = 0.895 \quad P_v^t = 0.105$$

Antwoord 1.3

$$P_s^t = 0.010, \quad R_s^t = 0.99$$

Antwoord 1.4

$$R_f^t = 0.886, \quad P_f^t = 0.114$$

Antwoord 2.1

Falen veermechanisme is normaalverdeeld.

$$\mathcal{L} P(F_v) = 0.0023 = 0.23 \%$$

Antwoord 2.2

Falen contactvlak is Weibullverdeeld.

$$\mathcal{L} P(F_k) = 0.0056$$

Antwoord 2.3

$$\mathcal{L} P(F) = 0.007887$$

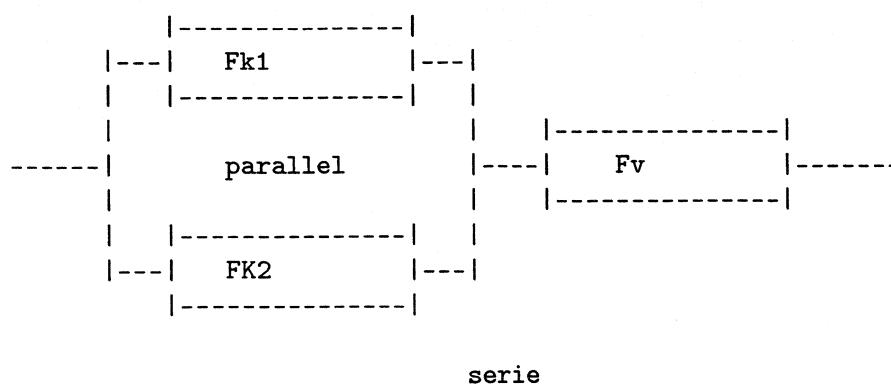
Antwoord 2.4

$$\mathcal{L} P(F_{kk}) = 3.146 \cdot 10^{-5}$$

Antwoord 2.5

$$\mathcal{L} P(F) = 0.002331$$

Uitwerking 2.6



Antwoord 3.1

Slijtage klikvingers (Weibull verdeeld):

$$P_r = 0.08701467, \quad R_r = 0.91298533$$

Antwoord 3.2

Slijtage kofferscharnier: (Normaal verdeeld):

$$R_{bs} = 0.0044632$$

Antwoord 3.3

Breuk klikvinger (Exponentieel verdeeld):

$$R_{bk} = 0.99524852, \quad P_{bk} = 0.00475148$$

Antwoord 3.4

Totale bedrijfszekerheid:

$$R_t = 0.00405548, \quad P_t = 0.99594452$$

Hoofdstuk 4

Het gebruik van waarschijnlijkheidspapier

4.1 Inleiding

Uitvalgegevens worden in de praktijk meestal op waarschijnlijkheidspapier verwerkt om grafisch de parameters van verdelingen en de uitvalpercentages van de populatie te schatten. Op dit papier wordt op de *horizontale-as de uitvaltijden* en op de verticale-as het uitvalpercentage van de *populatie*, geplot. Het gebruik van waarschijnlijkheidspapier kan worden beschouwd als een *grafische schatter* en de *voordelen* hiervan zijn:

- de uitvalgegevens grafisch gepresenteerd worden;
- fouten in het waarnemingsmateriaal direct zichtbaar worden;
- er geen ingewikkelde rekenprogramma's nodig zijn.

De *nadelen* zijn echter:

- de geringe nauwkeurigheid van het schatten;
- de afhankelijkheid van degene, die de resultaten verwerkt.

4.2 Het principe van waarschijnlijkheidspapier

Waarschijnlijkheidspapier is grafiekenpapier, waarbij voor een bepaalde statistische verdeling de horizontale-as en de verticale-as getransformeerd zijn en wel zodanig dat er voor deze statistische verdeling een *lineair* verband ontstaat tussen de plotposities van de uitvaltijden en de plotposities van de populatie. Aan de hand van een voorbeeld wordt dit principe toegelicht en daartoe worden de zeven uitvaltijden van onderdelen die exponentieel verdeeld zijn, met parameter $\lambda = 0,001$ eerst op lineaire schalen geplot. De uitvaltijden zijn gegeven in Tabel 4.1 en deze waarden zijn de plotposities op de horizontale-as (tijd-as). De plotposities van de schatting van de uitvalpercentages van de populatie worden met behulp van de β -verdeling(paragraaf 2.3.8) bepaald.

Tabel 4.1: Uitvaltijden van lagers in uren

273	481	584	644	850	1.772	2.378
-----	-----	-----	-----	-----	-------	-------

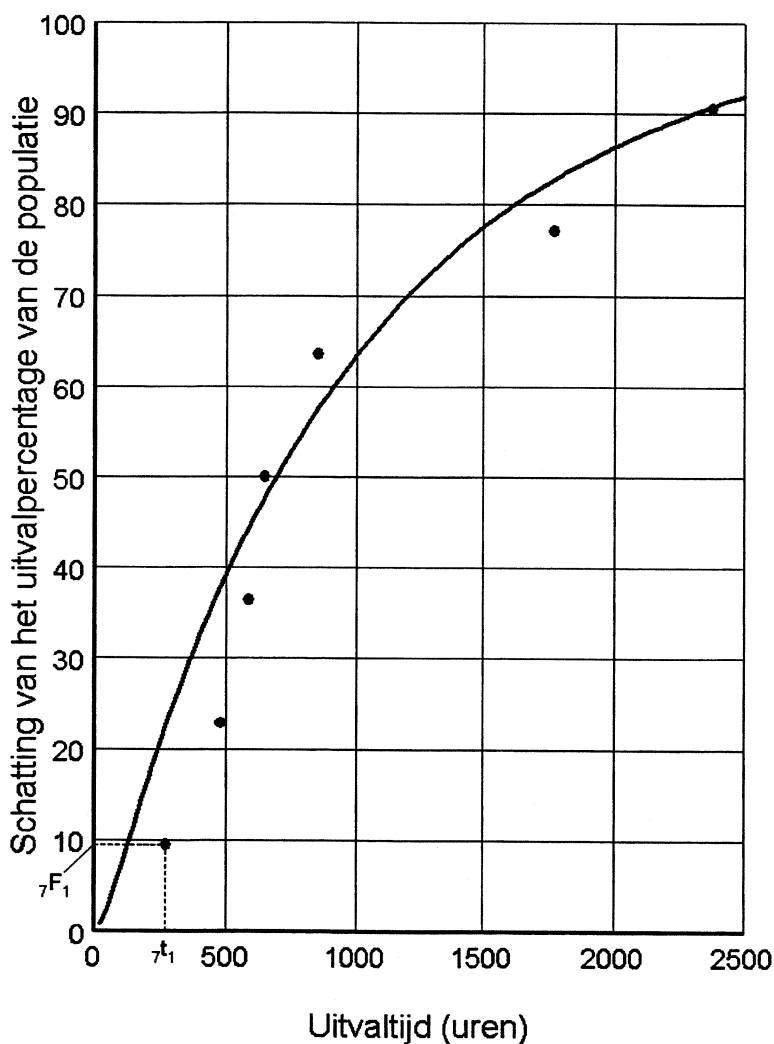
De plotposities van de eerste uitvaller zijn dus:

$$\text{uitvaltijd:} \quad \tau t_1 = 273 \text{ uur}$$

schatting van het uitval-

$$\text{percentage van de populatie} \quad {}_7F_1 = 9,46 \%$$

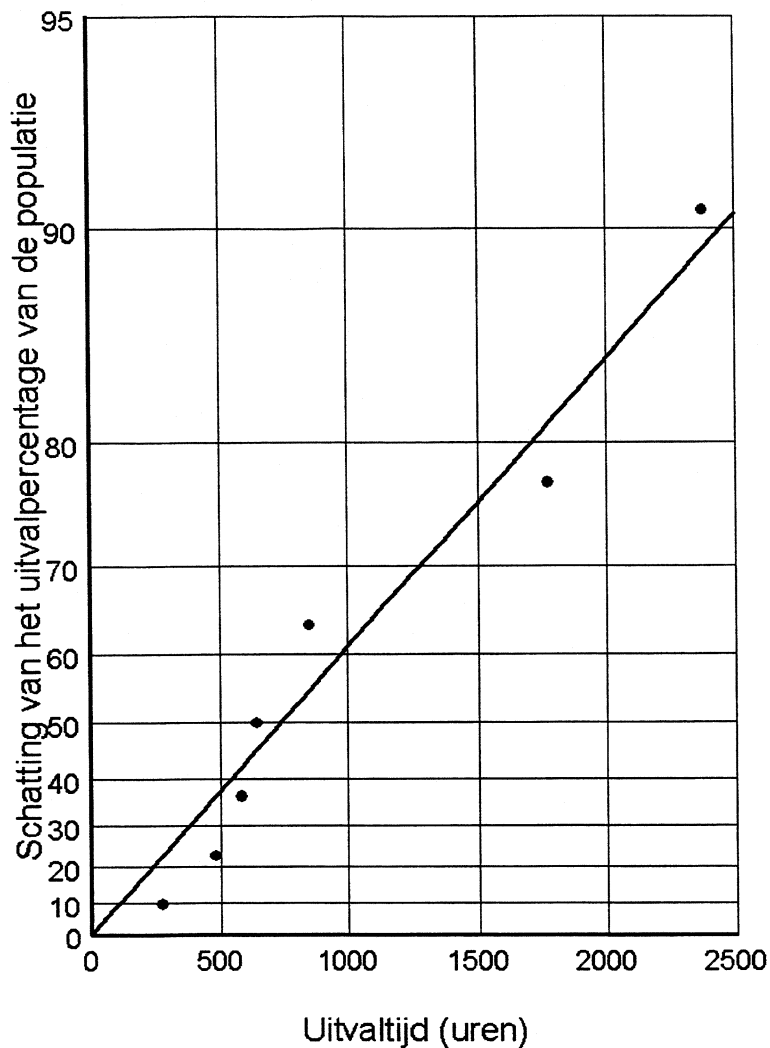
In Fig. 4.1 zijn alle uitvaltijden en de schattingen van de uitvalpercentages van de populatie geplot.



Figuur 4.1: *Plot van uitvalgegevens op lineaire schalen*

Het is mogelijk om een best passende kromme met vergelijking $y = 1 - e^{(-\lambda \cdot t)}$ te vinden, maar dat is een lastige opgave. Voor deze uitvaltijden is de best passende kromme: $y = 1 - e^{(-0,001 \cdot t)}$. Veel handzamer is om de assen te "transformeren" en formeel wordt dit uitgedrukt als:

de getransformeerde t en F waarden worden respectievelijk, $g_t(t)$ en $g_F(F)$.



Figuur 4.2: Plot van uitvalgegevens op waarschijnlijkheidspapier voor de exponentiële verdeling

Na een geschikte transformatie ontstaat er een rechte lijn, zoals in Fig. 4.2. Als voorbeeld wordt het plotten van uitvalgegevens uit een exponentiële verdeling genomen. De verdelingsfunctie $F(t)$ van de uitvaltijden is:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t}$$

en na de wiskundige bewerkingen

$$\ln(1 - F(t)) = -\lambda \cdot t$$

$$\ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right) = \lambda \cdot t \tag{4.1}$$

ontstaat er een lineair verband tussen de uitvaltijd t en een functie van de uitvalfractie van de populatie ${}_nF_j$ op het tijdstip t . De uitdrukking (4.1) kan ook geschreven worden als

$$g_F(F) = m \cdot g_t(t)$$

waarin:

$$g_F(F) = \ln \left(\frac{1}{1 - F(t)} \right), \quad g_t(t) = t$$

Bij het plotten van uitvalgegevens van producten, waarvan de uitvaltijden exponentieel verdeeld zijn, zal de best passende lijn door de waarnemingspunten een rechte lijn zijn. De richtingscoëfficiënt van deze is de grafische schatting van de parameter λ :

$$m = \lambda$$

Zoals in de inleiding al vermeld is, is het met waarschijnlijkheidspapier mogelijk om:

- na te gaan of het aangenomen type verdeling juist is;
- uitvalpercentages te schatten;
- de parameters van een kansverdeling te schatten.

Voor iedere kansverdeling is er waarschijnlijkheidspapier, maar de meest gebruikte zijn wel het papier voor de normale verdeling en de Weibullverdeling.

Voordat wordt ingegaan op het bepalen van de plotposities wordt een voorbeeld gegeven hoe waarschijnlijkheidspapier wordt gebruikt. Dit gebeurt door de uitvaltijden van lagers, die in een steekproef van beperkte omvang zijn bepaald, op één van de soorten waarschijnlijkheidspapier te plotten.

De waarden van de uitvaltijden van een lager uit een steekproef zijn in Tabel 4.2 gegeven.

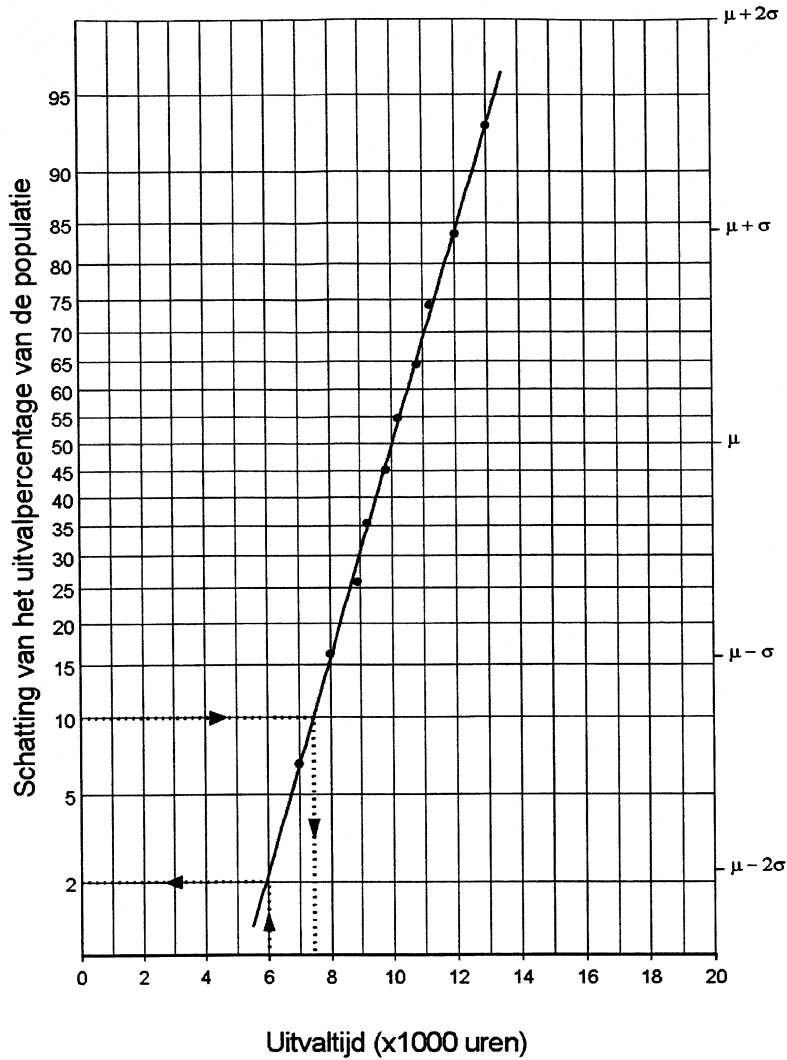
Tabel 4.2: Uitvaltijden van een lager in uren

7.000	8.000	8.900	9.200	9.800
10.200	10.800	11.200	12.000	13.000

Deze uitvaltijden zijn in Fig. 4.3 op waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling geplot. Bij het schatten van de uitvalfractie van de populatie ${}_nF_j$ wordt gebruik gemaakt van de bètaverdeling, die in hoofdstuk 2 is behandeld. Door de waarnemingen is een rechte lijn te trekken, wat de aanname dat de uitvaltijden normaal verdeeld zijn, rechtvaardigt. Het is nu ook mogelijk het uitvalpercentage na 6.000 uur te schatten en dit percentage is 2 % en eveneens de B_{10} levensduur, welke 7.500 uur is.

In Tabel 4.3 zijn andere waarden van uitvaltijden gegeven, in dit geval uniform verdeeld, en in Fig. 4.4 (op dezelfde manier als in Fig. 4.3) zijn deze op waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling, geplot.

Nu is duidelijk te zien dat door de waarnemingen uit de uniform verdeelde uitvaltijden geen rechte lijn is te trekken, indien deze op waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling worden geplot.



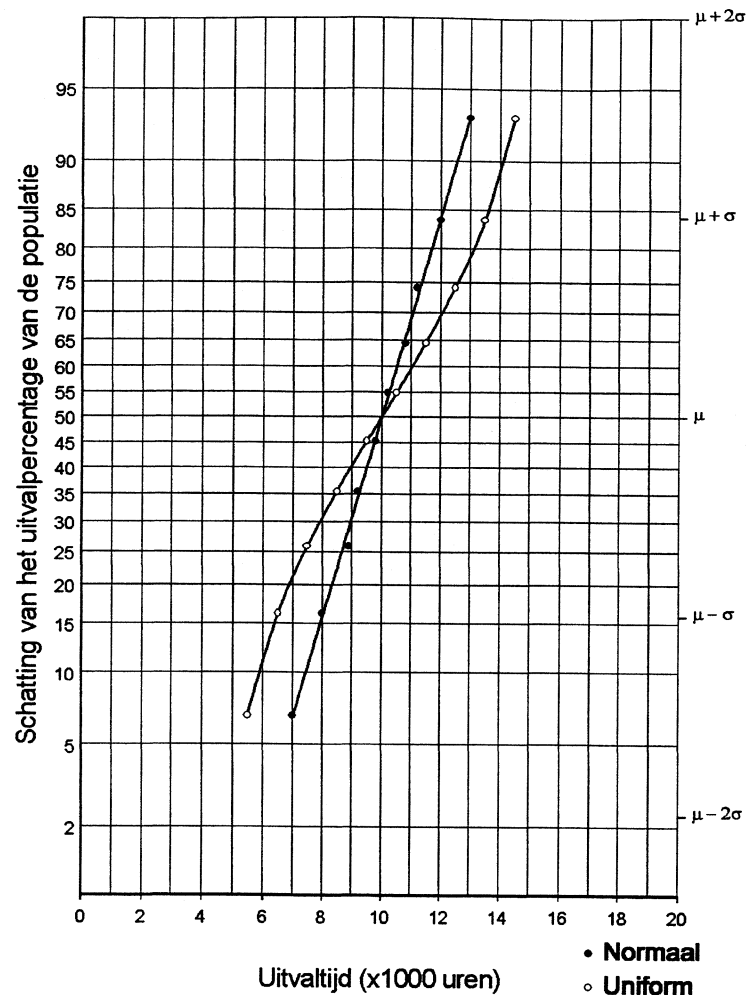
Figuur 4.3: *Uitvaltijden van lagers met een normale verdeling geplot op waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling.*

Tabel 4.3: Uniform verdeelde uitvaltijden in uren

5.500	6.500	7.500	8.500	9.500
10.500	11.500	12.500	13.500	14.500

4.3 Waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling

Het waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling heeft op de verticale as het uitvalpercentage van de populatie nF_j staan en op de horizontale as de grootte van de waarneming. Er bestaat geen analytische uitdrukking voor het uitvalpercentage als functie van de uitvaltijden. De verticale schaalverdeling is verkregen door gebruik te maken van de inverse van de verdelingsfunctie. De schaalverdeling voor de uitvaltijden is *lineair*.



Figuur 4.4: *Uitvaltijden van lagers uit een normale en uniforme verdeling geplot op waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling.*

4.4 Het Weibull papier

Doordat de Weibullverdeling zo flexibel is worden uitvalgegevens uit een populatie, waarvan het type verdeling onbekend is, vaak op dit papier geplot. Indien er een rechte lijn door de waarnemingen kan worden getrokken, dan is de Weibullverdeling bruikbaar voor het karakteriseren van de stochastische variabele.

De transformatie van de verdelingsfunctie en de uitvaltijden gaat uit van uitdrukking (2.42) voor de bedrijfszekerheidsfunctie $R(t)$:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}, \quad t > \gamma$$

De verdelingsfunctie $F(t)$, is:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}, \quad t > \gamma$$

Na de volgende wiskundige bewerkingen wordt een lineair verband tussen $\ln \ln 1/(1 - F(t))$ en $\ln(t - \gamma)$ verkregen.

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t - \gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

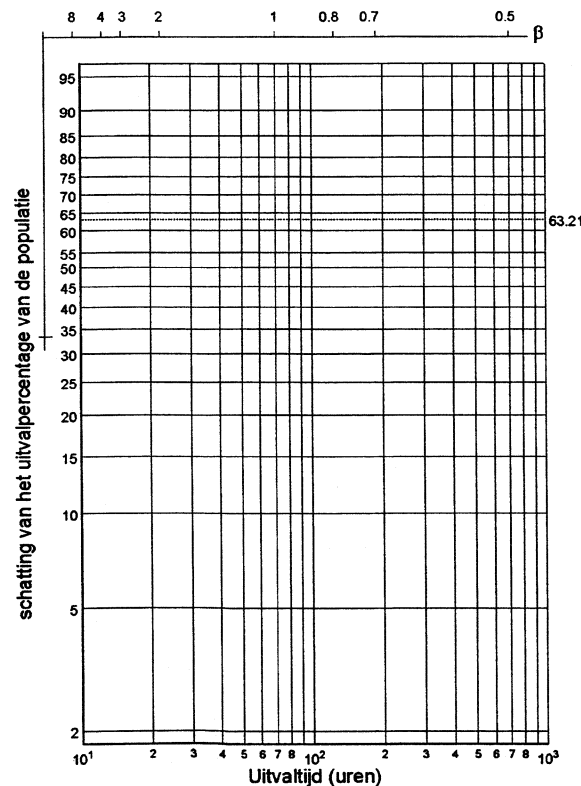
$$1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t - \gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

$$\frac{1}{1 - F(t)} = e^{\left(\frac{t - \gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

$$\ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right) = \left(\frac{t - \gamma}{\eta}\right)^\beta$$

$$\ln \ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right) = \beta \cdot \ln(t - \gamma) - \beta \cdot \ln \eta \tag{4.2}$$

Omdat de vormparameter β en de schaalparameter η constanten zijn voor een bepaalde kansverdeling, is er een lineair verband tussen de functie van $F(t)$ en de logaritme van $(t - \gamma)$. Indien $\gamma \neq 0$, dan moet deze geschat worden en dit is in paragraaf (4.8) beschreven. De schaalverdeling voor de uitvaltijden is *logaritmisch*.



Figuur 4.5: Weibull papier

4.5 Het plotten van uitvalgegevens

Het plotten van uitvalgegevens vraagt enige toelichting. Allereerst moeten de uitvalgegevens gerangschikt worden naar rangorde van uitval of grootte, zoals bij het bepalen van de treksterkte van een materiaal.

De uitvaltijden kunnen op de horizontale as rechtstreeks worden uitgezet op de lineaire of logaritmische schaal, afhankelijk van het soort waarschijnlijkheidspapier. Op de verticale as wordt de schatting van het uitvalpercentage van de populatie ${}_nF_j$ uitgezet. Hierbij moet bedacht worden dat de resultaten van een steekproef van een *geringe omvang* worden verwerkt.

Niet de uitvalfractie van de steekproef j/n ,

waarin: j - uitval rangnummer
 n - steekproefgrootte,

maar de *schatting voor de uitvalfractie van de populatie ${}_nF_j$* moet worden uitgezet. Bij het plotten van de resultaten van een steekproef met een geringe omvang, zal het plotten van de uitvalfractie van de steekproef tot grote afwijkingen leiden. Dit wordt geïllustreerd voor een steekproef met een omvang van 5 elementen waarin de uitvaltijden van de componenten zijn bepaald en deze zijn in Tabel 4.4 gegeven.

Tabel 4.4: Uitvaltijden in uren van 5 componenten

67	120	130	220	290
----	-----	-----	-----	-----

De hoogst bepaalde uitvaltijd in deze steekproef is 290 uur en bij het plotten van de uitvalfractie van de steekproef betekent dit dat na 290 uur 100 % van de populatie zou zijn uitgevallen. Dit is onwaarschijnlijk en bij vergroting van de steekproefomvang is de kans groot dat uitvaltijden boven de 290 uur worden gemeten. De fractie van de populatie, die na 290 uur nog zou kunnen uitvallen is zeker niet te verwaarlozen en deze moet met behulp van de statistiek worden bepaald.

Uit de resultaten van de steekproef kan alleen een schatting van het uitvalpercentage van de populatie worden verkregen waartoe de *bétaverdeling* wordt gebruikt. Bij het verwerken van de uitvalgegevens wordt voor iedere uitvaltijd t_j , die fractie van de populatie ${}_nF_j$ geplot, waarvan met 50 % zekerheid kan worden gesteld dat deze fractie is uitgevallen. Omdat het 0,5 kwantiel van een kansverdeling wordt aangeduid als de *mediaan*, wordt wel over de *mediane plotpositie* gesproken.

In Fig. 4.6 is de kansdichtheidsfunctie $p_F({}_9F_5)$ van de uitvalfractie van de populatie van de vijfde uitvaller uit een steekproef met een omvang van 9 elementen, getekend. De 0,05-, 0,50- en 0,95-kwantielen zijn respectievelijk 0,251, 0,5 en 0,749 en deze kunnen worden gevonden in de getabelleerde verdelingsfuncties van de betreffende *bétaverdeling*. Omdat in Fig. 4.6 de vijfde (middelste) uitvaller uit een steekproef met grootte 9 is genomen, is de verdeling van de uitvalfractie van de populatie ${}_9F_5$ symmetrisch en valt de verwachting samen met de mediaan. In Fig. 2.12 is echter te zien dat de verdeling van ${}_nF_j$ in het algemeen scheef is en de mediaan en de verwachting niet samenvallen. Een goede benadering (schatting) voor de mediane plotpositie is:

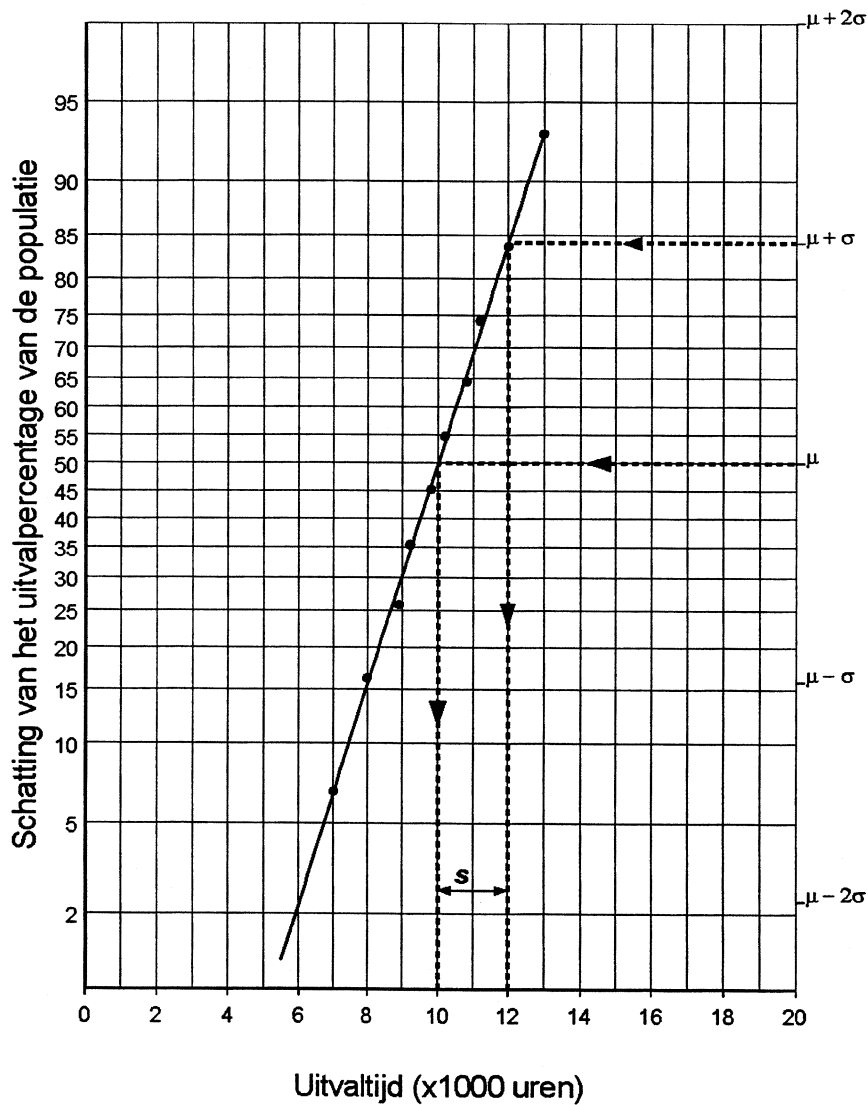
$${}_nF_j = \frac{j - 0,3}{n + 0,4} \quad (4.3)$$

4.6 Grafisch schatten van parameters

Het is mogelijk de parameters van een kansverdeling te schatten met behulp van het geschikte waarschijnlijkheidspapier, waarop dan in het algemeen hulpschalen zijn aangebracht voor het schatten van de parameters.

a Normaalpapier

In Fig. 4.7 zijn de waarden uit Tabel 4.2 nog eens geplott. Vervolgens wordt een "best passende" rechte lijn door de punten getrokken, als benadering van de verdelingsfunctie van de populatie.



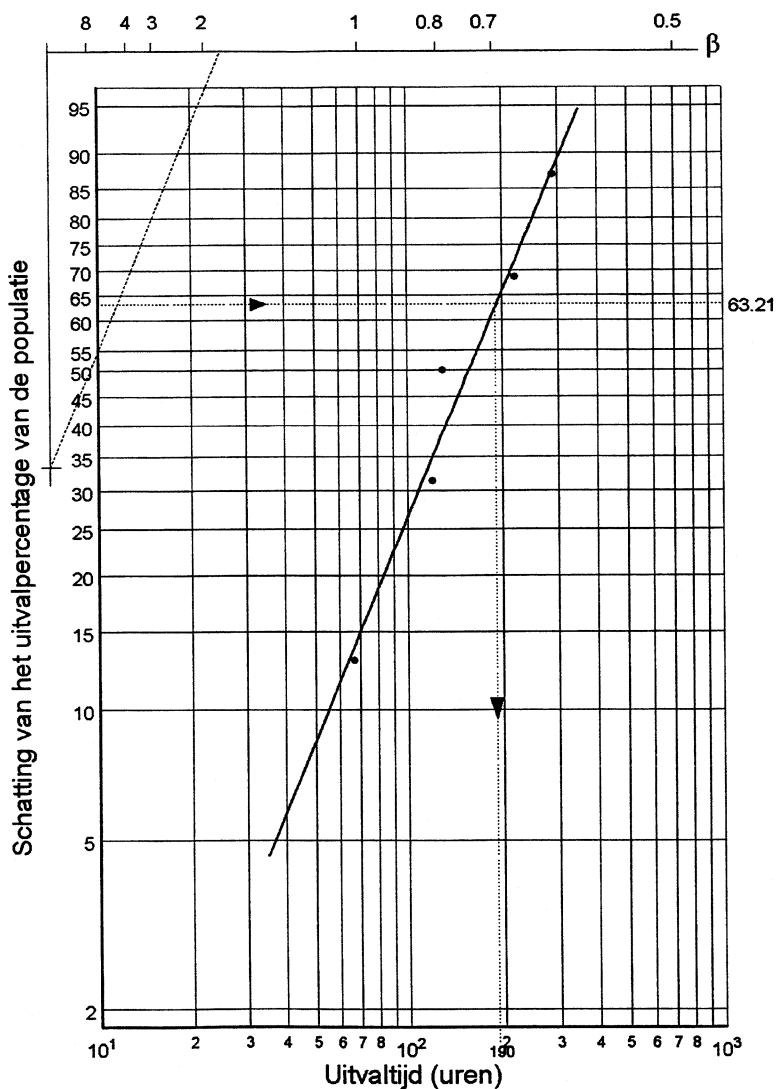
Figuur 4.7: Grafisch schatten van de parameters van een normaal verdeelde uitvaltijd

De schattingen van de parameters zijn:

gemiddelde	\bar{x}	=	10.000	(50 % punt)
standaardafwijking	s	=	2.000	(84,1 % punt - 50 % punt)

b. Weibull papier

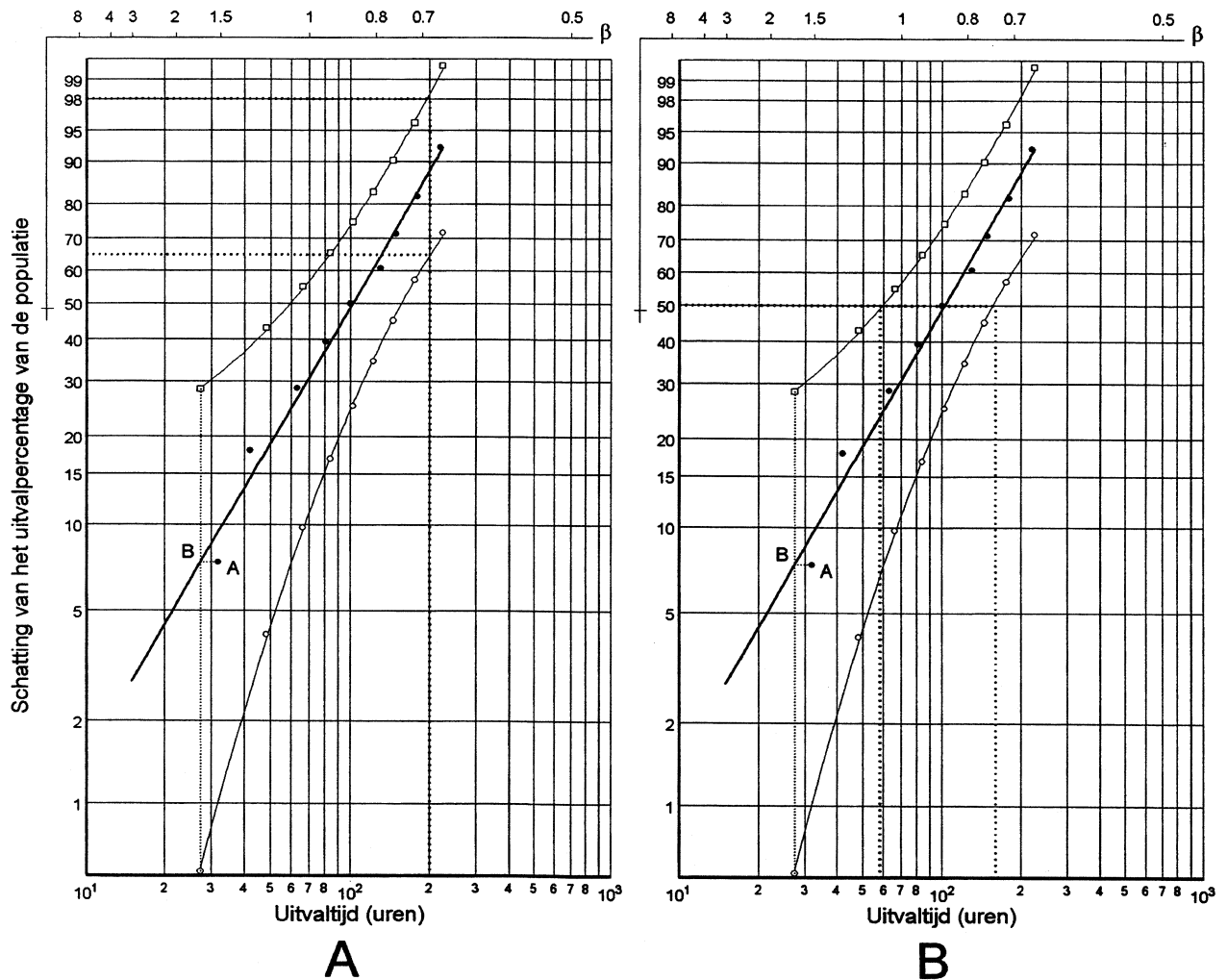
Het schatten van de parameter van de Weibullverdeling gebeurt op overeenkomstige wijze als bij de normale verdeling. In Fig. 4.8 zijn de uitvalgegevens uit Tabel 4.4 geplot op Weibull papier, waarna een rechte lijn door deze punten getrokken is. De vormparameter β is de richtingscoëfficiënt van de geplote lijn en is m.b.v. de hulpschaal te bepalen. De waarde van de vormparameter $\beta = 1,8$, de schaalparameter η is, omdat de minimum levensduur gelijk aan nul is, het 0,632 kwantiel en in dit geval 190 uur.



Figuur 4.8: Schatten van de parameters van een Weibullverdeelde stochastische variabele

4.7 Het bepalen van betrouwbaarheidsintervallen

Bij het bepalen van de plotposities is opgemerkt dat door de beperkte steekproefomvang bij iedere uitvaller een verdeling van het uitvalpercentage hoort. In het voorgaande is al gesteld, dat meestal dat percentage bepaald wordt, waarvan met 50 % zekerheid kan worden gesteld dat die fractie van de populatie is uitgevallen. De verdeling van de uitvalfractie van de populatie is scheef en daarom werd de mediaan en niet het gemiddelde gekozen. Door andere percentielen te bepalen is het mogelijk een zgn. betrouwbaarheidsinterval te construeren. Voor het 90 % betrouwbaarheidsinterval kan met 90 % zekerheid worden gesteld dat deze fractie van de populatie is uitgevallen. De procedure die gevolgd wordt, is dat de 0,05- en de 0,95-kwantielen van de verdeling $p_F(nF_j)$ van de uitvalfractie van de populatie nF_j moeten worden bepaald. Deze kwantielen zijn plotposities en in Tabel 4.5, zijn deze voor steekproeven met een omvang tot 10 elementen gegeven. In Tabel 4.6 zijn deze kwantielen voor een steekproef met een omvang van 9 gegeven. Op Weibullpapier worden eerst de '50 %' plotposities gebruikt voor het uitzetten van de uitvalgegevens. Door deze punten wordt de best passende lijn getrokken, zoals in Fig. 4.9 is geïllustreerd.



Figuur 4.9: 5 % en 95 % curven voor een steekproefomvang $n=9$.

Tevens is de kansdichtheidsfunctie van de uitvalfractie van de populatie na de vijfde uitvaller er naast getekend. Deze afbeelding komt overeen met Fig. 4.6, maar is enigszins vertekend door de niet-lineaire verticale schaal. Er zijn in deze afbeelding ook de 5 % en 95 % plotposities voor de vijfde uitvaller getekend.

Er kan voor de uitvaltijd gt_5 worden gesteld dat het:

- voor 90 % zeker is dat na 100 uur 25,1 % tot 74,9 % van de populatie zal zijn uitgevallen;
- voor 95 % zeker is dat na 100 uur nog 25,1 % van de populatie in bedrijf is

Voor een volledige bepaling van de betrouwbaarheidsintervallen worden 5 % en 95 % curven getrokken m.b.v. de plotposities uit Tabel 4.6. Daartoe worden echter eerst de snijpunten van de horizontale lijnen door de plotposities en de getrokken 'mediaanlijn' eerst bepaald. In Fig. 4.9 zien we dat voor plotpositie A, dit snijpunt B wordt. Op deze wijze worden dan de 5 % en 95 % plotposities boven ieder snijpunt uitgezet, en daarna worden de 5 % en 95 % curven door deze punten getrokken.

Tabel 4.6: Uitvaltijden en plotposities voor de verwerking van steekproefgegevens

rangnr. j	uitvaltijden gt_j	5 % plot- positie	50 % plot- positie	95 % plot- positie
1	32	0,6	7,4	28,3
2	42	4,1	18,0	42,9
3	63	9,8	28,6	55,0
4	81	16,9	39,3	65,5
5	100	25,1	50,0	74,9
6	130	34,5	60,7	83,1
7	149	45,0	71,4	90,2
8	180	57,1	82,0	95,9
9	220	71,7	92,6	99,4

De 5 % en 95 % curven lopen door de logaritmische transformaties waaivormig uit en dit geeft aan dat over het uitvalgedrag van de populatie ten tijde van de eerste uitvaller van de steekproeven het tweezijdig betrouwbaarheidsinterval de ondergrens van de uitvalfractie van de populatie 6 % is en de bovengrens 28 %. De betrouwbaarheidsband zal in het geval van een groter aantal waarnemingen smaller worden en in het hypothetische geval van een oneindig aantal waarnemingen, zelfs verdwijnen. Zoals in Fig. 4.9 is te zien, kan er bij een beperkte steekproefomvang over de lage uitvalfracties van de populatie slechts met een relatief grote onnauwkeurigheid een uitspraak worden gedaan.

Indien een tweezijdig betrouwbaarheidsinterval wordt gebruikt, dan kan met 90 % zekerheid worden gesteld dat:

- na 200 uur 65 % tot 98 % van de populatie is uitgevallen (Fig. 4.9.A);
- 50 % van de populatie uitvalt in het interval van 58 tot 160 uur (Fig. 4.9.B).

Indien een zgn. eenzijdig betrouwbaarheidsinterval wordt gebruikt kan met 95 % zekerheid worden gesteld dat:

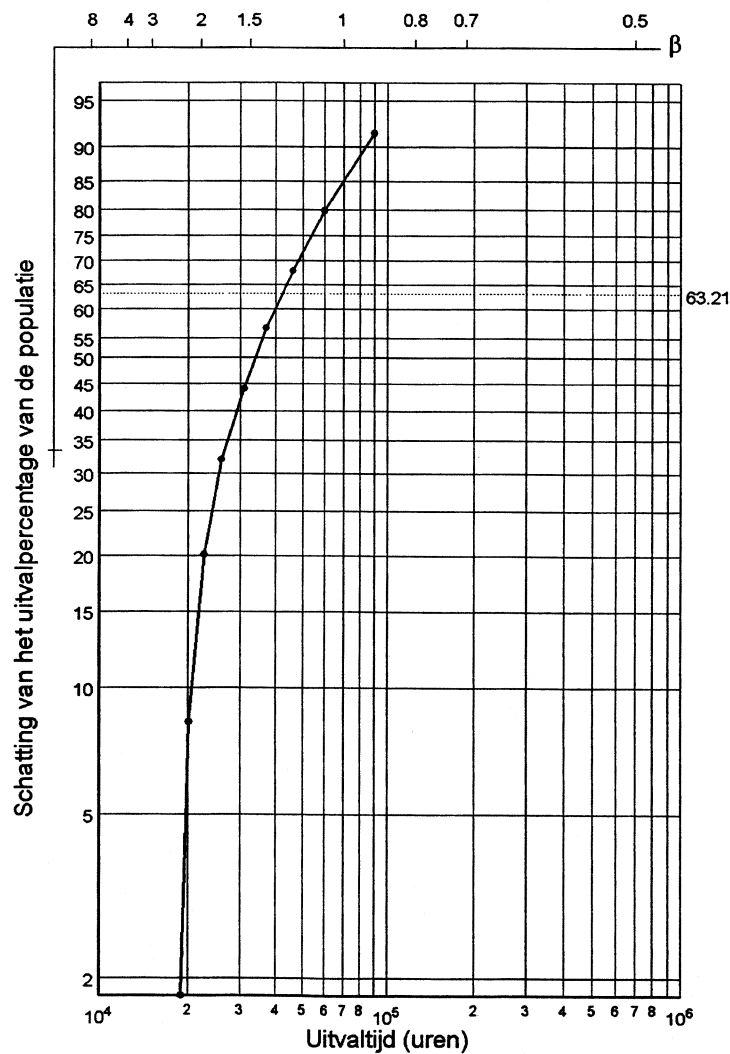
- minstens 10 % van de populatie nog in bedrijf is na 145 uur;
- na 150 uur minder dan 91 % van de populatie is uitgevallen.

4.8 Verwerking van steekproefgegevens uit een populatie met minimum levensduur ongelijk aan nul, op Weibullpapier

Indien een populatie een minimum levensduur heeft, dan zal er bij het plotten van de uitvaltijden, zonder te corrigeren voor de minimum levensduur γ op Weibull waarschijnlijkheidspapier een lijn verschijnen, die (sterk) afwijkt van een rechte lijn. In Fig. 4.10 is dit geïllustreerd met uitvalgegevens van een steekproef met een omvang van 8, waarvan de uitvaltijden in Tabel 4.7 zijn gegeven.

Tabel 4.7: Uitvaltijden in uren van een steekproef uit een populatie met een minimum levensduur

20.200	22.800	26.000	31.000
37.000	46.000	60.000	90.000



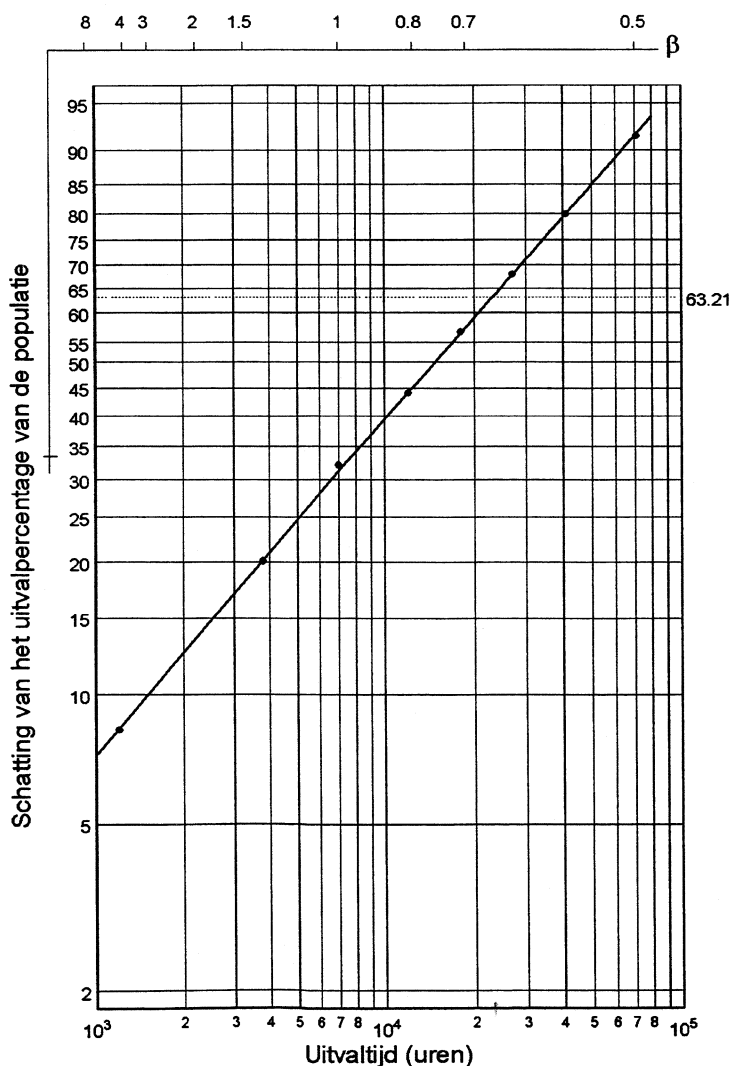
Figuur 4.10: Verwerking van uitvalgegevens van een steekproef uit een populatie met een minimumlevensduur.

De 50 % plotposities zijn in Fig. 4.10 gebruikt en in deze figuur is te zien dat deze lijn afbuigt naar een waarde, die iets onder de 20.000 uur ligt. Als schatting voor de minimum levensduur γ wordt niet de laagste uitvaltijd gebruikt, maar de 'uitvaltijd' die op het papier een laag uitvalpercentage heeft. Als schatting voor de minimum levensduur kan voor dit geval worden genomen dat:

$$\gamma = 19.000 \text{ uur}$$

Door de uitvaltijden nu te transformeren met ${}_n t'_j = {}_n t_j - \gamma$, kunnen de parameters correct geschat worden. Door de uitvaltijden uit Tabel 4.7 met 19.000 uur te verminderen en deze tijden te plotten, wordt een rechte lijn op het waarschijnlijkheidspapier verkregen, wat in Fig. 4.11 is te zien. De schattingen voor de vorm- en schaalparameter zijn:

- $\beta = 0,82$
- $\eta = 23.100 \text{ uur}$



Figuur 4.11: Plot van getransformeerde uitvaltijden.

Over de schatting van de schaalparameter moet nog worden opgemerkt dat deze slechts mag worden gedaan op het papier waarop door de 50 % plotpositie een rechte lijn is te trekken. Bij $\gamma = 0$ dus op de aanvankelijke grafische verwerking van de uitvalresultaten en bij $\gamma \neq 0$ op de plot met de gecorrigeerde tijdschaal ${}_n t'_j = {}_n t_j - \gamma$. De schatting van de schaalparameter η met de in Fig. 4.11 geplotte gecorrigeerde waarnemingen, geeft als resultaat $\eta = 23.100$ uur (63,2 % punt). De schatting van de karakteristieke levensduur θ van de populatie is:

$$\theta = \eta + \gamma = 23.100 + 19.000 = 42.100 \text{ uur}$$

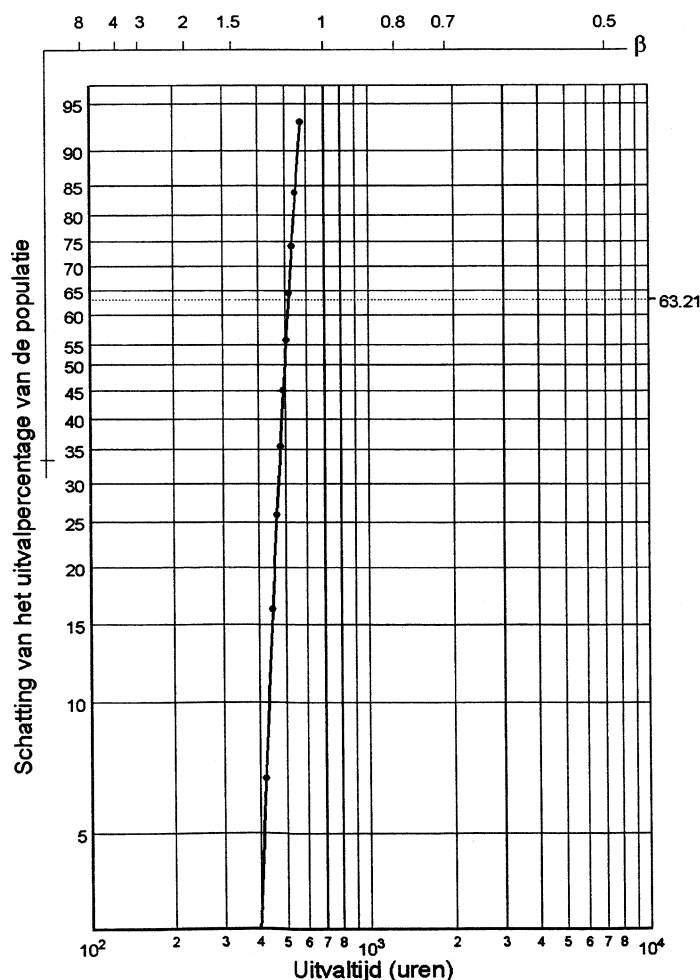
4.9 Waarden uit een normale verdeling plotten op Weibullpapier

Indien een grootheid normaal verdeeld is, dan is de kleinste waarde ($-\infty$) niet gedefinieerd. In de meeste technische toepassingen wordt voor de kleinste waarde de $\mu - 3\sigma$ waarde genomen. Deze kleinste waarde is in het algemeen niet gelijk aan nul en bij het plotten op Weibullpapier verschijnt er meestal een steile lijn. Als voorbeeld zijn in Fig. 4.12. Normaal verdeelde uitvaltijden van een apparaat geplot op Weibullpapier. De uitvaltijden uit Tabel 4.8 zijn uit een normaal verdeelde populatie met als parameters:

$\mu = 500$ en $\sigma = 50$ uur

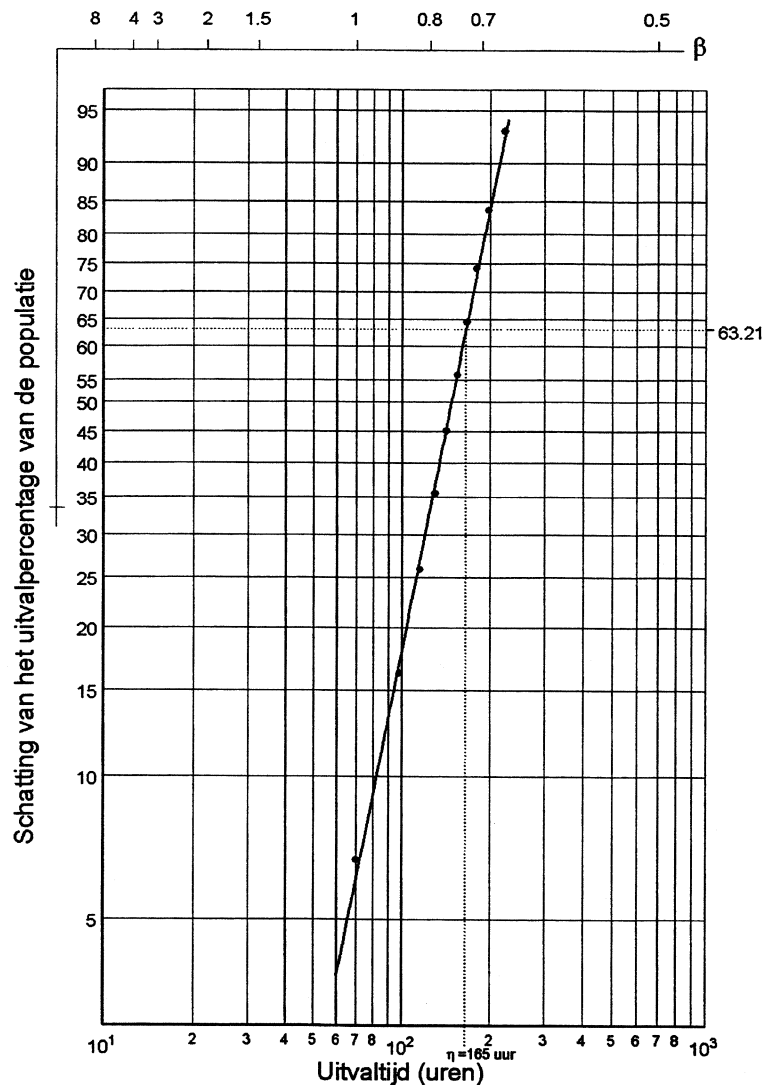
Tabel 4.8: Uitvaltijden van lagers in uren

420	448	465	480	492
505	517	530	548	574



Figuur 4.12: Plot van uitvaltijden met een normale verdeling geplot op Weibull papier.

In de afbeelding is te zien dat door de waarnemingspunten een lijn met een richtingscoëfficiënt, die groter dan 8 is, getrokken kan worden. In dit geval is het beter de minimum levensduur grafisch te schatten en de uitvaltijden hiervoor te transformeren. Na een correctie voor de minimum levensduur op de waarden uit Tabel 4.8 met 350 uur kan weer een Weibullplot worden getekend, wat in Fig. 4.13 is afgebeeld. Er is in deze figuur een rechte lijn door de punten te trekken, doordat de minimum levensduur schatting goed was. Zou deze schatting te hoog of te laag zijn, dan ontstaat er een kromme lijn en moet de minimum levensduurschatting worden gecorrigeerd.



Figuur 4.13: Plot van getransformeerde uitvaltijden.

De schattingen van de parameters van de Weibullverdeling zijn zoals uit de Figuren 4.12 en 4.13 is af te lezen:

minimum levensduur: $\gamma = 350$ uur
 schaalparameter: $\eta = 165$ uur
 vormparameter: $\beta = 3,2$

De vormparameter van 3,2 wijst sterk op een Normale verdeling, zie ook Fig. 2.26. Door aflezing

van het 0,50- en het 0,841-kwantiel kunnen de verwachting en de standaardafwijking van de populatie worden geschat en deze zijn:

- $\mu = 145 + 350 = 495 \text{ uur}$

- $\sigma = 200 - 145 = 55 \text{ uur}$

Dit komt goed overeen met de waarden van de parameters van de populatie.

4.10 Verschijningsvormen van geplotte waarnemingen

De tot nu toe gepresenteerde grafieken waren zodanig dat de waarnemingen praktisch op een rechte lijn lagen of rond een kromme, die tot een rechte lijn kon worden getransformeerd. In de praktijk zijn er echter vaak weinig waarnemingen zodat niet direct duidelijk is of er een rechte lijn door de waarnemingen kan worden getrokken. Er doet zich vaak het geval voor dat waarnemingen zijn geplot waardoor een rechte, maar ook een kromme lijn getrokken kan worden of zelfs twee rechten. Dit laatste is verklaarbaar indien er meer dan één faalmechanisme optreedt, zoals toevallig optredende fouten en slijtage.

4.10.1 At random gegenereerde waarden

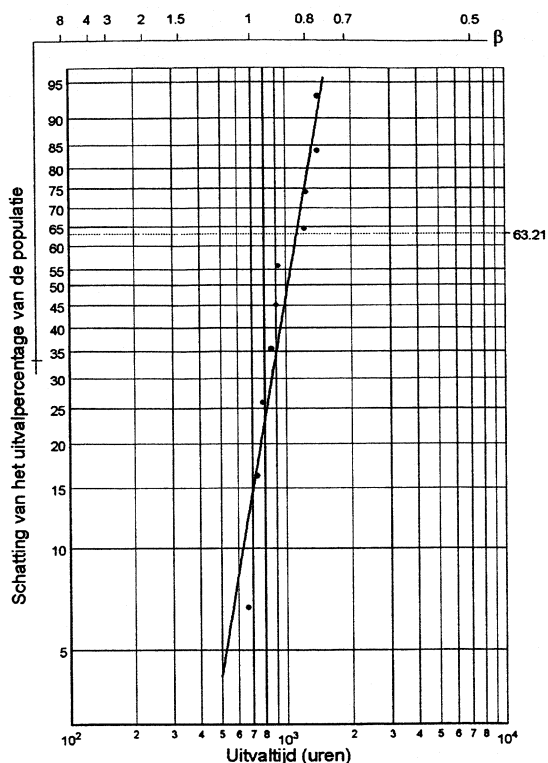
Ter illustratie van het grillig karakter van uitvaltijden bij een kleine steekproef, zijn er 'at random' waarden gegenereerd uit een Weibullverdeling met als parameters:

locatieparameter	γ	=	0
schaalparameter	η	=	1000
vormparameter	β	=	2,5

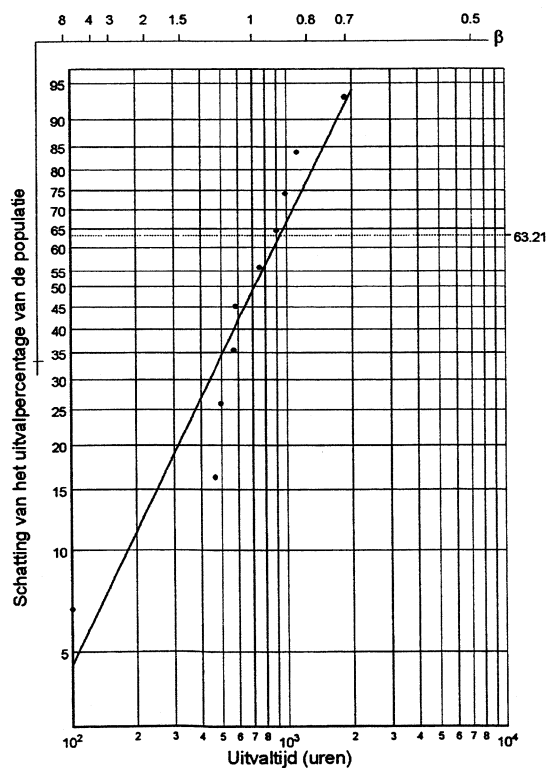
Er zijn steeds tien waarden met de *Monte Carlo methode* (nader behandeld in Hoofdstuk 6.5) gegenereerd, zodat elke keer een steekproefomvang van tien is gesimuleerd. Dit is tien maal herhaald en de gegenereerde waarden zijn steeds op Weibull papier geplot waarvan hier alleen die met de kleinste en die met de grootste kwadratische afwijking zijn getoond.

In Fig. 4.14 is de beste plot getekend en hierin is te zien dat de waarnemingen dicht rond een rechte lijn vallen. De schatting van de parameters levert waarden op, die dicht bij die van de populatie liggen.

In Fig. 4.15 is het resultaat van een gesimuleerde steekproef gegeven, die de slechtste plot oplevert. Er kan een rechte lijn door de waarnemingen worden getrokken, maar er zouden ook twee rechten door de waarnemingen kunnen worden getrokken. Dit maakt het problematisch om op grond van een kleine steekproef een betrouwbare uitspraak te doen over het type verdeling van de populatie. Ook verklaart dit de lage nauwkeurigheid waarmee de parameters van de verdeling geschat kunnen worden. Indien alle waarnemingen ten gevolge van hetzelfde faalmechanisme zijn uitgevallen, dan is het trekken van een rechte lijn door deze waarnemingen het beste. Is het uitvallen het gevolg van meer dan één faalmechanisme dan kunnen twee lijnen door de uitvallers worden getrokken, wat verderop wordt behandeld.



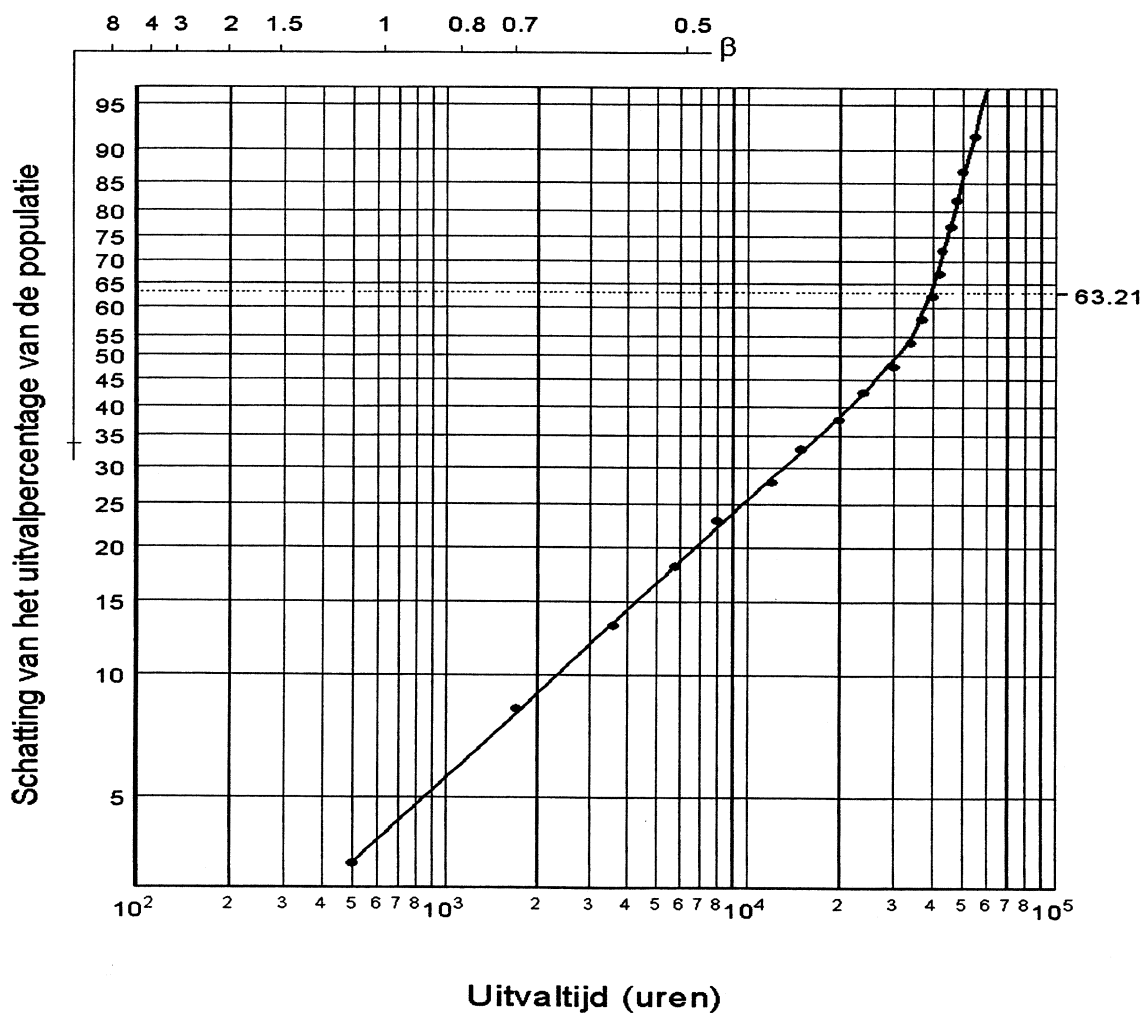
Figuur 4.14: Plot van serie van 10 m.b.v. de Monte Carlo methode verkregen random waarden (kleinste kwadratische afwijking).



Figuur 4.15: Plot van serie van 10 m.b.v. de Monte Carlo methode verkregen random waarden (grootste kwadratische afwijking).

4.10.2 Waarnemingen uit gemengde verdelingen

Er is in hoofdstuk 2 al op gewezen dat de uitval van een product het gevolg kan zijn van verschillende faalmechanismen. In het begin van de levensduur van een populatie kan de uitval voornamelijk door de zogenaamde toevallige fouten optreden en aan het einde van de levensduur is een degradatieproces zoals vermoeiing of slijtage waarschijnlijker. De totale verdeling van de uitval is te beschrijven door de combinatie van twee verdelingen en wel de exponentiële voor de toevallige fouten en de normale verdeling voor het degradatieproces (zie ook paragraaf (2.3). Ter illustratie hiervan zijn twintig waarnemingen uit zo'n gemengde verdeling gegenereerd en op Weibull papier geplott. (fig. 4.16) Er is een duidelijke knik bij 50 % uitval te zien, welke op een uitvalproces met twee oorzaken duidt. Een analyse van de uitvallers, om na te gaan of uitval het gevolg was van een toevallige oorzaak of een degradatieproces zoals slijtage is echter nodig voor een correcte analyse van de uitval.



Figuur 4.16: *Plot van uitvaltijden met een gemengde verdeling.*

Het plotten van uitvallers op waarschijnlijkheidspapier moet dan ook als ondersteuning bij het analyseren van een uitvalproces worden gezien en niet alleen als een middel om zonder meer uitval parameters en percentielen van een verdeling te schatten.

4.11 Oefenopgaven

Opmerking: De resultaten zijn sterk afhankelijk van de nauwkeurigheid waarmee de uitvalgegevens worden verwerkt. De hier gegeven antwoorden kunnen wat afwijken van de door u gevonden waarden.

• Plotten op Weibullpapier

De uitvaltijden van vijf lagers zijn in onderstaande tabel gegeven:

2400	5100	7800	11.000	17.000
------	------	------	--------	--------

Gevraagd:

- Verwerk de uitvalgegevens op waarschijnlijkheidspapier voor de Weibullverdeling
- Bepaal de vormparameter β en de schaalparameter η .
- Hoe hoog is de bedrijfszekerheid na 1000 uur ?
- Na hoeveel tijd is 20 % van de populatie uitgevallen ?

Antwoorden:

- $\beta_1 = 1,4$, $\eta = 10.000$ uur
- $R_{1000 \text{ uur}} = 96,6\%$
- Na 3400 uur is 20 % van de populatie uitgevallen

• Plotten op Weibullpapier

De uitvaltijden uit een levensduurproef van 10 apparaten waren:

10	32	50	75	94	115	118	130	140	160
----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----

Gevraagd:

- Verwerk deze gegevens op waarschijnlijkheidspapier van de Weibullverdeling
- Schat de parameters van de verdeling(en) van de uitvaltijden

Antwoorden:

- $\beta_1 = 1,0$ $\beta_2 = 3,5$

• **Plotten op Weibullpapier**

De resultaten van een steekproef aan apparaten, waarvan een minimum levensduur van 100 *uur* vereist, zijn in de onderstaande tabel gegeven. De uitvaltijden in uren waren:

120	150	175	200	300
-----	-----	-----	-----	-----

Gevraagd:

- Verwerk deze gegevens op waarschijnlijkheidspapier voor de Weibullverdeling
- Wordt aan de levensduureis van 100 *uur* voldaan ?
- Hoe groot is de bedrijfszekerheid na 200 *uur* ?

Antwoorden:

- Ja
- $R(200) = 35,0\%$

• **Plotten op waarschijnlijkheidspapier voor de Normale verdeling**

Bij het uitvoeren van 7 trekproeven zijn de volgende waarden gemeten:

waarneming	resultaat
1	20
2	20,7
3	17
4	22,5
5	19,3
6	21,2
7	18,7

Gevraagd:

- Verwerk de gegevens op waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling en bepaal het gemiddelde en de standaardafwijking. Teken de grafiek voor het 50 % en het 95 % betrouwbaarheidsniveau.
- Bepaal de waarde waarboven 95 % van de populatie ligt bij een betrouwbaarheidsniveau van 95 %.

Antwoorden:

- $\mu = 20 \text{ N/mm}^2$, $\sigma = 1,9 \text{ N/mm}^2$
- Met 95 % zekerheid kan worden gesteld dat 95 % van de populatie boven de $15,0 \text{ N/mm}^2$ ligt.

4.12 Oude tentamen opgaven

4.12.1 Opgave 1, Weibullverdeling

Een produkt moet als gevolg van milieu-eisen aan hoge levensduureisen voldoen. Na het eerste ontwerp zijn 7 produkten volgens dit ontwerp vervaardigd en onderworpen aan een versnelde levensduurproef. De tijden τt_j in uren, waarop de produkten in een levensduurbeproeving uitvielen zijn hieronder gegeven:

310	500	710	795	1.010	1.186	1.520
-----	-----	-----	-----	-------	-------	-------

- 1.1 Verwerk deze gegevens op het bijgevoegde Weibullpapier, dat ingeleverd moet worden, en schat de parameters van de Weibullverdeling.
- 1.2 Geef met 95% zekerheid het tijdstip aan waarop de bedrijfszekerheid van de populatie minstens 90 % is.

De levensduur van dit ontwerp was te laag en daarom werden ontwerpmodificaties aangebracht, daarna werden nieuwe produkten vervaardigd. De veranderde produkten werden ook onderworpen aan een versnelde levensduurproef en de uitvaltijden τt_j bij deze proef waren:

800	1.200	1.500	1.700	2.000	2.300	2.900
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- 1.3 Verwerk deze gegevens op hetzelfde bijgevoegde Weibullpapier en schat de parameters van de Weibullverdeling.
- 1.4 De geschatte gemiddelde levensduur van de produkten is bij deze levensduurbeproeving hoger dan bij de eerste beproeving. Geef kwalitatief aan of dit een significante levensduurverlenging is door de ontwerpverbetering of dat de verschuiving aan de spreiding in de uitvaltijden is toe te schrijven.

4.12.2 Opgave 2, Weibull - Normaalverdeling

De uitval tijden 10^{t_j} van de j^e uitvaller uit een steekproef met omvang 10 zijn hieronder in uren gegeven.

100	280	480	700	1000	1020	1060	1100	1120	1200
-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------

Het is niet bekend welke statistische verdeling(en) de uitvaltijden karakteriseren en daarom zijn zowel waarschijnlijkheidspapier voor de Normale als voor de Weibull verdeling bijgevoegd.

Gevraagd

- 2.1 Verwerk de bovenstaande gegevens op het bijgevoegde Weibull waarschijnlijkheidspapier en op het Normaal waarschijnlijkheidspapier, dat **ingeleverd** moet worden, en licht de door u gevolgde verwerkingsprocedure van de uitvalgegevens toe.
- 2.2 Met welke verdeling(en) zijn de uitvaltijden te karakteriseren en schat de parameters van deze verdeling(en).
- 2.3 Op welke manieren kan betrouwbaar worden bepaald of de uitvaltijden met een enkelvoudige of een gemengde verdeling zijn te karakteriseren.
- 2.4 Geef met 95 % betrouwbaarheid het tijdstip aan waarop de bedrijfszekerheid van de populatie minstens 25 % is.

4.12.3 Opgave 3, Weibullverdeling

Een produkt moet aan hoge levensduureisen voldoen. Na het eerste ontwerp zijn 7 produkten volgens dit ontwerp vervaardigd en onderworpen aan een versnelde levensduurproef. De tijden τ_j in uren, waarop de produkten in een levensduurbeproeving uitvielen zijn hieronder gegeven:

800	950	1100	1250	1400	1500	1800
-----	-----	------	------	------	------	------

- 3.1 Wanneer kan door het beproeven van prototypen geen relevante gegevens worden verkregen over de belastbaarheid en de bedrijfszekerheid; noem voorbeelden van produkten en materialen.
- 3.2 Bij het plotten van een beperkt aantal waarnemingen, wat bijna altijd het geval is, kan door de waarnemingen niet altijd een rechte lijn worden getrokken. Geef drie oorzaken.
- 3.3 Verwerk deze gegevens op het bijgevoegde Weibullpapier, dat ingeleverd moet worden, en schat de parameters van de Weibullverdeling.
- 3.4 Geef met 95% zekerheid het tijdstip aan waarop de bedrijfszekerheid van de populatie minstens 80 % is.

4.12.4 Antwoorden

Antwoord 1.1

Uit Weibullplot kan afgelezen worden (na plotten van de gegeven waarden):

$$\gamma_1 = 0 \text{ uur}, \quad \eta_1 = 1000 \text{ uur}, \quad \beta_1 = 2.0$$

Antwoord 1.2

$$t(P(R > 0.95) > 0.9) = 110 \text{ uur}$$

Antwoord 1.3

$$\gamma_2 = 0 \text{ uur}, \quad \eta_2 = 2000 \text{ uur}, \quad \beta_2 = 2.7$$

Antwoord 1.4

Verbetering is wel significant:

De 50 % plot lijn van het verbeterde produkt ligt buiten het 90 % betrouwbaarheidsinterval van het produkt zonder modificaties. Hieruit kan geconcludeerd worden (met vrij grote zekerheid (90 %)) dat de aangebrachte modificaties een significant beter ontwerp hebben opgeleverd.

Antwoord 2.1

Schatting van de fractie 1 t/m 10 uitvallers opzoeken in 50 % plotpositietabel. Deze waarden worden uitgezet op het Weibull waarschijnlijkheidspapier. Verkregen grafiek blijkt "geknikt" te zijn.

Gegevens na "knikpunt" ($\beta > 8$) uitzetten op Normaal waarschijnlijkheidspapier ($j=5$ t/m $j=10$).

Antwoord 2.2

Eerste gedeelte blijkt overeen te komen met een Weibull verdeling met $\gamma = 0$ en een $\beta = 1$. Wordt gekenmerkt als een exponentiële verdeling.

Tweede gedeelte blijkt overeen te komen met een Normale verdeling met $\mu \approx 1020$ en $\sigma \approx 1135 - 1020 \approx 115$.

Antwoord 2.3

- Grotere steekproef nemen.
- Meerdere plotts maken.

Antwoord 2.4

Uitgegaan wordt hierbij van de 95 % plotlijn. Gekeken wordt waar het snijden plaats heeft van het 75 % uitval punt (25 % in bedrijf). Afgelezen kan worden dat dit plaats heeft bij ± 1010 uur (aflezen uit de Normaalverdeling).

Antwoord 3.1

- Vermoeiingsproeven kunststof produkten bij hoge frequenties.
- Slijtageproeven kunststoflagers boven een maximale PV waarde.
- Corrosieproeven (metalen) in korte tijd.

Voorbeelden:

- Metalen voorwat betreft het productie proces.
- Kunststoffen handgemaakte, gelijmde "spuitgiet"produkten.

Antwoord 3.2

- te kleine steekproef
- gemengde verdeling
- minimum levensduur.

Antwoord 3.3

$$\gamma = 600 \text{ h}$$

$$\theta = 750 + 600 = 1350 \text{ h}$$

$$\beta = 1.8$$

Antwoord 3.4

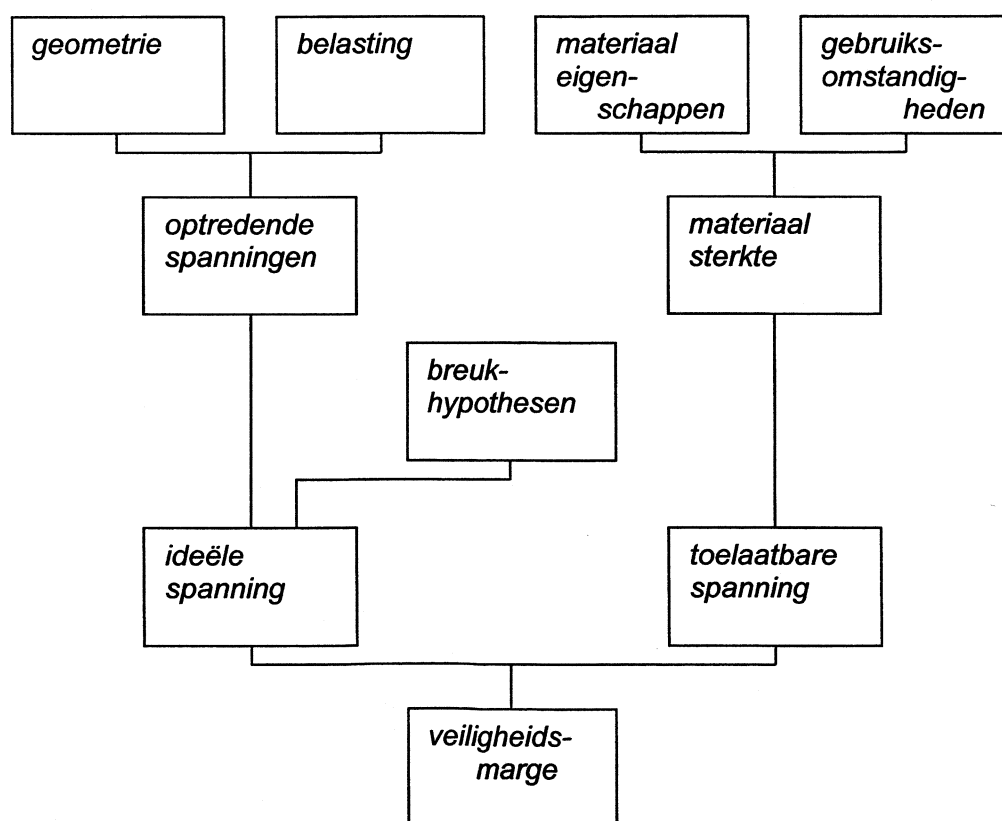
Af te lezen uit plot met 95 % is de zekerheid dat 80 % van de populatie nog in stand is na 100 + 600 = 700 h.

Hoofdstuk 5

Bepaling van de optredende en de toelaatbare spanningen

5.1 Inleiding

Producten zullen falen indien de belasting groter is dan de belastbaarheid. Dit falen kan *bezwijken*, het optreden van *globale knik*, *onacceptabele* elastische en/of plastische *vervorming* zijn. In dit hoofdstuk wordt voornamelijk het bezwijken van een product ten gevolge van het optredende van mechanische spanningen beschouwd. Producten moeten zodanig ontworpen worden dat er voldoende marge blijft tussen de *ideële* en de *tot falen leidende* spanningen en dit is schematisch aangegeven in Figuur 5.1.



Figuur 5.1 Schema voor het bepalen van de bedrijfszekerheid van producten

De gevolgde beschouwingwijze komt in het algemeen neer op het bepalen van een *materiaaleigenschap* die relevant is met betrekking tot het falen en welke vergeleken wordt met een daarbij passende relevante grootte. Bij falen t.g.v. te hoge mechanische spanningen wordt de materiaaleigenschap *materiaalsterkte* vergeleken met de relevante grootte de *mechanische spanning*. Er wordt hierbij bij voorkeur van het macroscopische (belasting en geometrie) naar het microscopische (mechanische spanning) gegaan om vergelijking met een materiaaleigenschap mogelijk te maken. Lastig is ook het strikt hanteren van het begrip spanning, wat een optredende inwendige toestand is en geen uitwendige invloed, zoals belastingen.

De begrippen spanning en sterkte zijn hier algemeen gehouden en in plaats van spanning kan ook rek begrepen worden, welke dan wel met de rek bij bezwijken moet worden vergeleken. In de hieronder staande tabel worden paren van "spanning" en "sterkte" gegeven.

"spanning"	"sterkte"	eenheid
mechanische spanning	materiaal strekte	MN/m^2 (Pascal)
elektrische spanning	doorslagspanning	V
elastische vervorming	toelaatbare el. vervormingen	mm of ϵ_{el}
plastische vervorming	toelaatbare plastische vervormingen	mm of ϵ_{pl}
slijtage	toelaatbare slijtage	mm
scheuren	kritieke scheurgrootte	m
belasting	belastbaarheid	N

Tabel 5.1 Paren van "spanning" en "sterkte"

5.2 Belastingen

5.2.1 Voorgescreven verplaatsingen en belastingen

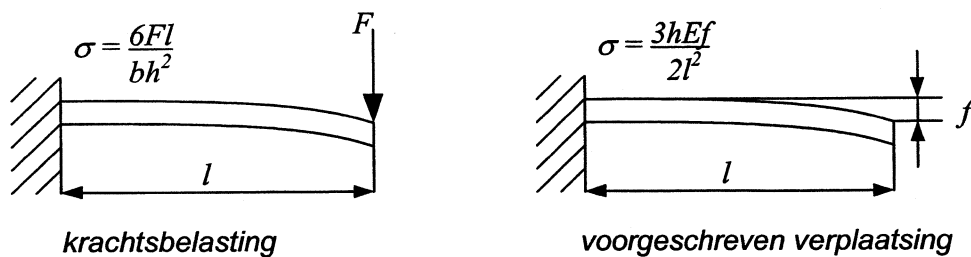
Het bepalen van de belastingen die op een product worden uitgeoefend is de eerste stap in het uitvoeren van een bedrijfszekerheidsvoorspelling. Het is hierbij van groot belang onderscheid te maken tussen zogenaamd *opgelegde verplaatsingen*, die bij thermische uitzettingsverschillen en bij voorgeschreven verplaatsingen voorkomen, en *mechanische belastingen*. In Figuur 5.2. is voor een ingeklemde balk voor beide belastingen aangegeven, hoe de optredende spanningen afhankelijk zijn van de afmetingen.

Voor beide balken geldt dat de nominale buigspanning, zonder rekening te houden met een spanningsconcentratie, bij de inklemming gelijk is aan:

$$\sigma_b = \frac{3}{2} \frac{h}{l^2} f E \quad (5.01)$$

Bij een belasting F is de zakking f gegeven door:

$$f = \frac{F l^3}{3EI} \quad \text{na invulling ontstaat:} \quad \sigma_b = \frac{6Fl}{bh^2} \quad (5.02)$$



Figuur 5.2 Ingekleemde balken met belasting aan het uiteinde of voorgeschreven verplaatsing

Voor de duidelijkheid, bij een axiale belasting is de nominale axiale spanning:

$$\sigma_a = \frac{F}{A} \quad (5.03)$$

Verreweg de meeste verende elementen ondergaan een voorgeschreven verplaatsing en de daardoor optredende rekken zijn afhankelijk van de stijfheid en de voorgeschreven verplaatsing. Bij opgelegde verplaatsingen is het alleen maar dikker maken van verende elementen ongunstig. In het algemeen is het toepassen van lange dikke balken beter dan van korte dunne balken. In Lit. [2]. is dit aan de hand van voorbeelden voor balken met een constante en een verlopende dikte aangetoond.

Rekenvoorbeeld 5.a: balken met een rechthoekige doorsnee

Omschrijving: Een éézijdig ingeklemde balk wordt i) axiaal belast en ii) op buiging belast (zie Figuur 5.2)

Gegeven:

dikte:	$h = 2 \text{ mm};$
lengte:	$L = 15 \text{ mm};$
breedte:	$b = 3 \text{ mm};$
elasticiteitsmodulus:	$E = 3000 \text{ N/mm}^2$
i) de axiale kracht	$F_a = 10 \text{ N}$
ii) de buigbelasting	$F_b = 10 \text{ N}$

Gevraagd:

- de verlenging ten gevolge van de axiale kracht en de axiale stijfheid (k_a)
- de zakking f van het vrije uiteinde door de buigbelasting en de buigstijfheid (k_b)
- de verhouding van de axiale stijfheid en de buigstijfheid
- de maximale spanning en de maximale rek voor beide belastingsgevallen

Oplossing:

- $$\Delta L = \frac{F_a L}{EA} = 0,0083 \text{ mm}$$

$$k_a = \frac{F_a}{\Delta L} = \frac{EA}{L} = 1200 \text{ N/mm}$$
- $$f = \frac{F_b L^3}{3EI} = 1,9 \text{ mm}$$

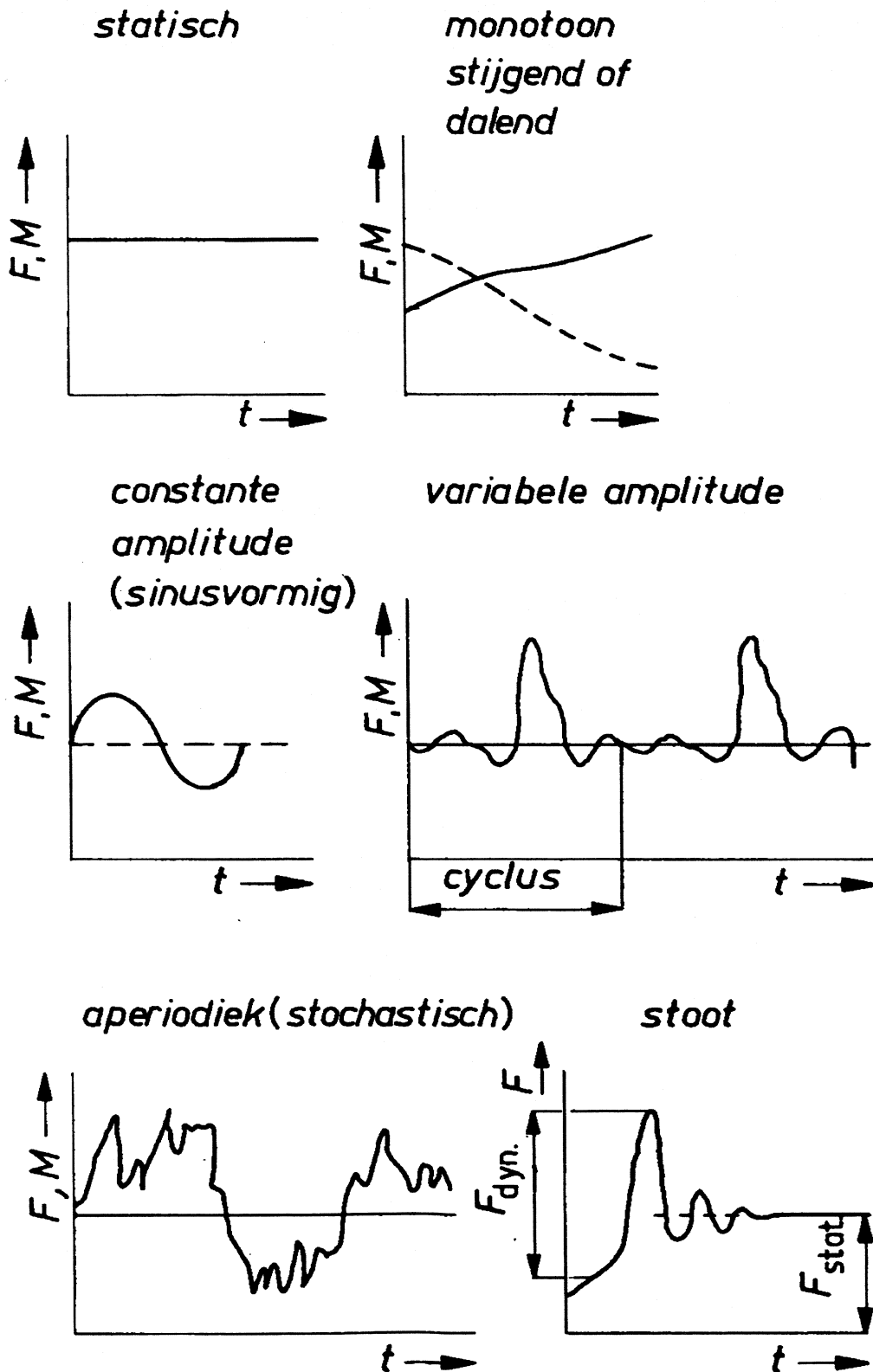
$$k_b = \frac{F_b}{f} = \frac{3EI}{L^3} = 5,3 \text{ N/mm}$$
- $$\frac{k_a}{k_b} = 225$$
- axiale belasting: $\sigma_a = \frac{F_a}{A} = 1,7 \text{ N/mm}^2$, $\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} = 0,056\%$

buigbelasting: $\sigma_{\max} = \frac{6F_b l}{bh^2} = 75 \text{ N/mm}^2$, $\varepsilon_b = \frac{\sigma_{\max}}{E} = 2,5\%$

5.2.2 Classificatie van statische en dynamische belastingen

Belastingen kunnen onderverdeeld worden naar hun verloop in de tijd en dit is in Figuur 5.3 schematisch aangegeven. Een belasting wordt *statisch* genoemd, als deze binnen een bepaald tijdsinterval niet van grootte verandert. Bijvoorbeeld het eigengewicht van een brug veroorzaakt statische belastingen op de funderingen. Een belasting is *monotoon stijgend of dalend*, als de belasting in een tijdsinterval slechts toe- of afneemt. Het oortje van een kopje dat onder de kraan gevuld wordt, wordt monotoon stijgend belast, een afkoelende broodrooster wordt monotoon dalend belast tengevolge van krimp. Is een belasting niet statisch, dan wordt ze *dynamisch* genoemd en de dynamische belastingen zijn onder te verdelen in verschillende klassen. De *periodieke belasting met constante amplitude*, welke sinusvormig kan verlopen (niet noodzakelijk met een zuivere sinus). De hals van een viool wordt door een trillende snaar op een dergelijke wijze belast. Is de amplitude niet constant, maar zijn er cycli te herkennen, dan spreekt men van een *periodieke belasting met variabele amplitude*. Dergelijke belastingen zijn vaak een som van periodieke belastingen met constante amplitude en worden onder meer op de zuigerstang van een motor uitgeoefend. *A-periodieke* belastingen kennen een random variërende kracht of moment waarvan slechts de kans is aan te geven dat de grootte van een belasting in een bepaald interval ligt. Deze belastingen worden ook wel *stochastisch* genoemd.

Het bochtstuk van een stofzuiger of de naald van een platendraaier ondergaan a-periodieke belastingen. Tenslotte wordt nog de *stoot* genoemd, die hoewel a-periodiek toch een grotere mate van voorspelbaarheid bezit.



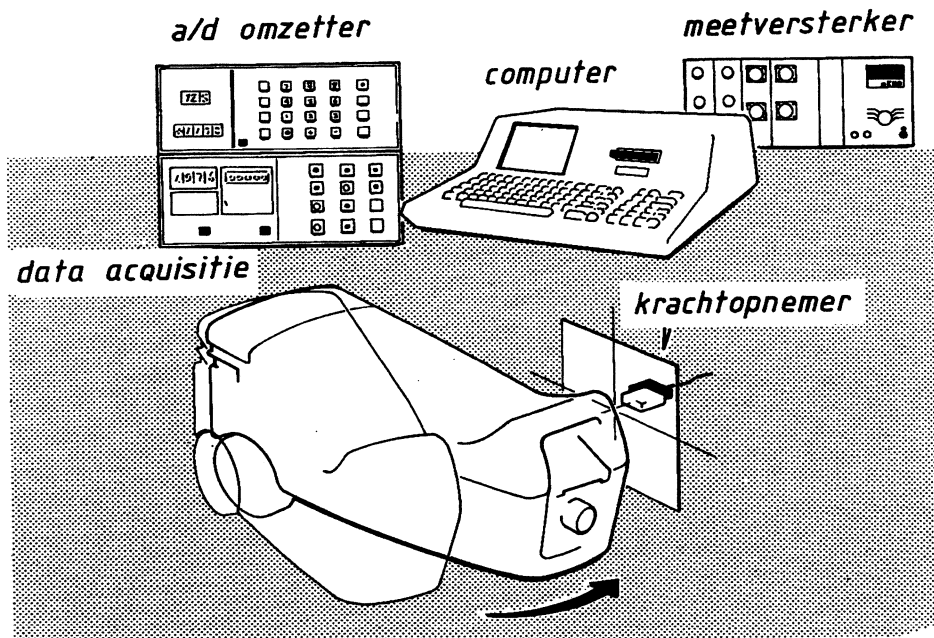
Figuur 5.3 Classificatie van belastingen

5.3 Bepalen van belastingen

Het bepalen van de grootte van de belastingen op een product is meestal niet eenvoudig. De meest directe methode van het bepalen van belastingen is het uitvoeren van *belastingmetingen*. Deze methode vereist de nodige ervaring met meet- en verwerkingsapparatuur. Het is soms ook mogelijk de grootte van belastingen uit *ergonomische gegevens* of uit *berekeningen* te bepalen.

5.3.1 Het meten van belastingen

De belastingen op constructies of het effect van deze belastingen op de rek of in de verplaatsing van een bepaald punt kunnen door middel van zogenaamde opnemers worden bepaald. Het signaal van deze opnemers wordt in meetversterkers omgezet in een gewenst elektrisch signaal. Deze signalen worden dan vastgelegd in een digitaal geheugen. Na afloop van een belastingsbepaling worden deze signalen geanalyseerd en vaak getransformeerd om zo het beproevingssignaal te bepalen. In Figuur 5.4 is deze procedure schematisch aangegeven.

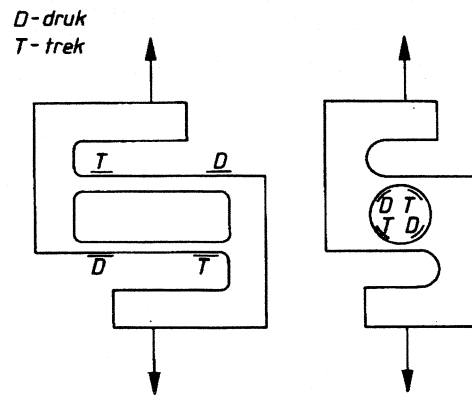


Figuur 5.4 Bepaling van een belastingsignaal

- **Opnemers**

Opnemers zetten de verandering van een bepaalde fysische grootte om in de verandering van een andere fysische grootte. Het meest gebruikt zijn wel de *rekstrookjes* waarin de lengteverandering van de draad wordt omgezet in een weerstandsverandering, die goed meetbaar is. Een schets van het gebruik van rekstrookjes in opnemers is in Figuur 5.5 gegeven. Voor het meten van krachten en versnellingen worden *piëzo-elektrische opnemers* veel gebruikt. In deze opnemers wordt de verplaatsing van een rooster in een kristal omgezet in een ladingsverandering. Het zou hier te ver voeren verschillen tussen opnemers te behandelen. Bij de keuze van opnemers moet men wel bedenken dat er een afgeleide grootte wordt bepaald en dat dit altijd onnauwkeurigheden met zich meebrengt. De maximaal toelaatbare fout van de meting is maatgevend voor de keuze van het type en de nauwkeurigheidsklasse van de gebruikte opnemer en verdere signaalverwerking. Verder is de plaatsing van de opnemers een probleem en kan alleen door specialisten goed worden uitgevoerd.

Belastingmetingen zijn vaak uiterst kostbaar en daarom moet het plaatsen van de opnemers dan ook met de uiterste zorg worden gedaan. Dit geldt vooral als de opnemer op roterende delen van een constructie zijn geplaatst.



Figuur 5.5 Toepassing van rekstrookjes in een krachtopnemer

- **Signaalconditionering**

De verandering van een fysische grootheid in een opnemer komt óf direct óf via een omzetting in het opnemerssignaal tot uitdrukking. Bij een rekstrookje wordt de verlenging van de draad omgezet in een spanningsverandering, die kan worden gemeten. Het signaal van de opnemer is erg laag en wordt versterkt in een meetversterker tot een signaal van de gewenste grootte. Dit is bijna altijd een spanning tussen de 1 en 10 V. De verhouding van het inkomende en uitgaande signaal wordt bij gelijksoortige signalen de versterkingsfactor (gain) genoemd. Er zijn twee typen meetversterkers; gelijkstroomversterkers en draaggolfversterkers.

Gelijkstroomversterkers hebben het voordeel dat deze tot hoge frequenties bruikbaar zijn, wat vooral bij stootbelastingen nodig is. Het nadeel van deze meetversterkers is het verloop van de ingestelde waarden in de tijd (drift).

Draaggolfversterkers zijn stabiel, maar zijn slechts bruikbaar tot een bepaalde frequentie, afhankelijk van de hoogte van de draaggolffrequentie.

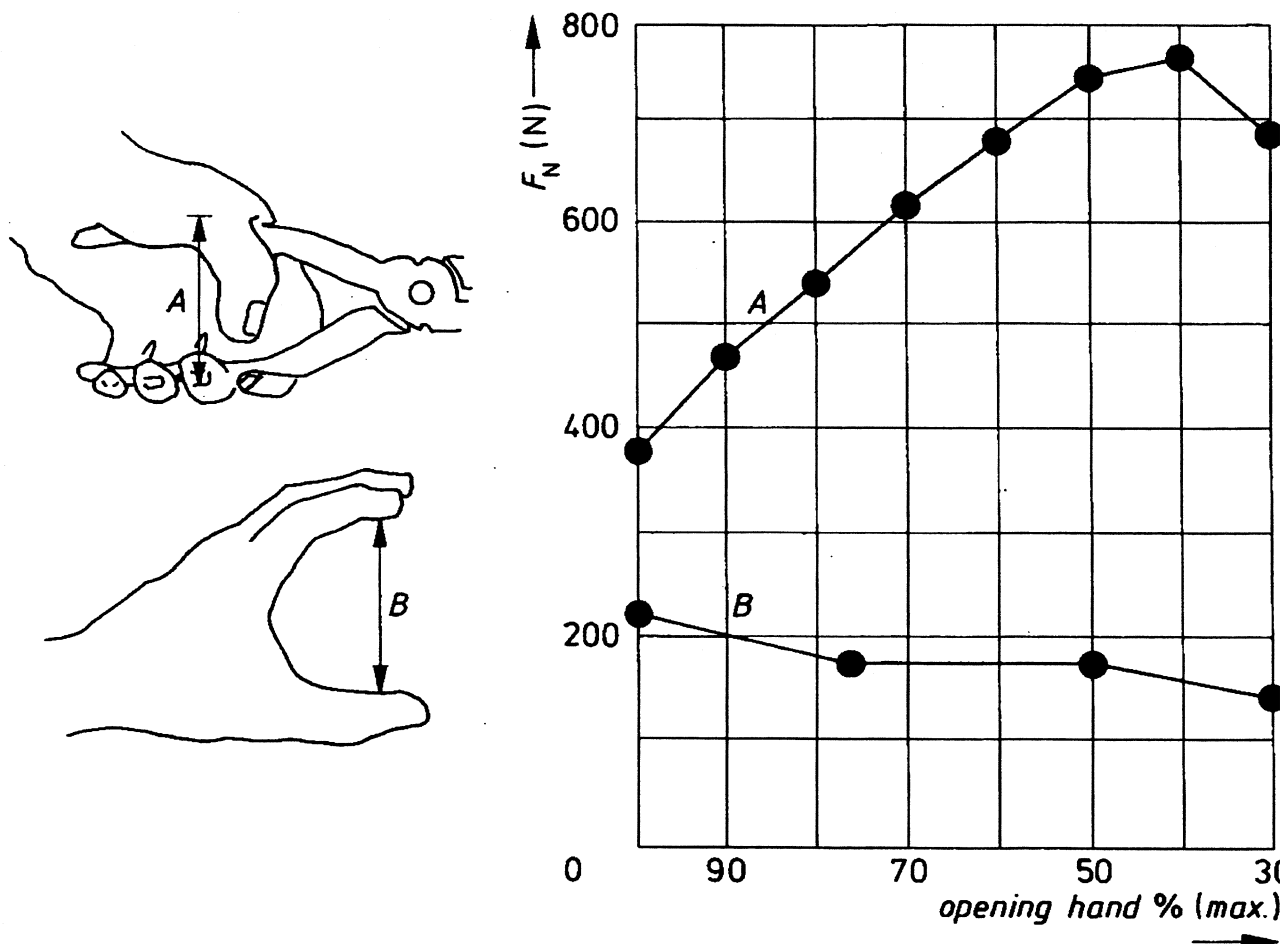
Voor **piëzo-elektrische opnemers** worden ladingsversterkers gebruikt. Deze zetten de ladingsveranderingen om in een signaal tussen de 0 en 10 V. Statische metingen kunnen met deze opnemers slecht worden uitgevoerd door het weglekken van de lading.

5.3.2 Het registreren van belastingsignalen

Het registreren van belastingssignalen wordt vaak op een instrumentatierecorder gedaan. Dit is een bandrecorder waarbij het belastingssignaal op een FM-sigitaal wordt gemoduleerd om ook laagfrequente signalen op te kunnen nemen. Met deze instrumentatierecorders kunnen gedurende langere tijd belastingssignalen worden opgenomen. Het is ook mogelijk de recorder op een lagere snelheid af te spelen dan die waarmee is opgenomen. Snelle belastingsveranderingen in de tijd kunnen zo geanalyseerd worden. Er is een tendens naar het *digitaliseren* van signalen voordat deze geregistreerd worden. Dit gebeurt o.a. om de vervorming van het signaal zo klein mogelijk te houden. Een andere reden is de verwerking van de signalen met een computer, die alleen digitale signalen kan verwerken. In toenemende mate worden *transiënt recorders* toegepast waarbij het analoge signaal uit een signalconditioner eerst door een *snelle analoog/digitaalomzetter* (A/D converter) in digitale vorm wordt gebracht. De snelheid van A/D conversie bepaalt ook de stijgtijd van de signalen, die op deze wijze geregistreerd kunnen worden. Het gedigitaliseerde signaal wordt in een digitaal geheugen gevoerd voor opslag. De inhoud van het geheugen kan direct naar een computer worden gevoerd of door middel van een D/A converter of een oscilloscoop zichtbaar worden gemaakt.

5.3.3 Bepalen van belastingen aan de hand van productergonomische gegevens

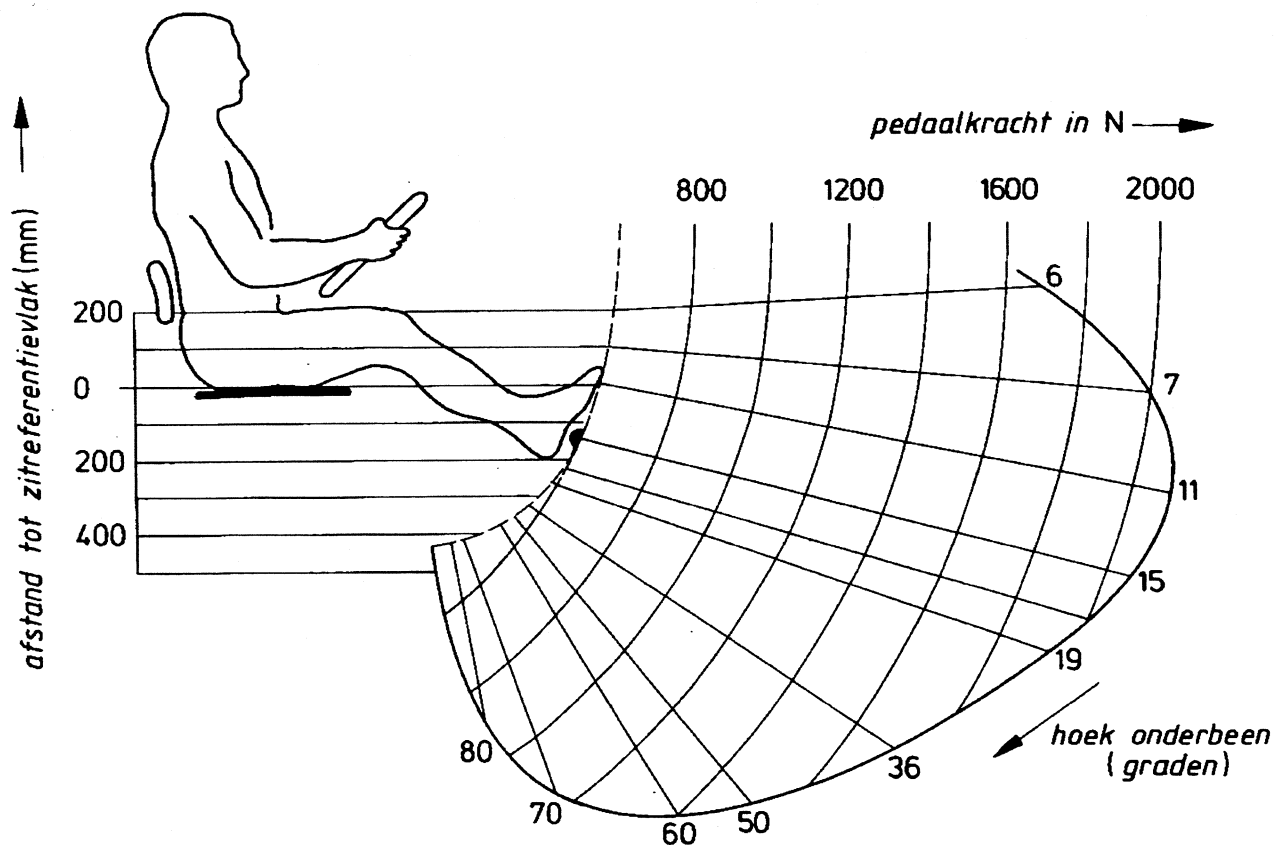
De krachten die gebruikers kunnen uitoefenen op producten zeggen uiteraard iets over de belastingen die op producten uitgeoefend worden. Antropometrisch onderzoek levert dan ook waardevolle gegevens over de orde van grootte van belastingen.



Figuur 5.6 Krachtuitoefeningsverloop als functie van de opening van de hand

Figuur 5.6 geeft het verband weer tussen de maximale kracht die een hand kan uitoefenen en de stand van de duim en vingers ten opzichte van elkaar. Met behulp van de grafiek kan bijvoorbeeld voorspeld worden welke krachten worden uitgeoefend op de handvatten van een tangetje. (grafiek uit *Ergonomie für Design und Entwicklung*, U Burandt, 1978).

Figuur 5.7 toont een soortgelijke grafiek (uit dezelfde bron) voor de kracht die een voet in een bepaalde stand op een pedaal kan uitoefenen. Een dergelijke grafiek maakt het mogelijk de krachten op een rempedaal te bepalen.



Figuur 5.7 Uitgeoefende krachten op een rempedaal als functie van de stand van het been (Lit. [16])

5.3.4 Bepalen van de grootte van belastingen aan de hand van wiskundige modellen en technische berekeningen

Zijn bepaalde technische systemen gemakkelijk te herleiden tot eenvoudige modellen, dan kunnen de consequenties van belastingen vaak gewoon berekend worden. De constructie kan dan met behulp van een technische tekening gemodelleerd worden tot een rekenmodel. Worden rekenmodellen ingewikkelder dan kan het noodzakelijk zijn de hulp van een computer-simulatieprogramma in te roepen. Het probleem kan bijvoorbeeld met behulp van de eindige elementen methode bekeken worden (zie paragraaf 5.4.3).

Rekenvoorbeeld 5.b: elektromotor

Omschrijving: De in Figuur 5.8 getoonde elektromotor drijft een tandwiel aan waardoor de laging van de spil belast wordt. Het rekenmodel voor de lagerbelasting is er schematisch onder gezet

Gegeven: motorvermogen: $P = 20 \text{ W}$;
 rotatiesnelheid: $\omega = 1000 \text{ omwentelingen / min}$;
 tandwiel diameter: $d = 20 \text{ mm}$;

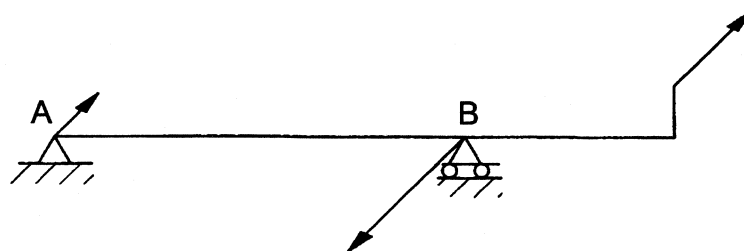
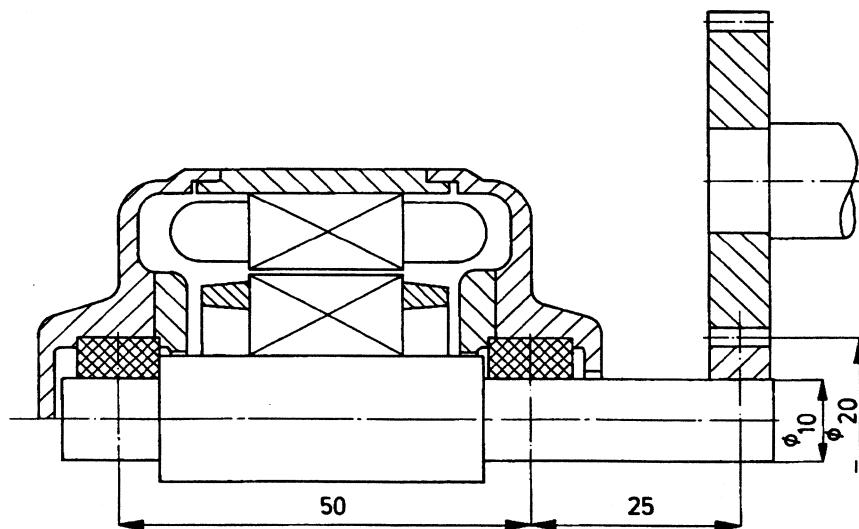
Gevraagd: a) de verdeling van de belasting over de steunpunten in de lagers;

Oplossing: a) $P = F \cdot v_{\text{ontrek}} \quad \rightarrow F = \frac{P}{v_{\text{ontrek}}}$
 $v_{\text{ontrek}} = 1000 \times \pi \times 20 = 62,831 \text{ mm / min} = 1,05 \text{ m / s}$
 Dit geeft: $F = 19,1 \text{ N}$

De verdeling is dan als volgt:

$$M_A = 75F - 50F_B \quad F_B = 75/50 \cdot F = 28,65 \text{ N}$$

$$M_B = 25F - 50F_A \quad F_A = 25/50 \cdot F = 9,55 \text{ N}$$

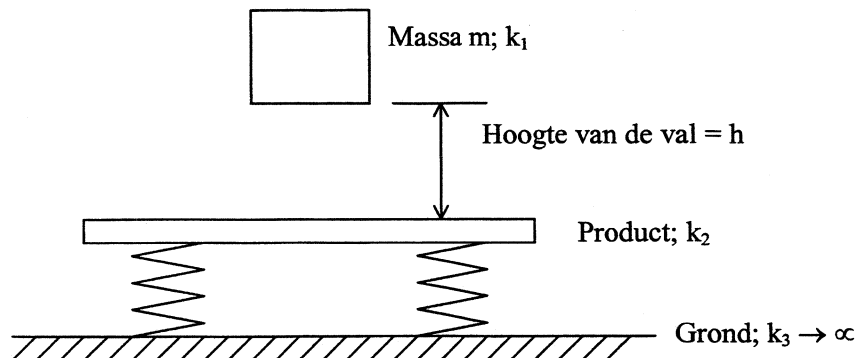


Figuur 5.8 Modelvorming van een elektromotor met een tandwieloverbrenging

• Stootbelasting

De spanning als een gevolg van stootbelasting (F_{stoot}) is vaak een veelvoud van de spanning die zou optreden bij een statische belasting (F_{statisch}) van dezelfde grootte. De verhouding van bovengenoemde $F_{\text{stoot}}/F_{\text{statisch}}$ wordt met een stootfactor ψ aangeduid.

De stootfactor kan met de in de Figuur 5.9 genoemde formule worden bepaald. In deze formule komen de stijfheid van de vallende massa (k_1), de stijfheid van het product (k_2) en de stijfheid van de elastisch dragende constructie (k_3) voor.



$$\text{Stootfactor: } \psi = \frac{\sigma_{\text{stoot}}}{\sigma_{\text{statisch}}} = 1 + \sqrt{\frac{2h}{mg} k_{\text{totaal}} + 1}$$

$$\text{waarbij: } \frac{1}{k_{\text{totaal}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Figuur 5.9 Berekening van de stootfactor

De verhouding van k_1 tot k_2 bepaalt of het product meer of minder van de stootenergie moet absorberen. De stijfheid van het product wordt bepaald door zowel (i) de Elasticiteitsmodulus E van het gebruikte materiaal als (ii) de vorm (geometrie) van het product. Daarom is de absorptie van de stootenergie, en daarmee de stootgevoeligheid, maar met moeite te voorspellen. Van een voor stoot ongevoelig product verlangt men dat de energie door het vallen of stoten, of elastisch of plastisch (naar gelang de toepassing van het product) zonder breuk wordt geabsorbeerd. Dat is het geval voor die stoffen die grote vervormingen bij grote krachten kunnen verdragen. Daarom kan men een eerste indicatie van de stootgevoeligheid uit de resultaten van trekproeven afleiden. De stootgevoeligheid van kunststoffen kan gerangschikt worden met twee genormeerde proefmethoden; de kerf-slag-buig-proef van Charpy (DIN 53 453) en de kerf-slag-proef van Izod (ASTM D-256). Let op: de reksnelheid waarmee een proef wordt uitgevoerd kan grote gevolgen hebben voor de resultaten!

Naast het materiaal spelen de constructie en vormgeving van het product een wezenlijke rol in de stootgevoeligheid. Bovendien kan niet optimale vervaardiging, spanningsconcentraties en beperkingen in dwarscontractie tot brosheid van het product leiden dat op zich van stootvast materiaal gemaakt was. Metingen aan proefstukken kunnen daarom alleen ter oriëntatie dienen. Een stootproef onder gebruiksomstandigheden uit de praktijk, en met deze fabricagetechnologie vervaardigd, zal in de meeste gevallen noodzakelijk zijn.

Rekenvoorbeeld 5.c: slee

Omschrijving: De stootkracht van een menselijk lichaam dat op een voorwerp valt, in dit geval een slee (Figuur 5.10), is een veelvoud van het lichaamsgewicht. Zowel het menselijk lichaam als de slee zijn elastisch en de grond is naar verhouding oneindig stijf. Uit testen met een test persoon van 75 kg blijkt dat de menselijke elasticiteit afhangt van de manier van vallen.

Stug springend persoon: $k_{m1}=93 \text{ kN/m}$

Meegevend springend persoon: $k_{m2}=12 \text{ kN/m}$

Door middel van statische belastingsproeven kan de stijfheid van de slee onderzocht worden:

$$k_{slee} = F/f$$

$F = \text{belasting}$

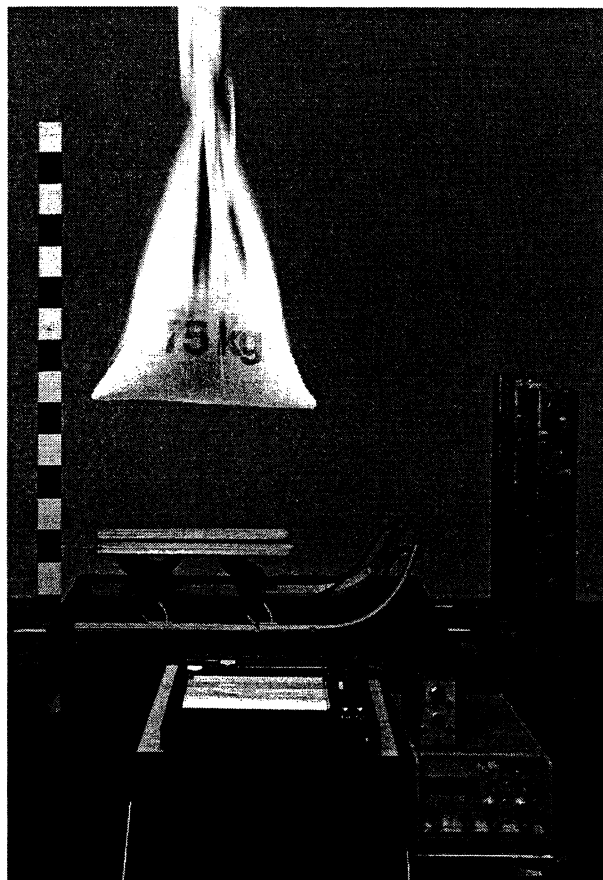
$f = \text{vervorming.}$

Wat is de belasting op de slee b.v. tijdens een botsing op een "Buckelpiste"?

Gegeven: gemiddelde stijfheid voor een vallend menselijk lichaam: $k_m = 90 \text{ kN/m}$
stijfheid van de slee: $k_{slee} = 120 \text{ kN/m};$

Gevraagd: a) de resulterende stijfheid;
b) de resulterende stootkracht bij een valhoogte van 0.6 m;

Oplossing: a) de resulterende stijfheid: $K_{\text{totaal}} = 51 \text{ kN/m}$
b) bij een valhoogte van 0.6 m is de stootfactor: $\psi = 10$
dan is de resulterende stootkracht: $F_{\text{stoot}} = 750 \times 10 = 7500 \text{ N}$



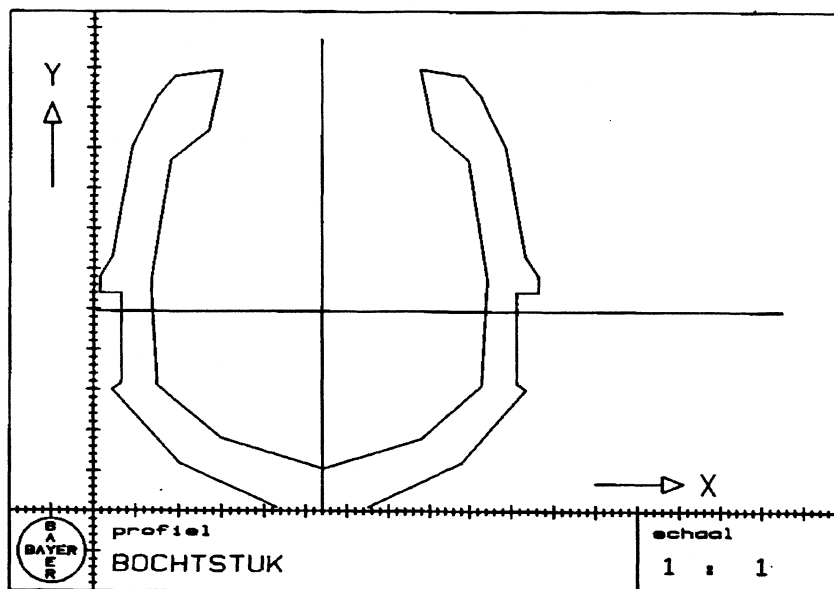
Figuur 5.10 Valproef met een massa van 75 kg en een valhoogte van 60 cm (Lit. [17])

5.4 Berekenen van spanningen en rekken

5.4.1 Sterkteleerberekeningen

- **Balken**

De stof, zoals die in de colleges van sterkteleer is behandeld, bestaat voor het merendeel uit berekeningen die aan duurzame gebruiksgoederen voor consumenten moeten worden uitgevoerd. Vooral het inzicht dat verkregen wordt over de invloed van de dikte en de lengte van balken op de stijfheid en de optredende spanningen is belangrijk. Een relevante vraag die gesteld kan worden is: "als dit constructie element dikker wordt gemaakt hoe veranderen dan de stijfheid en de sterkte?". De stijfheidverandering kan meestal door toepassing van de "vergeet-mij-nietjes" al voldoende nauwkeurig worden voorspeld. De bepaling van het traagheids- en/of het weerstandsmoment van willekeurige doorsneden vormt vaak het lastige rekenwerk. Het is echter met personal computers mogelijk op eenvoudige wijze het traagheidsmoment van doorsneden met standaard programmatuur te berekenen. Het voordeel van deze manier van berekenen is dat er een directe visuele controle mogelijk is. In Figuur 5.11 is dit voor een bepaalde doorsnede, waarvan zo het traagheidsmoment is berekend, getoond.



Figuur 5.11 Doorsnede waarvan het traagheidsmoment is berekend

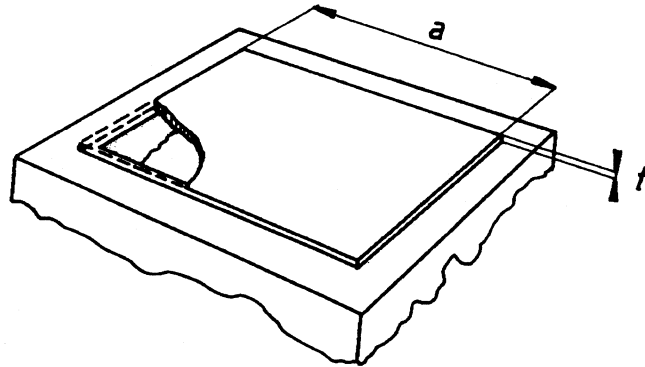
Er zijn ook programma's, waarmee de vervormingen en de optredende spanningen in balken van een willekeurige vorm en met een verlopende doorsnede kunnen worden berekend. Leveranciers van kunststoffen hebben meestal een afdeling "engineering", die deze berekeningen voor klanten uitvoert.

- **Platen en schalen**

Platen en schalen zijn drie-dimensionale lichamen, maar door dat de dikte gering is t.o.v. de uitgestrektheid (overige afmetingen), kunnen deze lichamen tweedimensionaal worden beschreven. Platen en schaalproblemen worden met partiële differentiaalvergelijkingen beschreven en zijn meestal alleen numeriek oplosbaar. Voor rotatiesymmetrische problemen zijn er echter gesloten vorm oplossingen, die in handboeken zijn te vinden. Er zijn voor eenvoudige plaatproblemen oplossingen in de vorm van reeksen, die goed convergeren. Voor een rechthoekige plaat bijvoorbeeld die vrij is opgelegd of aan de randen is ingeklemd, zijn er in handboeken uitdrukkingen te vinden voor de doorzakking en de hoogst optredende spanning.

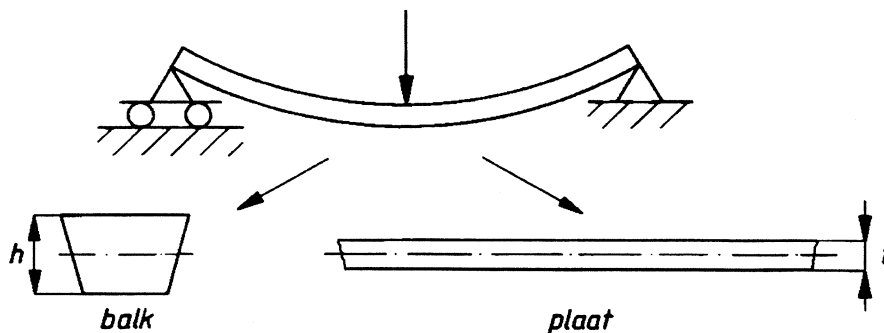
In Figuur 5.12 is een vrij opgelegde plaat getekend en de uitdrukkingen voor de zakking f en de hoogst optredende spanning σ_{\max} zijn voor deze plaat met zijde a belast met een druk p :

$$f = 0,044 \frac{pa^4}{Et^3} \quad \sigma_{\max} = 0,29 \frac{pa^2}{t^2} \quad (5.04)$$



Figuur 5.12 *Opgelegde plaat met een constante dikte*

Voor stijfheidsberekeningen van platen moet er rekening mee worden gehouden dat platen stijver zijn dan balken door het onderdrukken van de dwarscontractie, zie Figuur 5.13.



Figuur 5.13 *Effect van de dwarscontractie bij balken en platen.*

De buigstijfheid K van onverribde platen is:

$$K = \frac{bt^3}{12(1-\nu^2)} E \quad (5.05)$$

waarin: b = plaatbreedte ($b > 10 t$)

t = plaatdikte

ν = dwarscontractiecoëfficiënt

Door verribbing is de stijfheid aanzienlijk te verhogen, wat in hoofdstuk 4 en 5 van Lit. [3] is behandeld.

Bij platen en schalen moet rekening worden gehouden met de zgn. geometrisch niet-lineaire vervormingen. Platen worden t.g.v. vervormingen schaalvormig en daardoor aanzienlijk stijver. Bij een ingeklemde plaat is een oplossing bij een zakking van één maal de plaatdikte al niet meer correct. Voor geometrisch complexe platen en schalen kan alleen m.b.v. de Eindige Elementen Methode een oplossing verkregen worden, zie paragraaf 5.4.3. Het is verstandig om deze methode alleen te gebruiken bij voldoende kennis van de plaat- en schaaltheorie.

Rekenvoorbeeld 5.d: cirkelvormige plaat en schaal

Omschrijving: Voor een ingeklemde cirkelvormige schaal (zie Figuur 5.14) waarvoor geldt dat $r/h > 8$ en $R/t > 10$ is de maximale verplaatsing ten gevolge van een puntbelasting op de pool:

$$f = -C \frac{F \cdot r^2}{16 \cdot \pi \cdot D} \quad \text{waarbij: } D = \frac{E \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)}$$

de constante C hangt af van de waarde van $a = 2 \left[\frac{3(1 - \nu^2) h^2}{t^2} \right]^{\frac{1}{4}}$

a:	0	1	2	3	4	5	6	7	8
C:	1,000	0,985	0,817	0,515	0,320	0,220	0,161	0,122	0,095

Gegeven: $r = 100 \text{ mm}$ $E = 3000 \text{ N/mm}^2$ $F = 10 \text{ N}$ $t = 1 \text{ mm}$ $\nu = 0,3$

Gevraagd: a) de maximale verplaatsing voor een vlakke cirkelvormige plaat
b) de maximale verplaatsing voor een schaal met $h = 2 \text{ mm}$
c) de verhouding van de stijfheid van de hiervoor beschreven schaal en plaat

Oplossing: a) vlakke plaat dus $h = 0$, daaruit volgt $a = 0$ en $C = 1,0$

$$D = \frac{3000 \times 1^3}{12(1 - 0,3^2)} = 275$$

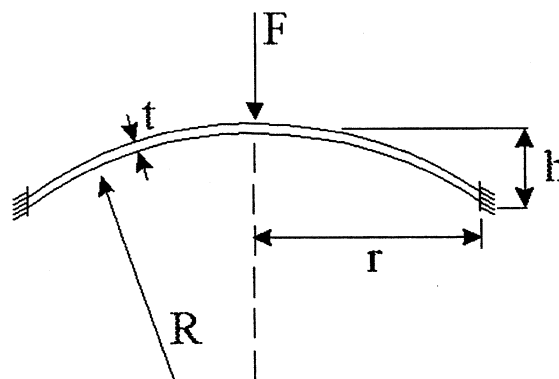
$$f_{\text{plaat}} = -\frac{10 \times 100^2}{16 \times \pi \times 275} = -7 \text{ mm}$$

$$\text{b) } h = 2,0; a = 2 \times \left[\frac{3 \times (1 - 0,3^2) \times 4}{1} \right]^{\frac{1}{4}} = 3,64$$

C zit dus tussen 0,515 en 0,320, interpolatie geeft $C \approx 0,39$

$$f_{\text{schaal}} = -0,39 \times \frac{10 \times 100^2}{16 \times \pi \times 275} = -2,8 \text{ mm}$$

$$\text{c) } k = \frac{F}{f} \quad \text{dus} \quad \frac{k_{\text{schaal}}}{k_{\text{plaat}}} = \frac{f_{\text{plaat}}}{f_{\text{schaal}}} = \frac{-7}{-2,8} = 2,5$$



Figuur 5.14 Cirkelvormige schaal met een puntbelasting op de pool

- **Spanningsconcentraties**

In de buurt van geometrie-overgangen, gaten en kerven treden plaatselijk hoge rekken en/of spanningen op. Er wordt in deze gevallen gesproken van spanningsconcentraties. De spanningsconcentratiefactor is de mate waarin de nominale spanning plaatselijk hoger is dan in de directe omgeving. De spanningsconcentratiefactor K_t is:

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \quad (5.06)$$

waarin: σ_{\max} = de maximaal optredende spanning

σ_{nom} = de nominale spanning die met een eenvoudige formule te berekenen is.

Voor veel voorkomende gevallen zijn spanningsconcentratie factoren in grafieken en tabellen vastgelegd. De bekendst op dit gebied zijn van Petersen [8] en van Roark [1]. Het principe van vastleggen, berust op het zogenaamde dimensieloos maken van geometrie verhoudingen van afrondingsstralen.

Rekenvoorbeeld 5.e: trekstaaf

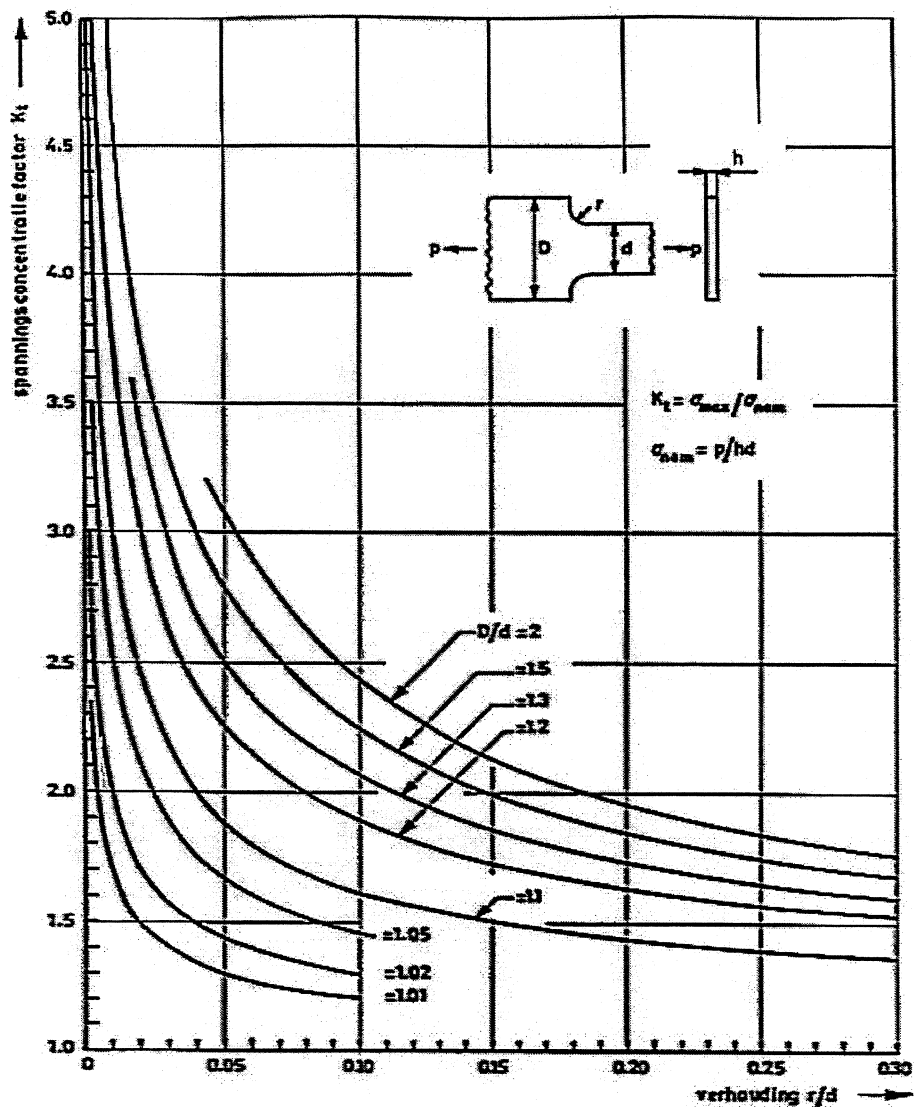
Gegeven: Een trekstaaf met de afmetingen: $D = 10 \text{ mm}$
 $d = 5 \text{ mm}$
 $r = 0,5 \text{ mm}$
 $h = 2 \text{ mm}$
 $F = 100 \text{ N}$

Voor spanningsconcentratiefactoren zie Figuur 5.15

Gevraagd: a) de maximaal optredende spanning, σ_{\max} ;
 b) het effect van het vergroten van de afrondingsstraal met een factor 2 op σ_{\max} ;

Oplossing: a) $\sigma_{\text{nom}} = \frac{F}{dh} = 10 \text{ N/mm}^2$
 $D/d = 2$ en $r/d = 0,1$ dus $K_t \approx 2,44$ (uit Figuur 5.15)
 $\sigma_{\max} = 2,44 \times 10 = 24,4 \text{ N/mm}^2$

b) $r = 1 \text{ mm}$ ($2 \times 0,5 \text{ mm}$), $r/d = 0,2$ en $K_t \approx 1,95$
 $\sigma_{\max} = 1,95 \times 10 = 19,5 \text{ N/mm}^2$



Figuur 5.15 Verloop van spanningsconcentratiefactor als functie van de verhoudingen D/d en r/d

5.4.2 Het gebruik van handboeken

Het gebruik van handboeken is alleen verstandig voor die boeken waarvan de gebruiker het vereiste opleidingsniveau heeft. Het is vaak beter een eenvoudige standaardformule te gebruiken dan een onbegrijpelijke formule, die vaak maar een beperkte geldigheid heeft.

Één van de meest eenvoudige handboeken is dat van Dubbel Lit [6]. Dit boek geeft voor balken de meest voorkomende formules, maar over platen en schalen staat er weinig vermeld. Een erg bruikbaar boek is dat van Roark en Young 'Formulas for stress and strain' Lit. [1]. In dit boek staan naast de formules nog aanwijzingen voor het gebruiken van veel formules aangegeven.

Een echt handboek is het 'Handbook of Engineering Mechanics' Lit. [7], waarin ook beknopt de theorie wordt beschreven. Het boek geeft niet veel pasklare formules en is bovendien moeilijk, zodat een goede toegepaste mechanica-achtergrond vereist is.

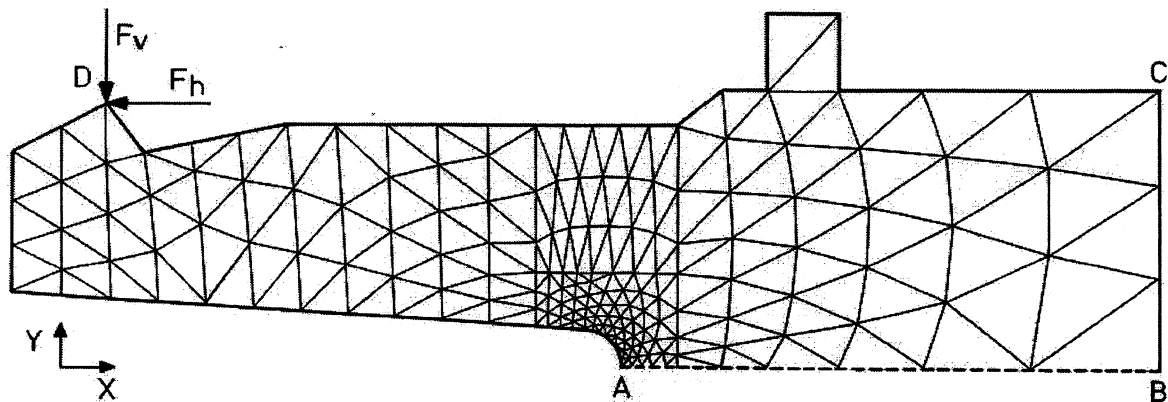
5.4.3 De Eindige Elementen Methode

Voor eenvoudige geometrie van producten én belastingsgevallen kunnen handberekeningen adequaat inzicht geven in de optredende spanningen en verplaatsingen. Voor de veelal ingewikkelde producten en mechanische belastingen die in de praktijk voorkomen kunnen berekend worden met behulp van de eindige elementen methode (EEM of FEM= Finite Element Method).

De geometrie van de totale constructie wordt denkbeeldig opgedeeld in een groot aantal eenvoudige deelgeometrieën (elementen) die met elkaar verbonden zijn op een eindig aantal knooppunten. Met uitzondering van singulariteiten (zoals bv. scheuren) zal vergroting van het aantal elementen, en dus verkleining van de element grootte, de werkelijkheid steeds beter benaderen. Van elk element worden vergelijkingen opgesteld en aan elkaar gekoppeld waarbij aan de volgende 3 condities wordt voldaan:

- i) **evenwichtsvoorwaarden**
- ii) **vervormingsrelatie** (relatie verplaatsing - vervorming);
- iii) **constitutieve vergelijkingen** (relatie vervorming - spanning).

Het totaal geeft een numerieke benadering (in matrix vorm) van het product. (zie Lit. [9] en dictaat wb1204 Stijfheid en Sterkte II).



Figuur 5.16 Voorbeeld van een verdeling in elementen voor berekeningen aan een toetsstang

Berekeningen met behulp van bestaande Eindige Elementen Methode software, zoals b.v. NASTRAN, ANSYS, MARC, ABAQUS etc. (die tegenwoordig ook draaien op PC's), bestaat uit 4 stappen:

- 1) Het opzetten van het model
- 2) De bepaling van belastingen op het product
- 3) Het door de computer laten uitvoeren van berekeningen
- 4) Het interpreteren en analyseren van de berekeningsresultaten.

Het model bestaat uit een geometrie omschrijving, opdeling in elementen (vernetting) en randcondities. In 1) en 2) moeten dan ook een aantal belangrijke keuzen gemaakt worden:

- i) Wordt het hele product of alleen een relevant deel van het product geanalyseerd?
- ii) Welke elementen (balk, plaat, schaal, ...) zijn geschikt?
- iii) Hoe wordt de constructie in elementen verdeeld (dit kan m.b.v. een netwerkgenerator)?
- iv) Wat zijn de randvoorwaarden en belastingen (krachten, drukken, temperatuur, voorgeschreven verplaatsingen) en hoe voeren we die in?

Tegenwoordig is het relatief eenvoudig om van een vormbeschrijving uit een CAD model een eindige elementen netwerk te genereren en daarna relevante berekening uit te voeren. Maar bovengenoemde

vragen komen ook dan aan de orde. Het doel van de Eindige Elementen analyse moet de vernetting en elementtype(s) keuzen bepalen.

- Grove vernetting (dus weinig elementen) → snelle berekening → geeft inzicht in stijfheid van concept ontwerp.
- Verfijnde vernetting (veel elementen) → langere rekentijd → nauwkeurige schatting van spanningen en vervormingen

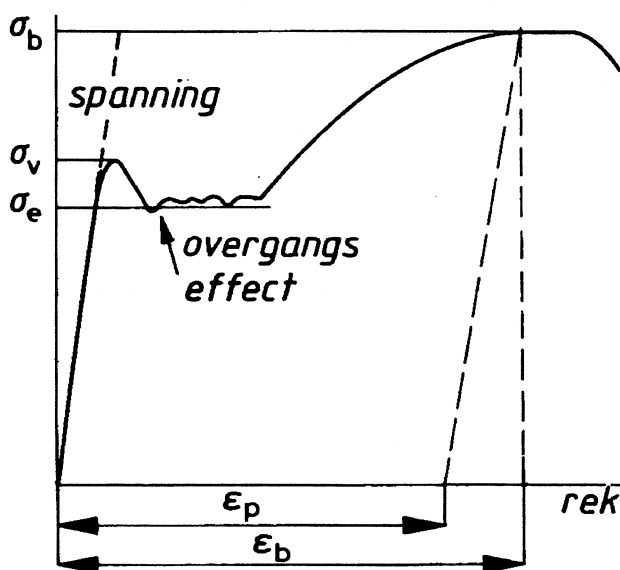
Opmerkingen:

Alhoewel er dus standaard software bestaat om gecompliceerde berekeningen uit te voeren dient er voor de toepassing van de eindige elementen methode een behoorlijke mate van ervaring opgebouwd te worden om de modellering van het product, de randvoorwaarden en de belasting(en) goed in te voeren. De presentatie van de verkregen resultaten, zeker met behulp van de huidige GUI's (GUI = Graphical User Interface), wekken wel eens de indruk dat het allemaal erg eenvoudig is. Toch vraagt de interpretatie van de resultaten ervaring en inzicht! Resultaten moeten dus altijd kritisch bekeken worden. Dit geldt met name voor niet-lineaire berekeningen die juist voor kunststof componenten essentieel zijn.

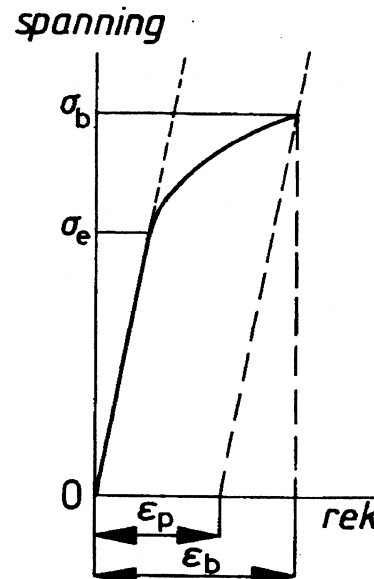
Daarom: vergelijk altijd de orde van grootte en locatie van maxima van b.v. de berekende verplaatsingen met de verwachte uitkomst (handberekeningen). Ook is het raadzaam om eerst een (lineaire) berekening met een eenvoudige belasting uit te voeren en die te bekijken alvorens zeer gecompliceerde belastingen met een (niet-lineair) EEM-model door te rekenen.

5.5 Toelaatbare spanningen en rekken

De grootte van toelaatbare rekken en/of spanningen wordt door het materiaalgedrag bepaald. Het is daardoor vrijwel onmogelijk om een verantwoorde waarde hiervoor te bepalen zonder dit gedrag te kennen. De meest gebruikte manier van het karakteriseren van het materiaalgedrag is het bepalen van een *spanning-rek diagram* zoals in Figuren 5.17a en 5.17b is gegeven.



Figuur 5.17a Trekkromme voor taai materiaal.



Figuur 5.17b Trekkromme voor bros materiaal

In bovenstaande krommen is het materiaalgedrag van een bros en een taai materiaal getekend en bij het bepalen van toelaatbare spanningen wordt vaak van het brosse of taai materiaalgedrag uitgegaan [6].

De sterkte-eigenschappen van een materiaal worden gekarakteriseerd door de onderstaande waarden:

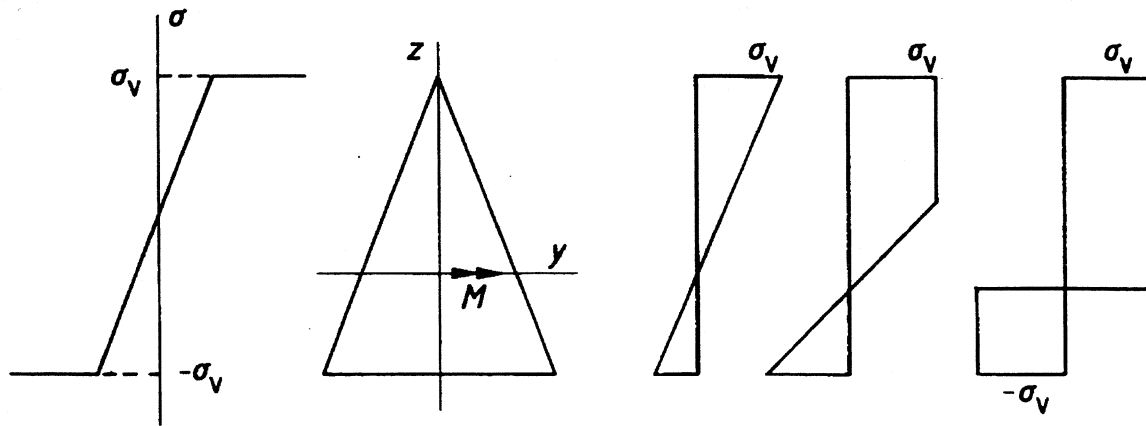
σ_b	de treksterkte	N/mm^2 of MN/m^2
σ_e	de elasticiteitsgrens	N/mm^2 of MN/m^2
σ_v	de vloeigrens	N/mm^2 of MN/m^2
$\sigma_{0,2}$	de spanning waarbij 0,2 % plastische rek optreedt	N/mm^2 of MN/m^2
ϵ_b	de rek bij breuk	%

Bij een volledig *bros* materiaal vallen de treksterkte en de elasticiteitsgrens samen. Een bros materiaalgedrag zal in het algemeen snel tot falen leiden bij mechanische spanningen in de buurt van de treksterkte, ook al treden deze lokaal op. Het brosse materiaal heeft geen mogelijkheid om plaatselijk te vloeien en zo lokale piekspanningen te vereffenen.

Een *taai* materiaalgedrag leidt minder snel tot falen als de spanningen boven de vloeigrens komen door de zgn. "plastische reserve", die het materiaal bezit. Dit is enerzijds de mogelijkheid om bij het overschrijden van de vloeigrens nog belastingen op te kunnen nemen en anderzijds de mogelijkheid om plaatselijk te kunnen vloeien.

Bij spanningsconcentraties zal bij een taai materiaal plaatselijk vloeien optreden bij het overschrijden van de vloeigrens, maar bij een bros materiaal treedt in dat geval scheurvorming of breuk op. Een taai materiaal is in staat veel energie te absorberen, wat vooral bij stootbelastingen van groot belang kan zijn. De opgenomen energie is het oppervlak onder de trekkromme en uit Figuur 5.16 is te zien dat dit bij een taai materiaal veel groter is dan bij een bros materiaal.

In het geval van buiging is de belastbaarheid van een constructie bij gebruik van een taai materiaal hoger dan bij een bros materiaal. Bij plastische vervorming bij het overschrijden van de vloeigrens in de buitenste vezels zal de spanning niet toenemen en zullen de meer naar binnen gelegen vezels op een hoger spanningsniveau komen. In Figuur 5.18 is dit aangegeven voor een op buiging belaste doorsnede voor een zogenaamd ideaal elasto-plastisch materiaal gedrag.



Figuur 5.18 Spanningsverloop in een op buiging belaste doorsnede

Er zijn materialen met een uitgesproken bros materiaalgedrag, zoals keramiek en thermoharders met een vulmiddel. De meeste constructiematerialen vertonen een min of meer taai materiaalgedrag. De taaiheid neemt echter af bij een dalende temperatuur en/of een hoge belastingssnelheid. Dit geldt vooral voor kunststoffen, waarbij het materiaalgedrag sterk afhankelijk is van de temperatuur en de belastingssnelheid.

Overzichtelijke en uitgebreide informatie over materiaaleigenschappen voor ontwerpen is gepresenteerd in Ashby Lit. [14] en IDEMAT (database) via internet [15].

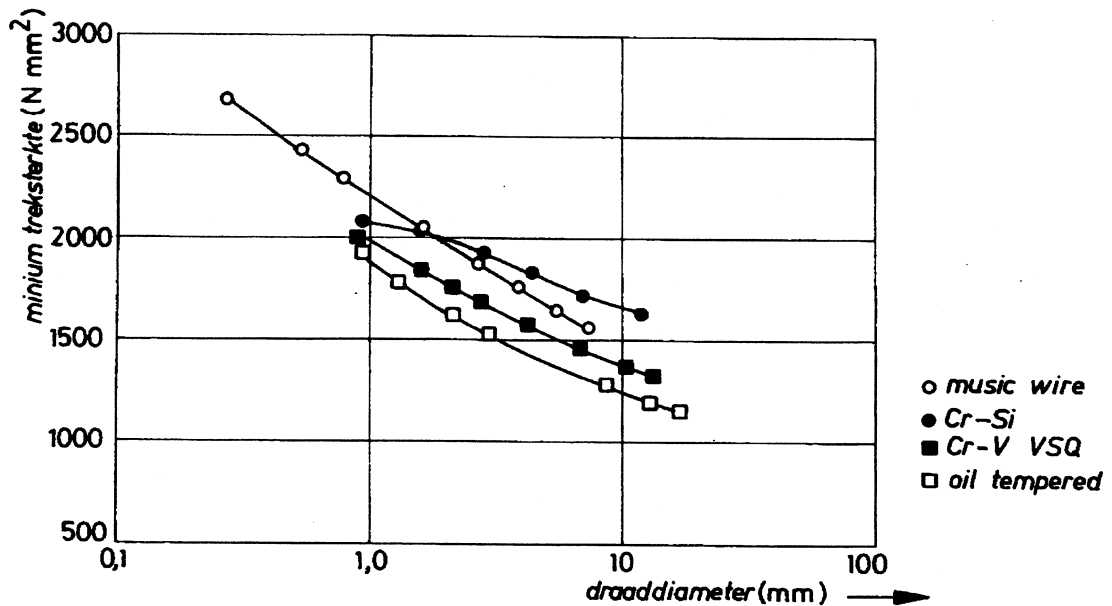
5.5.1 Toelaatbare spanningen bij stalen

De toelaatbare spanning bij metalen wordt bepaald door de *vloeigrens* σ_v of de *proportionaliteitsgrens* σ_e voor een bepaald percentage plastische vervorming.

In het algemeen wordt de toelaatbare nominale spanning ruim onder de vloeigrens genomen. Bij taaiere materialen zal een hogere waarde toelaatbaar zijn dan bij brosse materialen omdat bij de laatste snel breuk optreedt bij het overschrijden van de elasticiteitsgrens. Ten gevolge van afwijkingen in warmtebehandeling en oppervlaktegesteldheid kunnen de waarden voor de toelaatbare spanningen hoger of lager uitvallen.

- **Verenstalen**

Deze stalen bezitten een lage plastische reserve door de vervormings- en warmtebehandelingsprocessen. Vooral bij verendraad kan door het rekken in te weinig trappen een bros materiaal ontstaan. Voor verenstaal is de sterkte groter naarmate de dikte kleiner wordt. Het verband daartussen is in Figuur 5.19 in grafiekvorm weergegeven. Voor gegevens over ontwerp-spanningen wordt verwezen naar het 'Spring Designers Handbook' (Lit. [10]) en het Metals Handbook part I (Lit. [11]).



Figuur 5.19 Afhankelijkheid van de treksterkte van de diameter van de draad uit verenstaal

- **Constructiestalen**

Constructiestalen hebben een gewaarborgde minimum treksterkte σ_b of een gewaarborgde vloeigrens σ_v . Voor enige veel gebruikte constructiestalen zijn deze waarden in Tabel 5.2 gegeven.

De ontwerp-spanning ligt tussen 0,5 en 0,75 van de grenzen σ_b of $\sigma_{0,2}$ en deze factor is afhankelijk van de ervaring van de constructeur en de veiligheidsaspecten van de toepassing.

Constructiestaal	minimale σ_b N/mm^2	minimale $\sigma_{0,2}$ N/mm^2	Opmerkingen
Fe 410-2	410		staal kwaliteit 2
Fe 355 Mn		355	mangaan staal
Fe G 440	440		gietstaal
Fe 360	360	240	algemeen staal
Fe 520	520	360	voor hogere sterkte staal

Tabel 5.2 Sterkte van enkele constructiestalen

- **Gereedschapsstalen**

De belastbaarheid of sterkte van deze stalen ligt in het algemeen hoger dan die van de constructiestalen door de hogere zuiverheid en de betere warmtebehandeling. De prijs is echter ook aanzienlijk hoger.

• Hoge- en ultra-hogereksgrensstalen

Door legeren, warmtebehandelingen en vervormingsprocessen kunnen stalen met een hoge rekgrens worden verkregen. De zogenaamde plastische reserve van deze stalen is klein en verder is de rek bij breuk erg laag. Constructies waarin deze stalen worden gebruikt moeten daarom zorgvuldig worden ontworpen en doorgerekend. In Tabel 5.3 zijn enige waarden voor deze stalen gegeven.

Staal	minimale σ_b N/mm^2	minimale $\sigma_{0,2}$ N/mm^2	Opmerkingen
A517 Gr. A	790	690	laag gelegeerd
4340	2020	1900	ultra hoge rekgrens

Tabel 5.3 Sterkte van enkele hoge-rekgrensstalen

5.5.2 Toelaatbare spanningen bij andere metalen

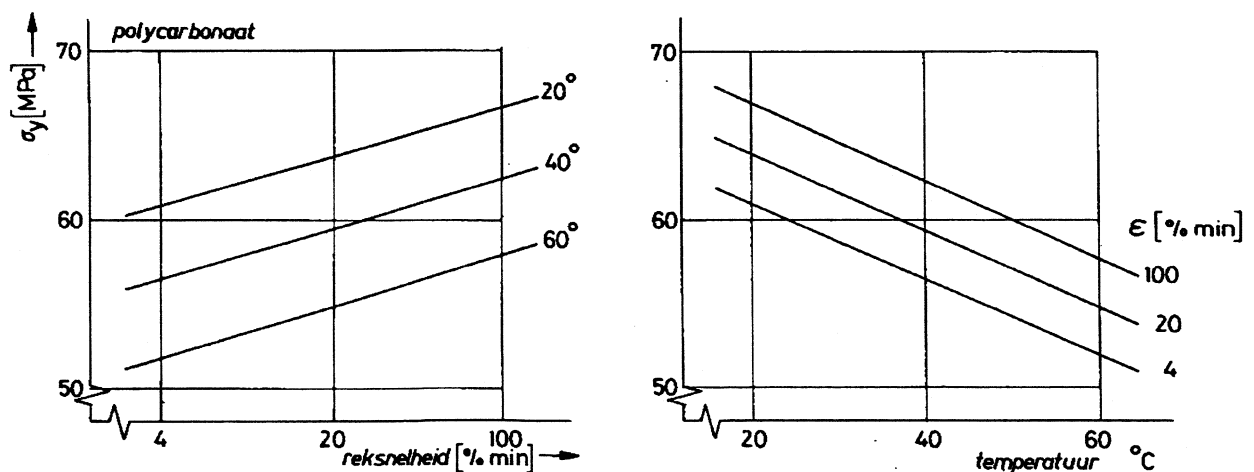
Voor het bepalen van de toelaatbare spanningen in andere metalen wordt verwezen naar Lit. [13], waar voor een groot aantal metalen de meest belangrijke sterkte-eigenschappen zijn gegeven. Het is ook bij deze materialen van belang om de waarden van de *proportionaliteitsgrens*, de *treksterkte* en de *rek bij breuk* te betrekken in de bepaling van de toelaatbare spanningen. Net als bij staal geldt hier dat een sterkere "uitvoering" van een bepaald metaal, brosser is. Dit is goed waarneembaar bij de verschillen tussen zachte en harde aluminiumlegeringen.

5.5.3 Toelaatbare rekken bij kunststoffen

De materiaaleigenschappen van kunststoffen zijn sterk afhankelijk van:

- temperatuur;
- belastingssnelheid;
- belastingduur.

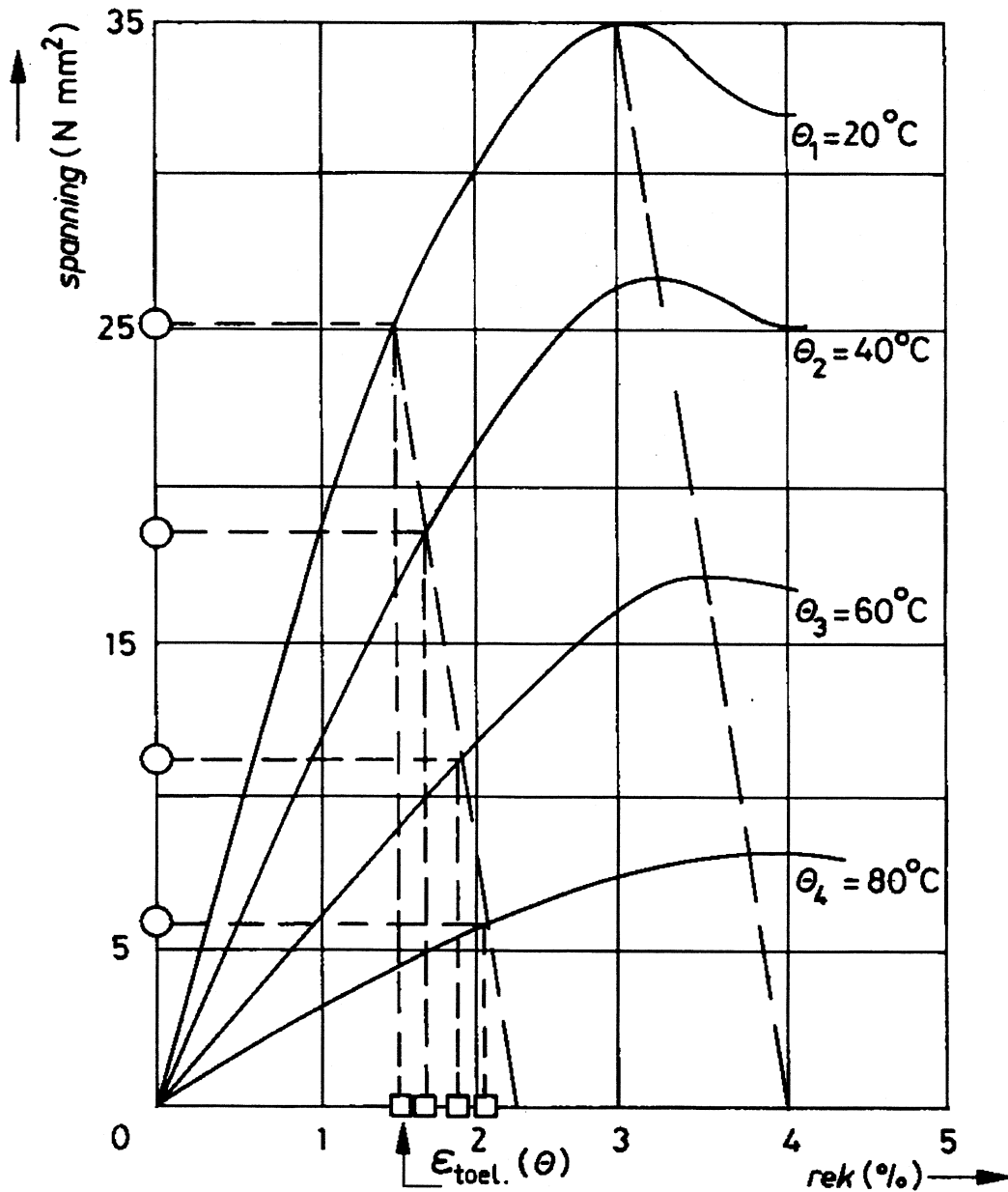
In Figuur 5.20 is dit geïllustreerd aan de hand van diagrammen, die bij verschillende temperaturen en reksnelheden zijn bepaald.



Figuur 5.20 Spanningsdiagrammen van Polycarbonaat bij verschillende temperaturen en reksnelheden

Er is bij veel kunststoffen geen uitgesproken vloeigrens waar te nemen en vanwege het niet-lineaire mechanische gedrag is er ook geen proportionaliteitsgrens voor deze kunststoffen te bepalen. Vaak zijn het juist deze twee grootheden die voor een situatie de toelaatbare spanning geven. Er wordt bij veel kunststoffen met een *toelaatbare rek* gewerkt. Daarmee kan de toelaatbare spanning die bij de toelaatbare rek hoort worden bepaald waarmee gerekend kan worden.

Daarnaast blijkt uit Figuur 5.21 dat het spannings-rek diagram en de toelaatbare spanning sterk afhankelijk is van de temperatuur. Ook daarom zijn de vloeigrens en de proportionaliteitsgrens minder geschikt dan de toelaatbare rek, die -zoals in Figuur 5.21 wordt getoond- vrijwel temperatuuronafhankelijk blijkt te zijn. Dus wordt er in deze gevallen de spanning genomen die bij de bepaalde toelaatbare rek hoort.



Figuur 5.21 Spannings-rek diagrammen van een kunststof bij verschillende temperaturen

Er wordt steeds meer met een *toelaatbare rek* dan met een toelaatbare spanning gerekend. Vooral bij kunststof onderdelen, die een verplaatsingsbelasting ondergaan is dit eenvoudiger. In Tabel 5.4 zijn richtlijnen voor de toelaatbare rek van klikverbindingen voor een aantal kunststoffen gegeven. De waarden in Tabel 5.4 gelden voor de maximale rekken zodat rekening moet worden gehouden met spanningsconcentraties.

Kristallijne thermoplasten, onge vuld	Toelaatbare rek
	%
Polyetheen	8
Polypropyleen	6
Polyamide, geconditioneerd	6
Polyamide, droog	4
Polyoxymethyleen	6
Polybutyleentheraftelaat	5

Amorfe thermoplasten, onge vuld	Toelaatbare rek
	%
Polycarbonaat	4
ABS	2,5
Cellulose-ester	2,5
Polystyrol	1,8
Gemodificeerde polystyrolen	2 – 2,5
Polymethylmethacrylaten	2

Glasvezelversterkte thermoplasten (20-30 %)	Toelaatbare rek
	%
Polyamide, geconditioneerd	2
Polyamide, droog	1,5
Polycarbonaat	1,8
Polybuteenthereftalaat	1,5
ABS	1,2

Tabel 5.4 Richtwaarden voor de toelaatbare rek van klikverbindingen

De toelaatbare rek wordt ook sterk verlaagd door vloeinaden en deze moeten daarom op hoogbelaste plaatsen worden vermeden. Het voorspellen van de plaatsen, waar vloeinaden zullen optreden is mogelijk met computerprogramma's als MOLDFLOW.

5.5.4 Toelaatbare waarden bij meerassige spanningstoestanden

Er heerst vaak een meerassige spanningstoestand in het materiaal, terwijl de materiaalsterkte uit een éénassige beproeving is verkregen. De meerassige spanningstoestand wordt daarom vertaald in een zgn. ideële spanning. De ideële spanning is een denkbeeldige spanning, die te vergelijken is met de materiaalsterkte verkregen uit een éénassige beproeving. Het is op deze manier mogelijk om de kans op falen voor een ingewikkelde spanningstoestand te bepalen m.b.v. de gegevens uit de trekproef.

Er zijn verschillende criteria voor de faalvormen:

- breuk;
- plastisch vervormen (vloeien).

Deze breuk- of vloeicriteria gelden uitsluitend voor statische belastingen, maar onder bijzondere omstandigheden ook voor dynamische. Voor taaie materialen worden onderscheiden:

- **Criterium van de maximale schuifspanning (Tresca, Coulomb, Guest en Mohr).**

Beschadigingen worden volgens dit criterium bepaald door het overschrijden van een bepaalde schuifspanning. Indien voor de drie hoofdspansingen geldt dat:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \text{ dan is de ideële spanning: } \sigma_{id} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (5.07)$$

Voor een as, die op wringing en buiging wordt belast geldt

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (5.08)$$

Voor zuivere wringing geldt: $\sigma_{id} = 2\tau$ (5.09)

- **Criterium van Von Mises of Huber en Hencky.**

Beschadigingen treden volgens dit criterium op boven een bepaalde waarde van de specifieke vormveranderingsarbeid. Voor een drie-assige spanningstoestand luidt dit criterium:

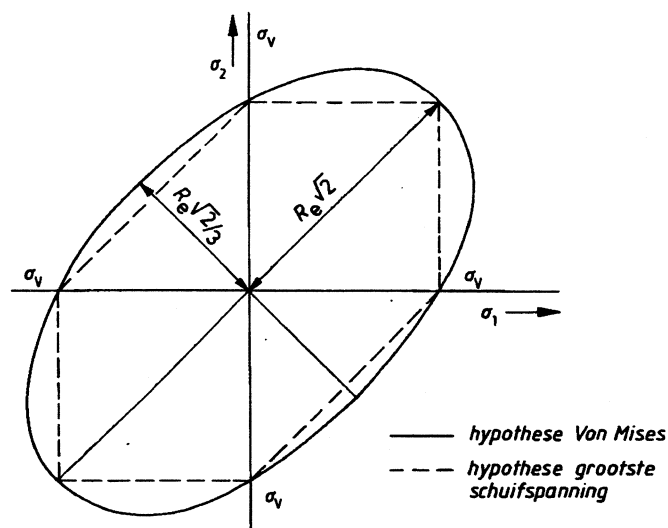
$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_z - \sigma_z\sigma_x + 3(\tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)} \quad (5.10)$$

Voor een as, die op wringing en buiging wordt belast geldt:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (5.11)$$

en voor zuivere wringing geldt: $\sigma_{id} = \tau\sqrt{3}$ (5.12)

In Figuur 5.22 zijn de vloeigrenzen voor beide criteria in een grafiek getekend.



Figuur 5.22 Begrenzing van de vloeigrens bij een twee-assige spanningstoestand volgens twee criteria

Het blijkt dat bij een taai staal de gemeten waarden tussen die volgens het criterium van de maximale schuifspanning en die van het criterium van Von Mises in liggen. Het gebruik van het criterium van de maximale schuifspanning is dus het veiligst.

Bij kunststoffen (Lit. [12]) blijken de gemeten waarden goed met het criterium van Von Mises overeen te komen. Er moet wel rekening worden gehouden met anisotropie.

Voor brosse materialen wordt het criterium van de hoogste normaalspanning toegepast omdat deze de faalvorm splijtbreuk veroorzaakt. De sterkte van brosse materialen is hoger in druk dan in trek en hiermee moet rekening worden gehouden. Voor de wringsterkte kan het beste een waarde van 0,7 maal de treksterkte van brosse materialen worden genomen.

5.5.5 Toelaatbare waarden bij spanningsconcentraties

De in paragraaf 5.4.1 behandelde spanningsconcentratiefactoren zijn theoretische factoren, *die alleen voor de spanning in een lineair-elastisch materiaal gelden*. Bij materialen waar vloeit optreedt is het effect van spanningsconcentraties minder dramatisch dan bij erg brosse materialen. Bij statische belastingen zal door plaatselijk vloeien van het materiaal niet direct breuk optreden.

- **Brosse materialen**

Voor materialen als glas en keramiek, maar ook voor koolstofversterkte kunststoffen moet de spanningsconcentratiefactor *volledig* in rekening worden gebracht.

- **Materialen met een kleine plastische reserve**

Hoge rekgrensstalen en verenmaterialen zijn gevoelig voor spanningsconcentraties, vooral als de temperatuur laag is. De invloed van de spanningsconcentratie wordt voor deze materialen voor *80 tot 90 %* in rekening gebracht.

- **Taaie materialen**

Voor materialen als taai staal is de spanningsconcentratie bij statische *belastingen vrijwel te verwaarlozen*. De spanningsconcentratie wordt slechts voor *10 tot 20 %* in rekening gebracht. Wanneer een materiaal snel belast wordt (schok of slag) dan gedraagt het zich meer lineair-elastisch en zijn spanningsconcentraties wel gevaarlijk.

- **Kunststoffen**

Kunststoffen zijn visco-elastische materialen en hun gedrag is sterk *afhankelijk* van de *temperatuur* en de *belastingssnelheid*. In Lit. [3] is behandeld dat afrondingsstralen de slagsterkte aanzienlijk kunnen beïnvloeden. Een algemene regel voor het in rekening brengen van de spanningsconcentratiefactor kan door de grote verscheidenheid in kunststoffen niet worden gegeven.

BIBLIOGRAFIE

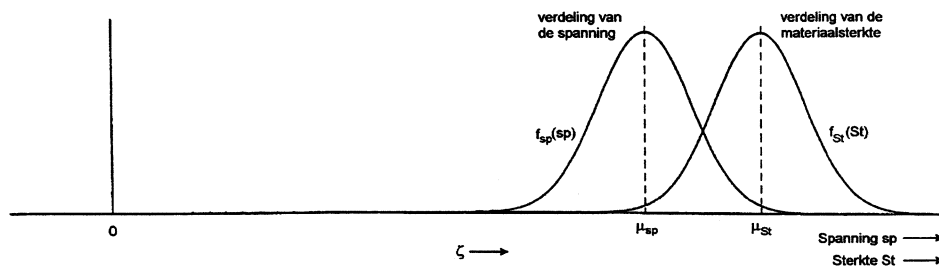
- [1] Roark, Formulas for stress and strain, McGrawhill, New York 197
- [2] Spoormaker, J.L., Compendium Sterkteleer, De Constructeur, medio 1982
- [3] Anemaat, A. en J.L. Spoormaker; Konstrueren van produkten uit kunststof, Collegedictaat io37b
- [4] Oehler, G en Weber, A., Steife Blech- und Kunststoffkonstruktionen Konstruktionbucher Band 30, Springer-Verlag, Berlijn 1972
- [5] Designing Heat-Generating Appliances with the VALOX 800 Resin Family General Electric brochure
- [6] Dubbels Taschenbuch fur den Maschinenbau, Springer-Verlag, Heidelberg
- [7] Fluge, W., Handbook of Engineering Mechanics, McGrawhill, New York 1962
- [8] Peterson, R.E., Stress Concentration Factors, John Wiley & Sons, New York 1974
- [9] NAFEMS, A Finite Element Primer, Dept. Of Trade and Industry, reprint 1987
- [10] Carlson, H., Spring Designers Handbook, M. Dekker Inc., New York 1978
- [11] Metals Handbook, deel 1, ASM
- [12] Schneider en Bardenier, Versagenkriterien fur Kunststoffe, Zeitschrift fur Werkstofftechnik
- [13] Stiomak, Materiaalkeuze in de Werktuigbouwkunde, Educaboek, Culemborg 1978
- [14] Ashby, M.F.; Materials Selection in Mechanical Design, Butterworth-Heinmann, reprint 1993
- [15] IDEMAT, www.tudelft.nl/res.nl.html
- [16] Burandt, U, Ergonomie für Design und Entwicklung, 1978
- [17] Bayer, Sportgeräte mit Qualität und Sicherheit, Ausgabe 3.87

Hoofdstuk 6

Spanning/sterkte interferentie-analyse

6.1 Inleiding

Producten falen indien de *tot falen leidende spanning* sp groter is dan de *materiaalsterkte* St , en in dit hoofdstuk worden de tot falen leidende spanning en de materiaalsterkte als stochastische variabelen, beschouwd. Met interferentie-analyse, wordt de bedrijfszekerheid R berekend, als kans dat de materiaalsterkte groter is dan de tot falen leidende spanning.



Figuur 6.1: Berekening van de bedrijfszekerheid als $R = P(\underline{St} > \underline{sp})$.

De tot falen leidende spanning sp is afhankelijk van: de belastingen, de afmetingen en de materiaaleigenschappen en uit hun kansdichtheidsfuncties kan de kansdichtheidsfunctie van de spanning $f_{sp}(sp)$, worden berekend.

De kansdichtheidsfunctie $f_{St}(St)$ van de materiaalsterkte St kan alleen worden bepaald, uit de resultaten van materiaalbeproevingen.

De bedrijfszekerheid R is in de spanning/sterkte interferentie-analyse gedefinieerd als de kans dat de materiaalsterkte St groter is dan de tot falen leidende spanning sp en in formulevorm:

$$R = P\{St > sp\} \tag{6.1}$$

6.2 Deterministische versus stochastische beschouwingen

In *deterministisch ontwerpen* worden de belastingen, de afmetingen, de gebruiksomstandigheden en de materiaaleigenschappen, beschouwd als *deterministische* grootheden.

Een *deterministische* grootheid heeft éénduidig vastgelegde waarden, hetzij door een wiskundige formule, hetzij door een voorschrift. Voorbeelden van *deterministische* grootheden zijn: een sinusvormige belasting met constante amplitude en afmetingen binnen te verwaarlozen toleranties.

In *probabilistisch ontwerpen* worden de belastingen, de afmetingen, de gebruiksomstandigheden en de materiaaleigenschappen, beschouwd als *stochastische* grootheden.

Een *stochastische* grootheid neemt waarden aan, waarvan slechts met een bepaalde waarschijnlijkheid kan worden verwacht, dat deze in een gedefinieerd interval liggen.

Voorbeelden van *stochastische* grootheden zijn: windbelastingen en afmetingen met toleranties.

Bij *deterministische* beschouwingen wordt er wel *rekening gehouden met* het stochastisch karakter van de tot falen leidende spanning en de materiaalsterkte, maar dit gebeurt alleen door een veiligheidscoëfficiënt. Er wordt bij deterministische beschouwing *geen kans* op falen berekend. Er wordt wel voor gezorgd dat een kenmerkende waarde van de tot falen leidende spanning kleiner is dan een kenmerkende waarde van de materiaalsterkte. In Fig. 1.8 is dit geïllustreerd voor de verwachting μ_{sp} van de tot falen leidende spanning en de ondergrens St_5 van de materiaalsterkte.

Bij *stochastische* beschouwingen wordt er *gerekend* met de kansverdelingen van de belastingen, de afmetingen, de materiaaleigenschappen, de tot falen leidende spanning en de materiaalsterkte. Er wordt bij de stochastische beschouwing *wel een kans* op falen berekend. Bij beide beschouwingswijzen wordt de onderstaande procedures, die in Fig. 5.1 is geïllustreerd, gevolgd bij het dimensioneren:

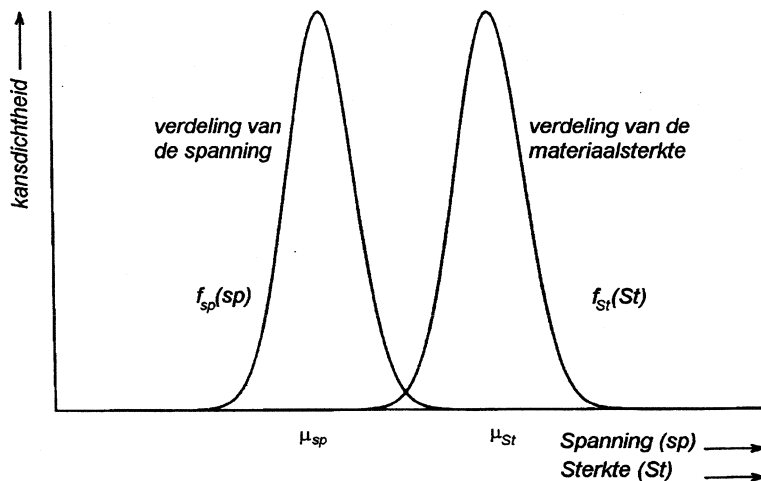
- het bepalen van de belastingen;
- het berekenen van de tot falen leidende spanning sp ;
- het bepalen van de materiaalsterkte St ;
- het voorspellen van de bedrijfszekerheid R .

Het grote voordeel van de stochastische beschouwing is de meer rationele uitspraak over het voldoen van een product aan de bedrijfszekerheidseisen. De veiligheidscoëfficiënt geeft geen éénduidige uitspraak over de bedrijfszekerheid. Bij een waarde van de veiligheidscoëfficiënt ν is de bedrijfszekerheid niet gedefinieerd en deze is sterk afhankelijk van de spreiding in de tot falen leidende spanning sp en de materiaalsterkte St . In Fig. 6.2 en Fig. 6.3 is dit geïllustreerd voor een veiligheidscoëfficiënt ν , die gedefinieerd is als de verhouding tussen:

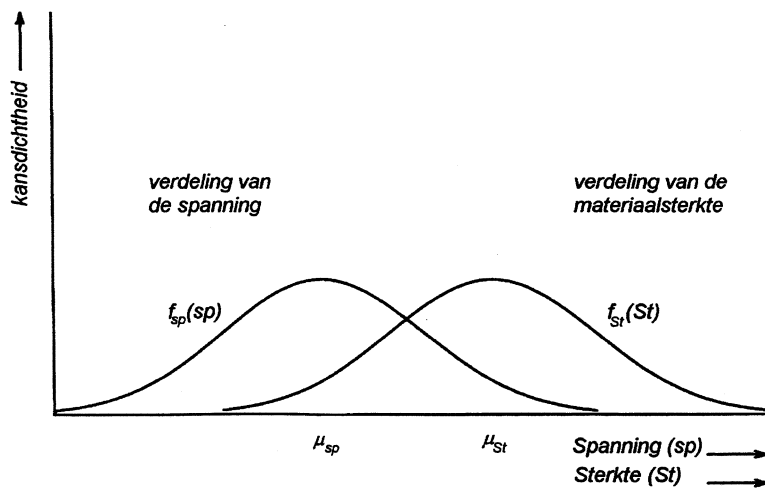
$$\nu = \frac{\text{gemiddelde materiaalsterkte}}{\text{gem. tot falen leidende spanning}} = \frac{\mu_{St}}{\mu_{sp}} \quad (6.2)$$

De veiligheidscoëfficiënt $\nu = 1,5$ is dezelfde voor de afgebeelde kansdichtheidsfuncties. In Fig. 6.2 is getoond dat de bedrijfszekerheid hoog is, indien de spreidingen in de materiaalsterkte en de tot falen leidende spanning klein zijn.

Fig. 6.3 laat echter zien dat de bedrijfszekerheid R vrij laag kan zijn voor het geval van een grote spreiding in de tot falen leidende spanning en de materiaalsterkte.



Figuur 6.2: Hoge bedrijfszekerheid tengevolge van kleine spreidingen in de tot falen leidende spanning sp en de materiaalsterkte St .



Figuur 6.3: Lage bedrijfszekerheid door grote spreidingen in de tot falen leidende spanning en de materiaalsterkte.

6.3 Berekening van $f_{sp}(sp)$

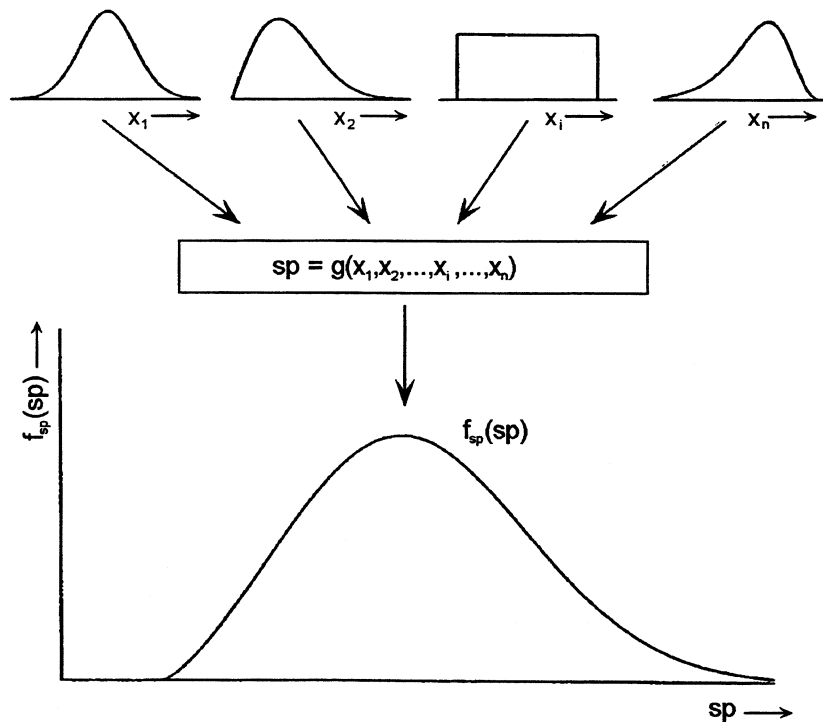
6.3.1 Berekening van de kansdichtheidsfunctie van een functie van stochastische variabelen.

Het bepalen van de kansdichtheidsfunctie van de tot falen leidende spanning komt neer op het berekenen van de k.d.f. van een *functie van stochastische variabelen*.

In Fig. 6.4 is schematisch aangegeven hoe uit de statistische verdelingen van alle ontwerpgrößen, de kansdichtheidsfunctie van de tot falen leidende spanning, wordt bepaald. In deze paragraaf worden methoden behandeld, waarmee het mogelijk is de k.d.f. van de tot falen leidende spanning met een gewenste nauwkeurigheid te benaderen.

De algemene vorm voor de stochastische variabele y als functie van een aantal stochastische variabelen x_n is:

$$\underline{y} = g(\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_i, \dots, \underline{x}_n) \quad (6.3)$$



Figuur 6.4: Berekening van de kansverdeling van de tot falen leidende spanning uit de kansverdeling van de onafhankelijke stochastische variabelen.

De methoden om de kansdichtheidsfunctie van een functie van stochastische variabelen te bepalen zijn:

- de transformatie van variabelen;
- de gemiddelde waarde methode (foutenvoortplantingsmethode);
- de Monte Carlo methode.

De *transformatie van variabelen* geeft een exacte oplossing, maar wordt voor functies zoals (6.3) voor meer dan 1 variabele al gauw onuitvoerbaar. Deze methode is voor een functie met één variabele in [2], toegelicht.

De *gemiddelde waarde methode (foutenvoortplantingsmethode)* geeft de mogelijkheid de momenten van een functie van stochastische variabelen te berekenen. In [1] is deze methode in paragraaf 7.3 voor de functie van 1 stochastische variabele $y = g(\underline{x})$, behandeld. Deze methode wordt voor sterkteleerproblemen vaak toegepast omdat de stochastische variabelen meestal vrijwel normaal verdeeld zijn en de variatiecoëfficiënten van de afmetingen, niet al te groot zijn.

De *Monte Carlo* methode is een numerieke simulatiemethode, waarmee de kansdichtheidsfunctie van een functie van stochastische variabelen tot een gewenste nauwkeurigheid is te benaderen. Deze methode is erg eenvoudig uit te voeren en is door de lage rekenkosten op computers niet erg kostbaar meer. Het nadeel van deze methode is dat er weinig inzicht mee wordt verkregen.

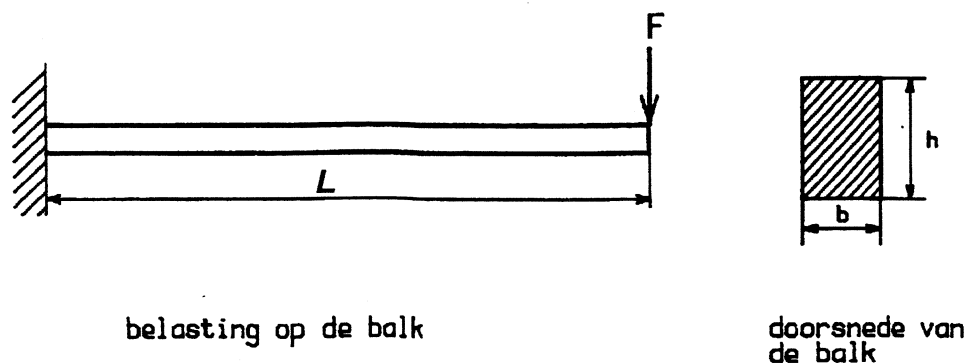
6.4 De gemiddelde waarde methode

De gemiddelde waarde methode (foutenvoortplantingsmethode) wordt gebruikt bij het berekenen van de momenten van een functie $y = g(x)$ van stochastische variabelen. Het is een benaderingsmethode die alleen bruikbaar is, voor (bij benadering) normaal verdeelde onafhankelijke variabelen. Er kunnen voor technische problemen goede resultaten mee verkregen worden en daarom is dit een veel gebruikte methode. De gemiddelde waarde methode wordt alleen gebruikt voor het bepalen van de verwachting μ_y en de standaardafwijking σ_y van een functie van stochastische variabelen. De nauwkeurigheid van deze methode is sterk afhankelijk van de soort functie (lineair tot sterk niet-lineair) en de coëfficiënt van variatie. Hoe hoger de macht is waartoe de stochastisch onafhankelijke variabele(n) wordt verheven en hoe groter de coëfficiënt van variatie, des te onnauwkeuriger is de gemiddelde waarde methode.

Dit deel van de stof is lastig en daarom wordt de stof stapsgewijze toegelicht aan de hand van een aantal **rekenvoorbeelden 6.a t/m 6.h**.

Rekenvoorbeeld 6.0 (éénzijdig ingeklemde balk)

In de rekenvoorbeelden wordt een éénzijdig ingeklemde balk die in Fig. 6.5 is getekend, aan het uiteinde belast door een kracht F of krijgt een voorgeschreven verplaatsing f .

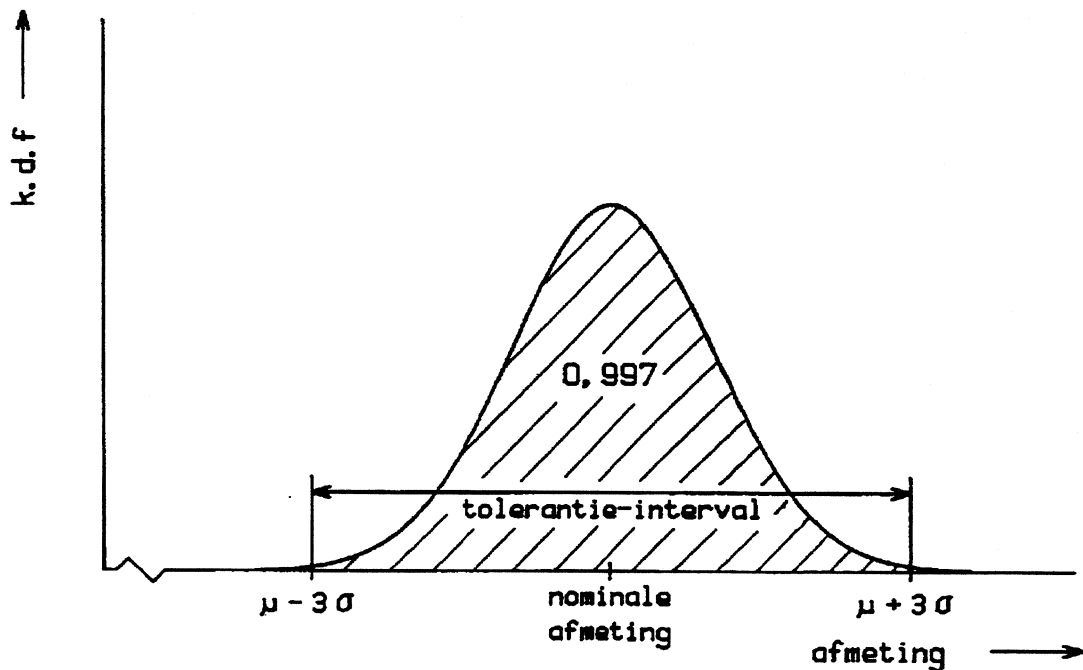


Figuur 6.5: *Ingeklemde balk.*

Gegeven:

kracht:	$F = 10 \text{ N}$	$\mu_F = 10 \text{ N}$	$\sigma_F = 1 \text{ N}$	$V_F = 0,1000$
lengte:	$L = 100 \pm 0,90 \text{ mm}$	$\mu_L = 100 \text{ mm}$	$\sigma_L = 0,30 \text{ mm}$	$V_L = 0,0030$
breedte:	$b = 4 \pm 0,15 \text{ mm}$	$\mu_b = 4 \text{ mm}$	$\sigma_b = 0,05 \text{ mm}$	$V_b = 0,0125$
hoogte:	$h = 10 \pm 0,45 \text{ mm}$	$\mu_h = 10 \text{ mm}$	$\sigma_h = 0,15 \text{ mm}$	$V_h = 0,0150$

De hiervoor vermelde grootheden zijn normaal verdeeld en de parameters (verwachting en standaardafwijking) van deze verdelingen, worden bepaald zoals in Fig. 6.6 is aangegeven.



Figuur 6.6: Bepaling van de verwachting en de standaardafwijking van een afmeting uit de maattolerantie.

De uitdrukking voor de tot falen leidende spanning sp is voor het geval van een belasting F :

$$sp = \frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot h^2}$$

en voor het geval van een voorgeschreven verplaatsing f :

$$sp = \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{L^2} \cdot f$$

6.4.1 Som of verschil van twee normaal verdeelde grootheden.

In Hoofdstuk 2 is al ingegaan op de berekening van de som of het verschil van normaalverdeelde grootheden. Hier wordt ingegaan op het verschil van normaal verdeelde grootheden, omdat de coëfficiënt van variatie groter wordt als de verwachting kleiner wordt.

Verskil van twee normaal verdeelde grootheden.

Meestal is de verplaatsing f een verschilmaat van twee afmetingen, die vaak een relatief lage coëfficiënt van variatie hebben.

In paragraaf 2.3.4 is op de belangrijkste eigenschappen van de normale verdeling ingegaan. Onder punt d zijn formules gegeven om de parameters te bepalen van de som of het verschil van twee normaal verdeelde grootheden. Stel dat:

$$y = x_1 - x_2$$

De verwachting van y : μ_y kan worden berekend uit de verwachting van x_1 : μ_1 en de verwachting van x_2 : μ_2 .

$$\mu_y = \mu_1 - \mu_2$$

De standaardafwijking van y : σ_y kan worden berekend uit de standaardafwijking van x_1 : σ_1 en de standaardafwijking van x_2 : σ_2 .

$$\sigma_y = \sqrt{(\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2}$$

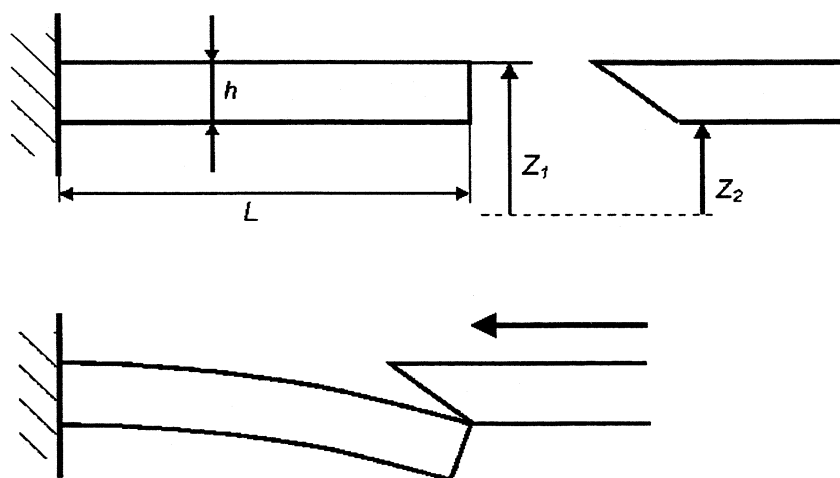
De coëfficiënt van variatie van y : V_y is:

$$V_y = \frac{\sigma_y}{\mu_1 - \mu_2}$$

Rekenvoorbeeld 6.a: (voorgeschreven verplaatsing)

Gegeven:

Het uiteinde van de ingeklemde balk in Fig. 6.5 krijgt een voorgeschreven verplaatsing en de grootte ervan, is bepaald door de afmetingen z_1 en z_2 (zie Fig. 6.7):



Figuur 6.7: Verplaatsing van het uiteinde van een balk

afmeting z_1 :	$\mu_1 = 10 \text{ mm}$	$\sigma_1 = 0,071 \text{ mm}$	$V_1 = 0,0071$
afmeting z_2 :	$\mu_2 = 9 \text{ mm}$	$\sigma_2 = 0,071 \text{ mm}$	$V_2 = 0,0079$

$$f = z_1 - z_2$$

Gevraagd:

De coëfficiënt van variatie van V_f .

Oplossing:

De verwachting van f kan worden berekend uit de verwachtingen van z_1 en z_2 .

$$\mu_f = \mu_1 - \mu_2 = 10 - 9 = 1 \text{ mm}$$

De standaardafwijking van f is:

$$\sigma_f = \sqrt{0,071^2 + 0,071^2} = 0,1 \text{ mm}$$

De coëfficiënt van variatie van f is:

$$V_f = \frac{0,1}{1} = 0,1$$

In de onderstaande tabel zijn de gegevens en de berekeningsresultaten, gegeven.

afmeting:	z_1 :	$\mu_1 = 10 \text{ mm}$	$\sigma_1 = 0,071 \text{ mm}$	$V_1 = 0,0071$
afmeting:	z_2 :	$\mu_2 = 9 \text{ mm}$	$\sigma_2 = 0,071 \text{ mm}$	$V_2 = 0,0079$
verplaatsing:	f :	$\mu_f = 1 \text{ mm}$	$\sigma_f = 0,100 \text{ mm}$	$V_f = 0,1000$

De coëfficiënt van variatie V_f van de verplaatsing f is hoog, maar bij een grotere verplaatsing f , wat bereikt wordt door de verwachting van z_2 : $\mu_2 = 6 \text{ mm}$, dan zou de coëfficiënt van variatie $V_f = 0,025$ zijn.

afmeting:	z_1 :	$\mu_1 = 10 \text{ mm}$	$\sigma_1 = 0,071 \text{ mm}$	$V_1 = 0,0071$
afmeting:	z_2 :	$\mu_2 = 6 \text{ mm}$	$\sigma_2 = 0,071 \text{ mm}$	$V_2 = 0,0138$
verplaatsing:	f :	$\mu_f = 4 \text{ mm}$	$\sigma_f = 0,100 \text{ mm}$	$V_f = 0,0250$

6.4.2 Vermenigvuldiging met een constante

Deze lineaire functie $y = g(x)$ is gedefinieerd als:

$$y = a \cdot x$$

De lineaire lineaire functie $y = a \cdot x$ is in paragraaf 2.3.4 onder punt d ook al behandeld.

De μ_y wordt berekend uit de verwachting van x : μ_x en de constante a :

$$\mu_y = a \cdot \mu_x$$

De standaardafwijking van y : σ_y kan worden berekend uit de standaardafwijking van x : σ_x en de constante a .

$$\sigma_y = a \cdot \sigma_x$$

De coëfficiënt van variatie van y : V_y is:

$$V_y = \frac{\sigma_y}{\mu_y} = \frac{a \cdot \sigma_x}{a \cdot \mu_x} = V_x$$

Rekenvoorbeeld 6.b: (vereenvoudigen met een constante)**Gegeven:**

Een éézijdig ingeklemde balk met een voorgeschreven verplaatsing f .

De uitdrukking voor de **reactiekracht** F_r is:

$$F_r = k \cdot f$$

De waarden van de veerstijfheid k en de verplaatsing f zijn:

veerstijfheid: k	$\mu_k = 10 \text{ N/mm}$	$\sigma_k = 0,478 \text{ N/mm}$	$V_k = 0,0478$
verplaatsing: f	$\mu_f = 1 \text{ mm}$	$\sigma_f = 0,100 \text{ mm}$	$V_f = 0,100$

Gevraagd:

De coëfficiënt van variatie V_{F_r} van de reactiekracht F_r .

Oplossing:

Omdat $(V_f)^2 \gg (V_k)^2$ is de spreiding in de reactiekracht F vrijwel alleen afhankelijk van de spreiding in f . In de paragraaf 6.4.5 over het product van normaalverdeelde grootheden, wordt hier nader op ingegaan. Er geldt in het geval, dat de spreiding in de veerstijfheid verwaarloosd wordt:

$$\begin{aligned} \mu_{F_r} &= k \cdot \mu_f = 10 \cdot 1 = 10N \\ \sigma_{F_r} &= k \cdot \sigma_f = 10 \cdot 0,1 = 1N \end{aligned} \tag{6.4}$$

De coëfficiënt van variatie van F_r : V_{F_r} is:

$$V_{F_r} = \frac{\sigma_{F_r}}{\mu_{F_r}} = \frac{1}{10} = 0,1$$

6.4.3 Niet lineaire functies van x

Bij niet-lineaire functies $y = g(x)$ van een normaalverdeelde onafhankelijke variabele x zal de kansdichtheidsfunctie van de afhankelijke variabele y afwijken van de normale verdeling. De mate waarin de k.d.f. van y afwijkt van de normale verdeling, hangt af van de coëfficiënt van variatie van x : V_x en de orde van de functie. De Taylorreeksontwikkeling van de kwadratische functie $y = x^2$ wordt toegepast voor het berekenen van de functiewaarde voor een waarde x in de omgeving van een karakteristieke waarde, zoals het gemiddelde.

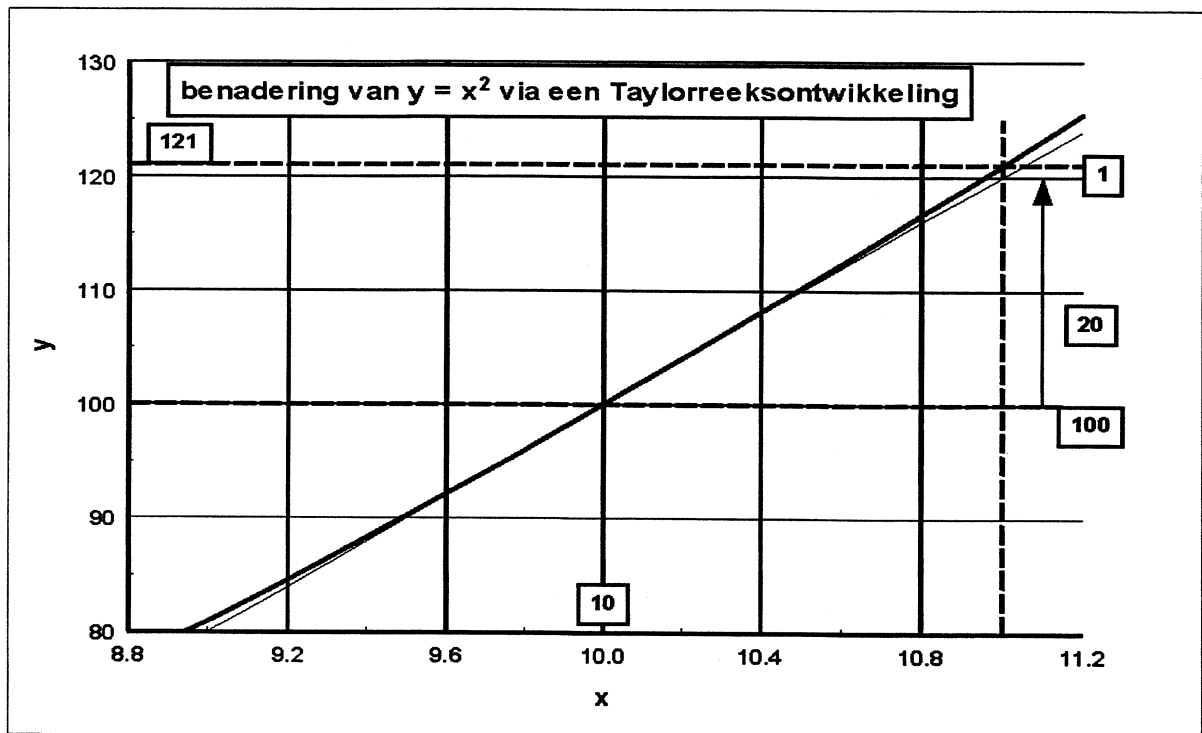
Gegeven: $y = g(x) = x^2$ en $\mu_x = 10$

Gevraagd: De functiewaarde voor $x = \mu_x + 1 = 10 + 1 = 11$

Oplossing: Voor $x = 11$ is de functiewaarde $y = x^2 = 11^2 = 121$

De reeksontwikkeling van Taylor rond μ_x geeft de onderstaande uitdrukking:

$$y = g(x) = g(\mu_x) + (x - \mu_x) \cdot \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x} + \frac{(x - \mu_x)^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 g(\mu_x)}{\partial x^2} + R \quad (6.5)$$



Figuur 6.8: Benadering van $y = 11^2$ via de Taylorreeksontwikkeling

Door gebruik te maken van de Taylorreeks rond $\mu_x = 10$ krijgen we:

$$(x - \mu_x) = 11 - 10 = 1$$

$$y = \mu_x^2 + (x - \mu_x) \cdot 2 \cdot \mu_x + \frac{1}{2!} \cdot 2$$

$$y = 100 + 1 \cdot 2 \cdot 10 + \frac{1}{2!} \cdot 2 = 100 + 20 + 1 = 121$$

In Fig. 6.8 is deze procedure geïllustreerd.

Bepaling v.d. verwachting μ_y en de standaardafwijking σ_y van $y = x^2$

De verwachting μ_y :

$$\begin{aligned} \mu_y &= E[g(\mu_x)] + E\left[(x - \mu_x) \cdot \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x}\right] + E\left[\frac{(x - \mu_x)^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 g(\mu_x)}{\partial x^2}\right] + R \\ \mu_y &= E[g(\mu_x)] + E\left[x \cdot \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x} - \mu_x \cdot \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x}\right] + \\ &+ E\left[(x^2 - 2 \cdot x \cdot \mu_x + \mu_x^2) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 g(\mu_x)}{\partial x^2}\right] \end{aligned} \quad (6.6)$$

Uit de elementaire statistiek is bekend dat:

$$\begin{aligned} E[g(\mu_x)] &= g(\mu_x) \\ E\left[x \cdot \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x} - \mu_x \cdot \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x}\right] &= 0 \\ E\left[x^2 - 2 \cdot x \cdot \mu_x + \mu_x^2\right] &= E[x^2] - 2 \cdot E[x] \cdot E[\mu_x] + E[\mu_x^2] \\ E(x^2) &= [E(x)]^2 + \sigma_x^2 \\ E(x^2 - 2 \cdot x \cdot \mu_x + \mu_x^2) &= \sigma_x^2 \end{aligned}$$

De uitdrukking voor de verwachting μ_y wordt nu:

$$\mu_y = g(\mu_x) + \frac{\sigma_x^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 g(\mu_x)}{\partial x^2} + R \quad (6.7)$$

Voor $y = x^2$; $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 1$ krijgen we:

$$\mu_y = 10^2 + \frac{1^2}{2!} \cdot 2 = 100 + 1 = 101$$

De berekening van de standaardafwijking σ_y verloopt op dezelfde manier als die voor de verwachting, dus door ook gebruik te maken van de Taylorreeksontwikkeling van de functie $g(x)$ om de verwachting μ_x .

De variantie van y is te berekenen door het bepalen van de variantie van de functie $g(x)$ met als resultaat:

$$Var(y) = Var[g'(\mu_x)] + Var[(x - \mu_x) \cdot g'(\mu_x)] \quad (6.8)$$

Hieruit volgt dat de standaardafwijking σ_y voor $y = g(x)$ is:

$$\sigma_y = \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x} \cdot \sigma_x \quad (6.9)$$

Exacte en benaderde berekening k.d.f. van de functie $y = x^2$, voor $\mu_x = 10$, $\sigma_x = 1$ en $\sigma_x = 2$

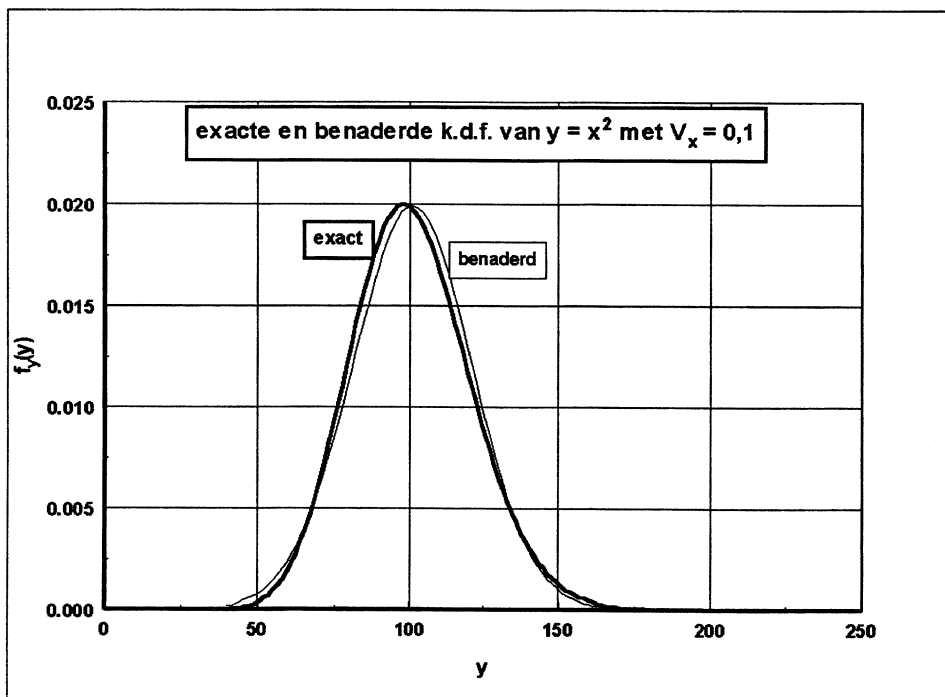
Voor $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 1$ krijgen we:

$$\mu_y = \mu_x^2 + \sigma_x^2 = 100 + 1 = 101$$

$$\sigma_y = 2\mu_x \cdot \sigma_x = 2 \cdot 10 \cdot 1 = 20$$

$$V_y = \frac{\sigma_y}{\mu_y} = 0,198 \approx 0,2$$

De kansdichtheidsfunctie $f_y(y)$ voor $y = x^2$, $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 1$ is gegeven in Fig. 6.9. In deze figuur is ook de "exacte" k.d.f. van $y = x^2$ getoond, en die is berekend met de transformatie van variabelen methode.



Figuur 6.9: K.d.f. van $y = x^2$ voor $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 1$

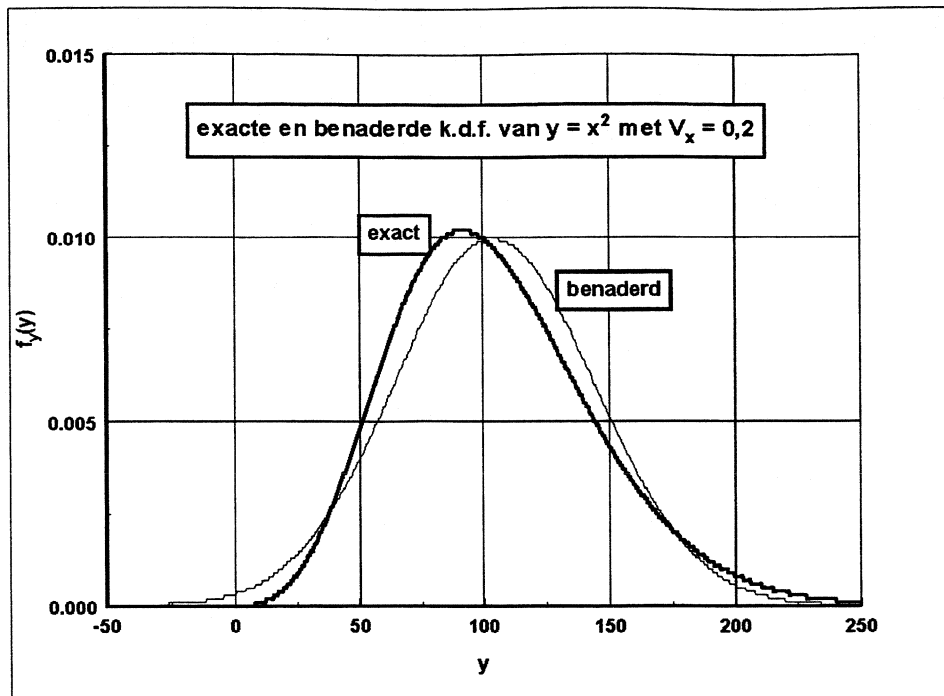
Voor $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 2$ krijgen we:

$$\mu_y = \mu_x^2 + \sigma_x^2 = 100 + 4 = 104$$

$$\sigma_y = 2\mu_x \cdot \sigma_x = 2 \cdot 10 \cdot 2 = 40$$

$$V_y = \frac{\sigma_y}{\mu_y} = 0,385 \approx 0,4$$

De kansdichtheidsfunctie $f_y(y)$ voor $y = x^2$, $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 2$ is gegeven in Fig. 6.10. De benaderde k.d.f. wijkt sterker af van de exacte k.d.f., dan voor $\sigma_x = 1$.



Figuur 6.10: *K.d.f. van $y = x^2$ voor $\mu_x = 10$ en $\sigma_x = 2$*

Algemene niet lineaire functies van één variabele

De algemene uitdrukking van de functie van één variabele is:

$$y = x^\alpha$$

De verwachting μ_y is:

$$\mu_y = g(\mu_x) + \frac{\partial^2 g(\mu_x)}{\partial x^2} \cdot \frac{\sigma_x^2}{2!} + R$$

$$\mu_y = \mu_x^\alpha + 0,5 \cdot \alpha \cdot (\alpha - 1) \cdot \mu_x^{\alpha-2} \cdot \sigma_x^2 + R$$

$$\mu_y \approx \mu_x^\alpha \cdot \left(1 + \frac{\alpha \cdot (\alpha - 1)}{2} \cdot V_x \right)$$

De standaardafwijking σ_y is:

$$\sigma_y = \sigma_x \cdot \left(\frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x} \right)$$

en na uitwerking ontstaat:

$$\sigma_y = \sigma_x \cdot \alpha \cdot \mu_x^{\alpha-1} = \alpha \cdot \mu_x^\alpha \cdot \frac{\sigma_x}{\mu_x} = \alpha \cdot \mu_y \cdot V_x$$

De coëfficiënt van variatie V_y is:

$$V_y = \frac{\alpha \cdot V_x}{1 + \frac{\alpha \cdot (\alpha - 1)}{2} \cdot V_x}$$

Indien $V_x \ll 1$ kan de vorige uitdrukking worden benaderd door:

$$\begin{aligned}
 \mu_y &= \mu_x^\alpha \\
 \sigma_y &= \alpha \cdot \mu_y \cdot V_x \\
 V_y &= \alpha \cdot V_x
 \end{aligned}
 \tag{6.10}$$

Voor de functie $y = g(x) = x^\alpha$ zijn de verwachting μ_y , de standaardafwijking σ_y en de coëfficiënt van variatie voor $\alpha = 3$, dus $y = g(x) = x^3$:

$$\begin{aligned}
 \mu_y &= \mu_x^3 \cdot (1 + 3 \cdot V_x) \\
 \sigma_y &= 3 \cdot \mu_y \cdot V_x \\
 V_y &= \frac{3 \cdot V_x}{1 + 3 \cdot V_x}
 \end{aligned}
 \tag{6.11}$$

Indien $V_x \ll 1$ kan de vorige uitdrukking worden benaderd door:

$$\begin{aligned}
 \mu_y &= \mu_x^3 \\
 \sigma_y &= 3 \cdot \mu_y \cdot V_x \\
 V_y &= 3 \cdot V_x
 \end{aligned}
 \tag{6.12}$$

Rekenvoorbeeld 6.c: (kwadratische functie)

Gegeven:

De functie $y = h^2$

De parameters van h zijn:

hoogte: h :	$\mu_h = 10 \text{ mm}$	$\sigma_h = 0,15 \text{ mm}$	$V_f = 0,015$
---------------	-------------------------	------------------------------	---------------

Gevraagd:

De coëfficiënt van variatie V_y .

Oplossing:

$$\begin{aligned}
 \mu_y &= \mu_h^2 + \sigma_h^2 = 100 + 0,0225 = 100,0225 \\
 \sigma_y &= 2\mu_h \cdot \sigma_h = 2 \cdot 10 \cdot 0,15 = 3 \\
 V_y &= \frac{\sigma_y}{\mu_y} = 0,030
 \end{aligned}$$

6.4.4 Functies van meer dan één variabele.

De afleiding voor de uitdrukkingen voor de verwachting μ_y en de standaardafwijking σ_y van een functie $g(x)$ van n onderling onafhankelijke stochastische variabelen, verloopt op een soortgelijke wijze als die voor één variabele.

De uitdrukking voor de **verwachting** μ_y is:

$$\mu_y = g(\mu_1, \dots, \mu_i, \dots, \mu_n) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 g(\mu_i)}{\partial x_i^2} \cdot \sigma_i^2 \quad (6.13)$$

De uitdrukking voor de **standaardafwijking** σ_y is:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g(\mu_i)}{\partial x} \right]^2 \cdot \sigma_i^2} \quad (6.14)$$

Rekenvoorbeeld 6.d: (Berekening van sp als functie van meer dan 1 variabele)

Gevraagd:

De verwachting μ_{sp} en de standaardafwijking σ_{sp} van de tot falen leidende spanning sp .

Oplossing:

De gemiddelde waarde methode (foutenvoortplantingsmethode) geeft als resultaat voor de **verwachting** μ_{sp} van de tot falen leidende spanning sp :

$$\mu_{sp} = \frac{6 \mu_F \cdot \mu_L}{\mu_b \cdot \mu_h^2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 100}{4 \cdot 10^2} = 15 \text{ N/mm}^2$$

De uitdrukking voor de **standaardafwijking** σ_{sp} van de tot falen leidende spanning sp is:

$$\sigma_{sp} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial sp}{\partial x} \right)^2 \cdot \sigma_i^2}$$

en uitgeschreven is dit:

$$\sigma_{sp}^2 = \left(\frac{6 \cdot \mu_L}{\mu_b \cdot \mu_h^2} \right)^2 \cdot \sigma_F^2 + \left(\frac{6 \cdot \mu_F}{\mu_b \cdot \mu_h^2} \right)^2 \cdot \sigma_L^2 + \left(\frac{-6 \cdot \mu_F \cdot \mu_L}{\mu_b^2 \cdot \mu_h^2} \right)^2 \cdot \sigma_b^2 + \left(\frac{-12 \cdot \mu_F \cdot \mu_L}{\mu_b \cdot \mu_h^3} \right)^2 \cdot \sigma_h^2$$

Na invullen van de numerieke waarden vinden we voor de standaardafwijking σ_{sp} van de tot falen leidende spanning sp :

$$\sigma_{sp} = 1,578 \text{ N/mm}^2$$

De op deze wijze verkregen oplossing is correct, maar het partieel differentieren leidt snel tot het maken van fouten. De verkregen uitdrukking is ook niet erg inzichtelijk voor het bepalen van de invloed van de spreiding van de afzonderlijke parameters, op de spreiding in de tot falen leidende spanning.

De afzonderlijke termen kunnen wel gebruikt worden en hierna zijn de numerieke waarden gegeven:

$$\begin{aligned} \left(\frac{6 \cdot \mu_L}{\mu_b \cdot \mu_h^2} \right)^2 \cdot \sigma_F^2 &= 2,250000 \text{ MPa}^2 \\ \left(\frac{6 \cdot \mu_F}{\mu_b \cdot \mu_h^2} \right)^2 \cdot \sigma_L^2 &= 0,002025 \text{ MPa}^2 \\ \left(\frac{-6 \cdot \mu_F \cdot \mu_L}{\mu_b^2 \cdot \mu_h^2} \right)^2 \cdot \sigma_b^2 &= 0,035160 \text{ MPa}^2 \\ \left(\frac{-12 \cdot \mu_F \cdot \mu_L}{\mu_b \cdot \mu_h^3} \right)^2 \cdot \sigma_h^2 &= 0,202500 \text{ MPa}^2 \end{aligned}$$

Te zien is dat de spreiding in F dominant is en dat de spreiding in h een kleine bijdrage levert.

6.4.5 Het product van normaal verdeelde stochastische variabelen.

Bij veel sterkteleerproblemen is de uitdrukking voor de tot falen leidende spanning s het product van een aantal stochastische variabelen.

De uitdrukking voor de tot falen leidende spanning sp is voor een balk belast, zoals in Fig. 6.5:

$$sp = \frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot h^2}$$

Dit kan ook worden geschreven als:

$$sp = 6 \cdot F \cdot L \cdot b^{-1} \cdot h^{-2}$$

In abstractere termen:

$$sp = C \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta \cdot x_3^\gamma \cdot x_4^\delta \quad (6.15)$$

waarin:

$C = 6$	$x_1 = F$	$x_2 = L$	$x_3 = b$	$x_4 = h$
	$\alpha = 1$	$\beta = 1$	$\gamma = -1$	$\delta = -2$

De algemene uitdrukking hiervoor is:

$$sp = C \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta \dots x_n^\eta \quad (6.16)$$

Het gemiddelde en de standaardafwijking van het product van variabelen zijn eenvoudig te berekenen, door gebruik te maken van de coëfficiënt van variatie V_i . Voor een product van twee variabelen wordt afgeleid hoe de verwachting μ_{sp} en de standaardafwijking σ_{sp} , zijn te bepalen.

Er wordt uitgegaan van:

$$sp = C \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta \quad (6.17)$$

Met behulp van de Taylorreeks ontwikkeling voor twee variabelen en verwaarlozing van hogere orde termen, is de uitdrukking voor de verwachting μ_{sp} :

$$\mu_{sp} = C \cdot \mu_1^\alpha \cdot \mu_2^\beta \quad (6.18)$$

en de standaardafwijking

$$\sigma_{sp} = \sqrt{(C \cdot \alpha \cdot \mu_1^{\alpha-1} \cdot \mu_2^\beta)^2 \sigma_1^2 + (C \cdot \beta \cdot \mu_1^\alpha \cdot \mu_2^{\beta-1})^2 \sigma_2^2} \quad (6.19)$$

Na bewerking van de eerste en de tweede term ontstaat de uitdrukking:

$$\sigma_{sp} = \sqrt{(C \cdot \alpha \cdot \mu_1^{\alpha-1} \cdot \mu_2^\beta)^2 \left(\frac{\sigma_1}{\mu_1}\right)^2 + (C \cdot \beta \cdot \mu_1^\alpha \cdot \mu_2^{\beta-1})^2 \left(\frac{\sigma_2}{\mu_2}\right)^2} \quad (6.20)$$

Deze uitdrukking kan ook als volgt worden geschreven:

$$\sigma_{sp} = \sqrt{\mu_s^2 \left\{ \alpha^2 \left(\frac{\sigma_1}{\mu_1}\right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\sigma_2}{\mu_2}\right)^2 \right\}} \quad (6.21)$$

Na substitutie van de coëfficiënt van variatie $V_i = \sigma_i/\mu_i$ krijgen we:

$$\sigma_{sp} = \mu_{sp} \sqrt{\alpha^2 \cdot V_1^2 + \beta^2 \cdot V_2^2} \quad (6.22)$$

Deze procedure is uitbreidbaar tot het product van een willekeurig aantal stochastische variabelen:

$$\sigma_{sp} = \mu_{sp} \sqrt{\alpha^2 \cdot V_1^2 + \beta^2 \cdot V_2^2 + \gamma^2 \cdot V_3^2 + \delta^2 \cdot V_4^2 \dots} \quad (6.23)$$

De coëfficiënt van variatie V_{sp} is:

$$V_{sp} = \sqrt{\alpha^2 \cdot V_1^2 + \beta^2 \cdot V_2^2 + \gamma^2 \cdot V_3^2 + \delta^2 \cdot V_4^2 \dots} \quad (6.24)$$

De voordelen van deze benadering is dat er niet meer gedifferentieerd hoeft te worden en ook dat de invloed van de spreiding in een onafhankelijke variabele x_i op de spreiding in de afhankelijke variabele sp direct zichtbaar is.

Rekenvoorbeeld 6.e: (product van variabelen)

Het rekenvoorbeeld in de voorgaande paragraaf gaf aan hoe de standaardafwijking van de tot falen leidende spanning berekend kon worden door gebruik te maken van de algemene formule 6.19. De standaardafwijking is eenvoudiger te berekenen door gebruik te maken van de uitdrukkingen formule 6.21 voor een product van variabelen:

$$\sigma_{sp}^2 = \mu_{sp}^2 (V_F^2 + V_L^2 + V_b^2 + 2^2 \cdot V_h^2)$$

$$\sigma_{sp}^2 = 225 (0,1^2 + 0,03^2 + 0,0125^2 + 4 \cdot 0,015^2)$$

$$\sigma_{sp}^2 = 225 (0,010000 + 0,000009 + 0,000156 + 0,000900)$$

$$\sigma_{sp}^2 = 2,490$$

De waarde voor de standaardafwijking σ_{sp} is:

$$\sigma_{sp} = 1,578 \text{ N/mm}^2$$

De waarde van de coëfficiënt van variatie V_{sp} is:

$$V_{sp} = 0,1 \sqrt{(1,0000 + 0,0090 + 0,0156 + 0,0900)}$$

$$V_{sp} = 0,1052$$

Uit de bovenstaande uitdrukking is ook direct af te lezen, dat de spreiding in de kracht F de grootste invloed heeft op de spreiding van de tot falen leidende spanning sp .

6.4.6 Het verschil en het product van normaal verdeelde stochastische variabelen

Bij het ontwerpen van kunststofproducten moet vaak rekening worden gehouden met voorgeschreven verplaatsingen. Het eenvoudigste voorbeeld is een verend element, dat een verplaatsing krijgt voorgeschreven en waarvoor de reactiekracht F_r moet worden berekend.

De reactiekracht F_r is een functie van:

- de verplaatsing f (een functie van 2 of meer afmetingen);
- de veerstijfheid k (een functie van de afmetingen en de elasticiteitsmodulus);

De uitdrukking voor de reactiekracht F_r is:

$$F_r = k \cdot f \tag{6.25}$$

Indien de verplaatsing f het verschil is tussen 2 afmetingen: z_1 en z_2 dan kan na substitutie de volgende uitdrukking worden verkregen:

$$F_r = k \cdot (z_1 - z_2) \tag{6.26}$$

In termen van $g(x)$ kan worden geschreven:

$$g(x) = x_1 \cdot (x_2 - x_3) \tag{6.27}$$

Door gebruik te maken van de algemene uitdrukking voor een functie van meer dan één variabele wordt de uitdrukking voor de **verwachting** μ_{F_r} :

$$\mu_{F_r} = g(\mu_1, \mu_2, \mu_3) \tag{6.28}$$

$$\mu_{F_r} = \mu_k \cdot (\mu_1 - \mu_2) \tag{6.29}$$

De uitdrukking voor de **standaardafwijking** σ_{F_r} is:

$$\sigma_{F_r} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial g(\mu_i)}{\partial x_i} \right]^2 \cdot \sigma_i^2} \tag{6.30}$$

$$\sigma_{F_r}^2 = (\mu_1 - \mu_2)^2 \cdot \sigma_k^2 + (\mu_k \cdot -\mu_2)^2 \cdot \sigma_1^2 + (\mu_k \cdot -\mu_1)^2 \cdot \sigma_2^2$$

De vorige vergelijking is moeilijk op te stellen en ook lastig uit te rekenen. Het is daarom beter om de uitdrukkingen voor:

- het **verschil** van normaal verdeelde grootheden; en
- het **product** van normaal verdeelde grootheden;

te combineren. Dit kan door uit te gaan van de vergelijking (6.26)

$$F_r = k \cdot (z_1 - z_2)$$

Voor dit geval kan worden geschreven:

$$f = z_1 - z_2$$

De verwachting van $f : \mu_f$ kan worden berekend uit de verwachting van $z_1 : \mu_1$ en de verwachting van $z_2 : \mu_2$.

$$\mu_f = \mu_1 - \mu_2$$

De standaardafwijking van $f : \sigma_f$ kan worden berekend uit de standaardafwijking van $z_1 : \sigma_1$ en de standaardafwijking van $z_2 : \sigma_2$.

$$\sigma_f = \sqrt{(\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2}$$

Voor het bepalen van de **verwachting** μ_{F_r} en de **standaardafwijking** σ_{F_r} wordt de volgende uitdrukking gebruikt:

$$F_r = k \cdot f$$

De uitdrukking voor de **verwachting** μ_{F_r} is:

$$\mu_{F_r} = \mu_k \cdot \mu_f$$

De uitdrukking voor de **standaardafwijking** σ_{F_r} is:

$$\sigma_{F_r} = \mu_{F_r} \cdot \sqrt{V_k^2 + V_f^2} \quad (6.31)$$

Rekenvoorbeeld 6.f: (product en verschil)

Gegeven:

Een éézijdig ingeklemde balk met een voorgeschreven verplaatsing f en een veerstijfheid k :

veerstijfheid	$k:$	$\mu_k = 10$	N/mm	$\sigma_k = 0,48$	N/mm	$V_k = 0,048$
verplaatsing:	$f:$	$\mu_f = 1$	mm	$\sigma_f = 0,10$	mm	$V_f = 0,100$

Gevraagd:

De coëfficiënt van variatie V_{F_r} van de reactiekracht F_r .

Oplossing:

Alhoewel $V_f^2 \gg V_k^2$ is de spreiding in de reactiekracht F_r ook afhankelijk van de spreiding in k .

$$\begin{aligned} \mu_{F_r} &= \mu_k \cdot \mu_f = 10 \cdot 1 = 10N \\ \sigma_{F_r} &= \mu_{F_r} \cdot \sqrt{V_k^2 + V_f^2} = 1,11N \end{aligned} \quad (6.32)$$

De coëfficiënt van variatie van $F_r : V_{F_r}$ is:

$$V_{F_r} = \frac{\sigma_{F_r}}{\mu_{F_r}} = \frac{1,11}{10} = 0,111$$

6.5 De Monte Carlo methode

Dit is een numerieke simulatie waarmee het mogelijk is de k.d.f. van een willekeurige functie van variabelen, die een willekeurige verdeling kunnen bezitten, te benaderen. De nauwkeurigheid hangt voornamelijk af van het aantal zgn. trekkingen dat wordt uitgevoerd. Voor het toelichten van deze methode wordt uitgegaan van de functie voor de spanning sp :

$$sp = g(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad (6.33)$$

Er worden 'at random' waarden voor iedere variabele x gegenereerd, die uit de kansverdeling van x komen, daarna wordt de spanning berekend. En dit wordt herhaald totdat de gewenste nauwkeurigheid is bereikt. Dit is in Fig. 6.11 schematisch weergegeven.

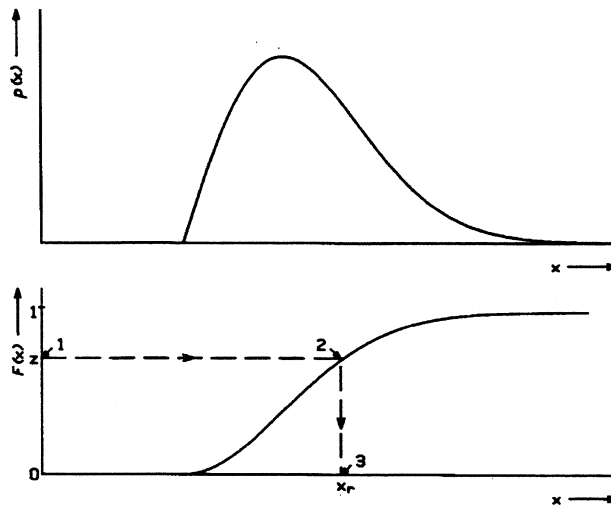


Figuur 6.11: Schema voor het uitvoeren van de Monte Carlo methode voor het berekenen van $f_{sp}(sp)$.

De uitvoering van het genereren van waarden van stochastische variabelen komt er op neer dat in het interval $(0, 1)$ steeds een realisatie u_i uit een standaarduniform verdeelde random variabele \underline{u} wordt gegenereerd. De realisatie x_i van de stochastische variabele \underline{x} wordt daarna verkregen door de vergelijking:

$$x_i = F_x^{-1}(u_i) \tag{6.34}$$

waarin $F_x^{-1}(x)$ de inverse van de verdelingsfunctie $F_x(x)$ is en dit is in Fig. 6.12 geïllustreerd. Het generen van een standaarduniform verdeelde stochastische variabelen u met als k.d.f. $f(u) = 1$ in het interval $(0, 1)$ is een standaard procedure op vrijwel iedere computer.



Figuur 6.12: Het genereren van een stochastische variabele (x_r).

Er wordt meestal een groot aantal (> 1000) zgn. Monte Carlo-trekkingen uitgevoerd en de m.b.v. deze trekkingen gegenereerde waarden van de spanning, worden gebruikt om de k.d.f. van sp te bepalen. Vaak wordt hiervoor een Weibullverdeling genomen, omdat deze over een groot gebied, en vooral in de relevante staart van een verdeling voor de beste aanpassing zorgt.

Rekenvoorbeeld 6.g (Monte Carlo Methode):

Gegeven:

De éézijdig ingeklemde balk uit Fig. 6.5 met grotere spreiding in de afmetingen.

kracht:	$F = 10 \text{ N}$	$\mu_F = 10 \text{ N}$	$\sigma_F = 1 \text{ N}$	$V_F = 0,1000$
lengte:	$L = 100 \pm 6 \text{ mm}$	$\mu_L = 100 \text{ mm}$	$\sigma_L = 2 \text{ mm}$	$V_L = 0,0200$
breedte:	$b = 4 \pm 0,3 \text{ mm}$	$\mu_b = 4 \text{ mm}$	$\sigma_b = 0,1 \text{ mm}$	$V_b = 0,0250$
hoogte:	$h = 10 \pm 2 \text{ mm}$	$\mu_h = 10 \text{ mm}$	$\sigma_h = 0,667 \text{ mm}$	$V_h = 0,0667$

Gevraagd:

De benadering van de kansdichtheidsfunctie m.b.v. de Monte Carlo Methode.

Oplissing:

- Genereer 1000 trekkingen voor de Kracht F , de lengte L , de breedte b en de hoogte h .
- Bereken 1000 waarden van de tot falen leidende spanning s met de formule:

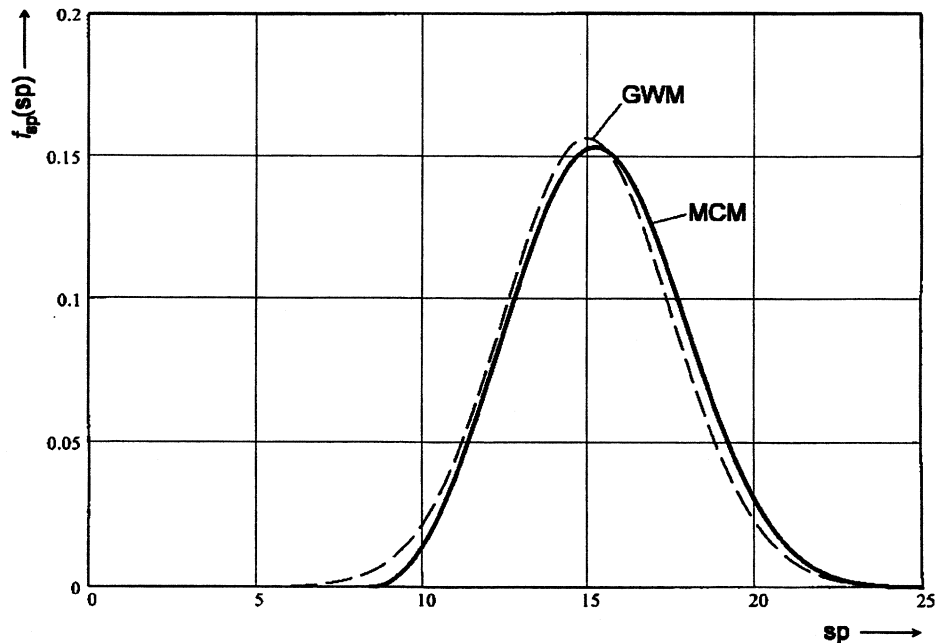
$$sp = \frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot h^2}$$

- Sorteert de gegenereerde waarden van sp .
- Plot de gesorteerde waarden van sp op Weibullpapier.
- Schat de minimumwaarde γ_{sp} van sp .
- Schat de vormparameter β_{sp} en de schaalparameter η_{sp} .

De resultaten van analyse uitgevoerd met de Monte Carlo Methode, waren:

minimumwaarde van de spanning	$\gamma = 8,357 \text{ N/mm}^2$
schaalparameter	$\eta = 7,839 \text{ N/mm}^2$
vormparameter	$\beta = 3,084$

In Fig. 6.13 zijn de Weibullverdeling die met de Monte carlo methode is bepaald en de normale verdeling die m.b.v. de gemiddelde waarde methode is bepaald, geplott en te zien is, dat beide verdelingen redelijk overeenkomen.



Figuur 6.13: Resultaten van de berekening van de kansverdeling van de tot falen leidende spanning sp met de gemiddelde waarde en de Monte Carlo methode.

6.6 Keuze van de methode om de k.d.f. van spanningen te bepalen

Bij het bepalen van de methode, die moet worden toegepast voor het bepalen van de k.d.f. $f_{sp}(sp)$ zijn de volgende condities van belang:

- de vereiste betrouwbaarheid van de bedrijfszekerheidsvoorspelling;
- de complexiteit van de spanningsberekening;
- de kansverdelingen van de onafhankelijke stochastische variabelen;
- de betrouwbaarheid van de schattingen van de parameters.

Er geldt ook hier dat schijnnaauwkeurigheden vermeden moeten worden. Dat betekent dat het aantal significante decimalen van het resultaat afhangt van de nauwkeurigheid van de parameters uit de berekening.

Enkele *praktische aanwijzingen* voor de keuze zijn:

De *transformatie van variabelen* is slechts voor erg eenvoudige functies toepasbaar en voor sterkteleerproblemen al niet meer uitvoerbaar. De *gemiddelde waarde methode* wordt het meest toegepast, deze methode geeft goed bruikbare resultaten. In het algemeen is de hiermee verkregen voorspelling van de bedrijfszekerheid beter dan wanneer alleen met een veiligheidscoëfficiënt wordt gewerkt. De methode is gebaseerd op normaal verdeelde parameters en dus alleen toepasbaar op problemen waarvan de parameters, tenminste bij benadering, normaal verdeeld zijn. Indien de verdelingen van afmetingen en belastingen niet normaal zijn en/of de coëfficiënt van variatie groter is dan $1/10$, dan kan beter met de *Monte Carlo* methode worden gewerkt.

Dit vereist in tegenstelling tot de vorige methoden, het gebruik van een computer en de software voor dit doel. Indien de Eindige Elementen Methode moet worden toegepast, dan kan de gemiddelde waarde methode worden gebruikt. De partiële afgeleiden naar de afmetingen en de evt. belastingen kunnen worden bepaald door het uitvoeren van berekeningen op $\mu_i - \sigma_i$ en $\mu_i + \sigma_i$ niveaus. Dit vereist bij n variabelen wel $2n + 1$ berekeningen. De Monte Carlo Methode wordt in dit geval sporadisch toegepast i.v.m. de netwerkgeneratieproblemen en de rekenkosten.

6.7 Bepaling van de k.d.f. $f_{St}(St)$ van de materiaalsterkte St bij statische belastingen

De materiaalsterkte is een maat voor de weerstand tegen plastische vervorming en breuk van een materiaal. De materiaalsterkte is dan ook gedefinieerd als de spanning waarbij falen (plastische vervorming of breuk) van het materiaal optreedt. De materiaalsterkte is alleen te bepalen door het uitvoeren van materiaalbeproevingen. De meest gebruikte zijn de trek- en de buigproef voor het bepalen van de materiaalsterkte voor statische belastingen. Erg belangrijk is dat het materiaal en de belasting van de proefstaven overeenkomen met het materiaal in een product. Daarbij moet gelet worden op:

- structuur en oriëntatie;
- warmtebehandeling c.q. thermische historie;

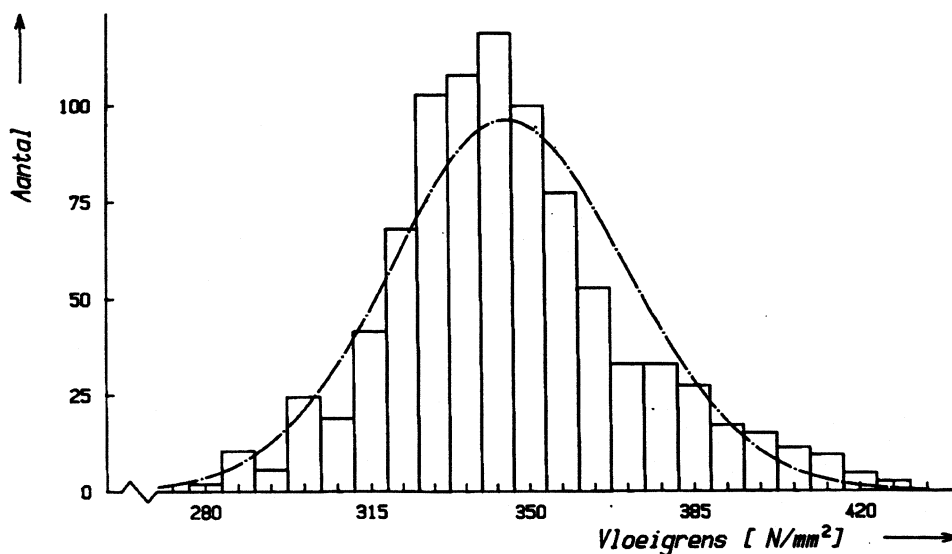
- oppervlaktegesteldheid;
- omgeving (milieu) tijdens de beproeving;
- belastingsoort;
- faalcriterium.

In het algemeen geldt dat de k.d.f nauwkeuriger wordt, naarmate er minder aannamen gedaan behoeven te worden. Er moet een groot aantal beproevingen worden uitgevoerd om de parameters van de statistische verdeling van de materiaalsterkte met een hoge betrouwbaarheid te kunnen bepalen. Beproevingen zijn kostbaar en zullen daarom slechts beperkt worden uitgevoerd.

Voor het uitvoeren van eenvoudige voorspellingen van de bedrijfszekerheid is de aanname van een normale verdeling van de materiaalsterkte meestal voldoende. In Fig. 6.14 is als voorbeeld de materiaalsterkte van een staalsoort afgebeeld. De materiaalsterkte is in dit geval, redelijk goed te beschrijven met een normale verdeling met de parameters:

$$\mu_{St} = 345,5 \text{ N/mm}^2 \text{ en } \sigma_{St} = 25,5 \text{ N/mm}^2,$$

zoals in de figuur is ingetekend. Het $\mu \pm 3\sigma$ gebied ligt daarbij binnen 269 en 422 N/mm^2 . De juistheid van de aanname van dit type verdeling kan ook met behulp van waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling worden getoetst. Soms zijn alleen de laagste waarden van de materiaalsterkte van belang en kan naar een verdeling worden gezocht die de beste aanpassing in deze staart geeft. Dit kan een Weibullverdeling of een andere extreme-waardenverdeling zijn. Op het bijbehorende waarschijnlijkheidspapier moeten dan de laagste waarnemingen op een rechte lijn liggen.



Figuur 6.14: *Kansverdeling van de vloei grens van een staalsoort.*

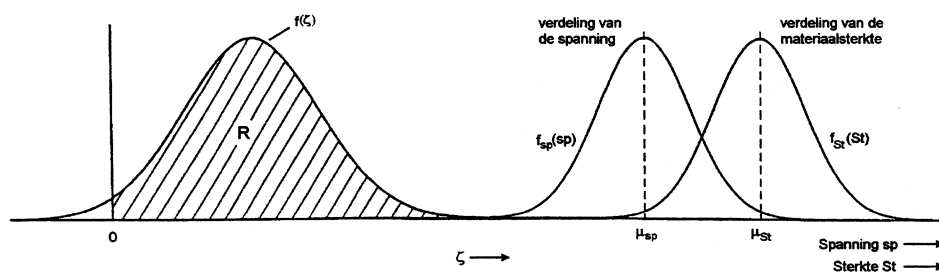
6.8 Berekening van de bedrijfszekerheid R

Als de kansdichtheidsfuncties van de tot falen leidende spanning sp en de materiaalsterkte St bekend zijn, dan kan de bedrijfszekerheid R worden berekend. De bedrijfszekerheid is in spanning/sterkte interferentie-analyse de kans dat gedurende een bepaald tijdsinterval de sterkte St groter is dan de tot falen leidende spanning sp . Dit wordt genoteerd als:

$$R = P(St > sp) \tag{6.35}$$

Deze kans wordt berekend voor het geval dat zowel de spanning als de materiaalsterkte normaal verdeeld zijn. Daartoe herschrijven we (6.35) in een iets andere vorm:

$$R = P(St - sp > 0) \tag{6.36}$$



Figuur 6.15: Berekening van de bedrijfszekerheid als $R = P(\underline{St} > \underline{sp})$.

Door invoering van de nieuwe variabele $\zeta = St - sp$, die ook normaal verdeeld is, wordt het probleem teruggebracht tot het bepalen van de waarschijnlijkheid dat ζ groter is dan 0. De parameters van de kansverdeling van ζ zijn eenvoudig te berekenen en wel voor de verwachting μ_ζ geldt:

$$\mu_\zeta = \mu_{St} - \mu_{sp} \tag{6.37}$$

en voor de standaardafwijking σ_ζ geldt, dat:

$$\sigma_\zeta = \sqrt{\sigma_{St}^2 + \sigma_{sp}^2} \tag{6.38}$$

De bedrijfszekerheid R is te schrijven als:

$$R = P(\zeta > 0) = \int_0^\infty f_\zeta(\zeta) d\zeta \tag{6.39}$$

De bedrijfszekerheid kan worden bepaald door gebruik te maken van de transformatie:

$$\underline{u} = \frac{\zeta - \mu_\zeta}{\sigma_\zeta} \tag{6.40}$$

naar de standaardnormale verdeling.

De uitdrukking voor de bedrijfszekerheid R is na deze transformatie:

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_1}^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du \tag{6.41}$$

waarin de onderste integratiegrens u_1 :

$$u_1 = \frac{-\mu_\zeta}{\sigma_\zeta}$$

De waarde van de bedrijfszekerheid R kan bepaald worden met een tabel voor de standaardnormale verdeling.

Deze tabellen geven waarden van $\Phi(z)$ of $\Phi(u)$ voor waarden van z of $u > 0$, en $\Phi(0) = 0,5$. Met behulp van deze tabellen kan door de transformatie:

$$\begin{aligned} R(u) &= 1 - F(u) = 1 - \Phi(u) \\ \Phi(-u) &= \Phi(\infty) - \Phi(u) = 1 - \Phi(u) \\ R(u) &= \Phi(-u) \end{aligned} \tag{6.42}$$

$$\tag{6.43}$$

Het tegenovergestelde van de onderste integratiegrens u_1 wordt ook wel de bedrijfszekerheidsindex $\beta = -u_1$, genoemd en de uitdrukking hiervoor is:

$$\beta = \frac{\mu_{St} - \mu_{sp}}{\sqrt{\sigma_{St}^2 + \sigma_{sp}^2}} = \frac{\mu_\zeta}{\sigma_\zeta} \tag{6.44}$$

De bedrijfszekerheid R is dus:

$$R = \Phi(\beta) \tag{6.45}$$

De bedrijfszekerheidsindex β wordt soms in plaats van de bedrijfszekerheid R opgegeven. Er kunnen zich ook gevallen voordoen dat de spanning en de materiaalsterkte beide of een van beide niet normaal verdeeld zijn en voor deze gevallen wordt naar de literatuur hierover verwezen.

Rekenvoorbeeld 6.h: (Berekening van de bedrijfszekerheid R)

Het materiaal van de balk is een kunststof met een vloeigrens, die hier beschouwd wordt als de materiaalsterkte St . Deze is ook normaal verdeeld en heeft de parameters:

$$\mu_{St} = 20 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{St} = 2 \text{ N/mm}^2$$

De parameters van de verdeling van ζ , die het verschil is van de materiaalsterkte St en de tot falen leidende spanning sp , zijn:

$$\mu_\zeta = \mu_{St} - \mu_{sp} = 20 - 15 = 5 \text{ N/mm}^2$$

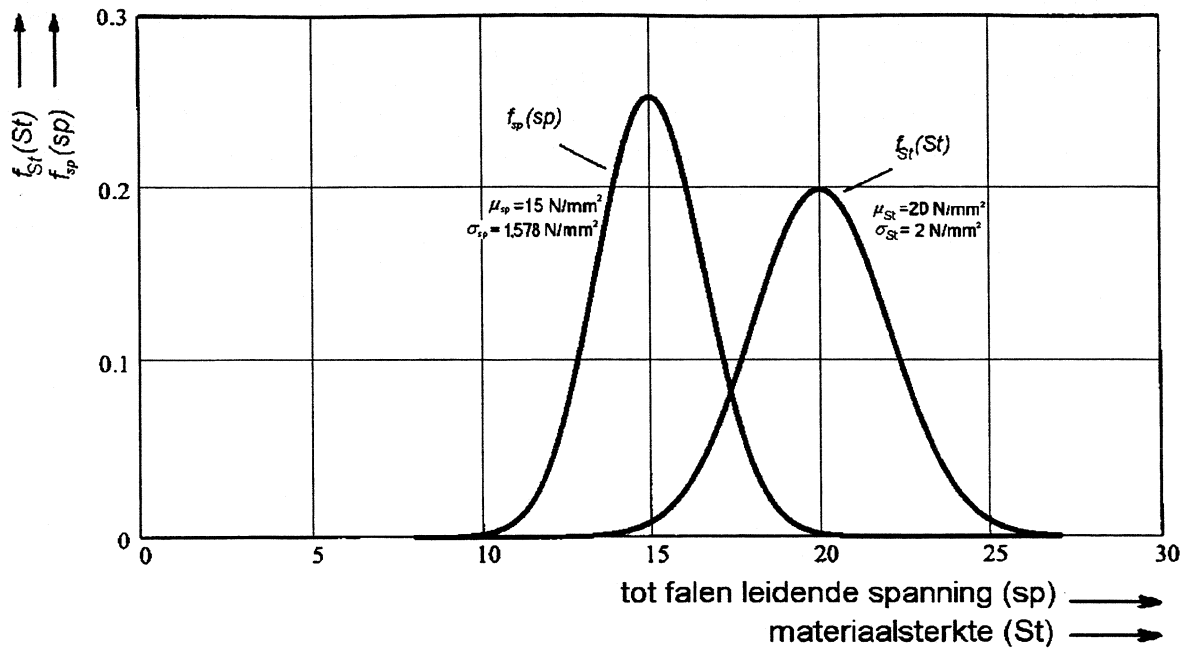
$$\sigma_\zeta = \sqrt{\sigma_{St}^2 + \sigma_{sp}^2} = \sqrt{2^2 + 1,58^2} = 2,547 \text{ N/mm}^2$$

De bedrijfszekerheidsindex β is:

$$\beta = \frac{\mu_\zeta}{\sigma_\zeta} = \frac{5}{2,547} = 1,963$$

De bedrijfszekerheid R is:

$$R = \Phi(1,963) = 0,9752$$



Figuur 6.16: Kansverdelingen van de tot falen leidende spanning sp en de materiaalsterkte St .

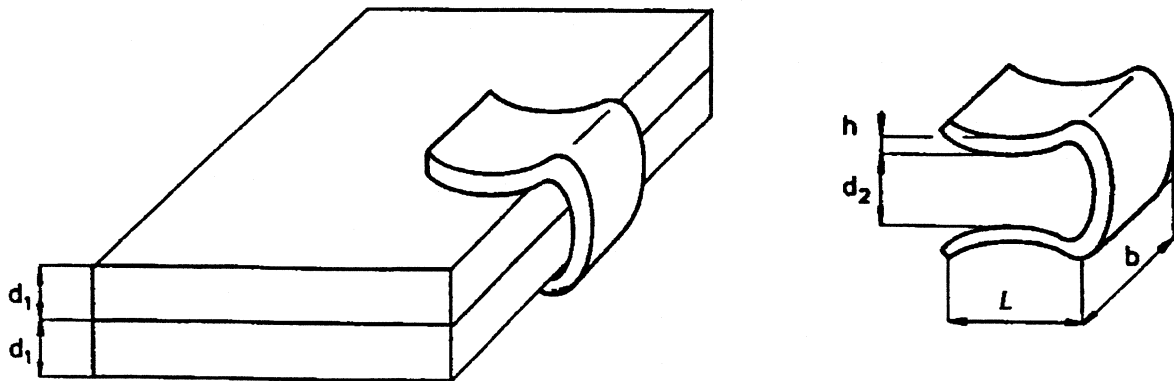
Hetgeen uit de tabel in bijlage B voor de cumulatieve standaardnormale verdeling is af te lezen.

De resultaten van de bedrijfszekerheidsvoorspellingen, die uit de spanning/sterkte-modellen volgen, moeten niet te absoluut worden genomen. Zowel de kansdichtheidsfunctie van de spanning als die van de sterkte zijn niet met 100 % betrouwbaarheid bekend. Het is wel mogelijk om met behulp van deze methode de invloed van ontwerpparameters op de bedrijfszekerheid te bepalen. Door het uitvoeren van gevoeligheidsanalyses is het mogelijk na te gaan hoe groot de invloed van afmetingen en de spreiding ervan is op de bedrijfszekerheid. De voorspellingen zijn daardoor erg nuttig bij het nemen van beslissingen in het ontwerpstadium. In dit stadium is het relatief eenvoudig om een ontwerp te optimaliseren naar bedrijfszekerheid, waarbij met randvoorwaarden zoals kostprijs rekening kan worden gehouden.

6.8.1 Rekenvoorbeeld (Klembeugel)

Een klembeugel, zoals in de schets hieronder is aangegeven, wordt aan een bedrijfszekerheidsanalyse onderworpen om de kans op falen door losschieten tijdens gebruik zo klein mogelijk te houden.

De klembeugel moet twee platen met elk een dikte d_1 op elkaar klemmen. Bij de montage wordt deze over de platen geschoven en bij demontage wordt de klem losgetrokken. De platen worden *aselect* gekozen uit de populatie van platen met verwachting μ_1 en standaardafwijking σ_1 .



Gegevens:

plaatdikte $d_1 = 10 \pm 0,17 \text{ mm}$;

Beginwaarden van de afmetingen van de klembeugel:

afmeting $d_2 = 19 \pm 0,3 \text{ mm}$;
 lengte: $L = 30 \pm 0,6 \text{ mm}$;
 dikte: $h = 3 \pm 0,2 \text{ mm}$;
 breedte: $b = 6 \text{ mm}$;
 E-modulus $E = 3000 \text{ N/mm}^2$

Alle maattoleranties zijn normaal verdeelde stochastische variabelen met een zgn. $\mu \pm 3\sigma$ interval. Als bij een afmeting geen tolerantie is aangegeven is, dan dit een deterministische variabele.

Eisen aan de klemverbinding

- De klemkracht F_k moet minimaal 15 N zijn
- De verwachting van de toelaatbare rek ϵ_{toel} : $\mu_{toel} = 1 \%$ en de standaardafwijking $\sigma_{toel} = 0,2 \%$.
- De formules voor de veerstijfheid k en de maximaal optredende rek ϵ_{max} zijn hierna gegeven.

Te gebruiken formules

$$k = b \cdot \left(\frac{h}{L}\right)^3 \cdot E$$

$$\varepsilon_{max} = 2 \cdot \frac{h}{L^2} \cdot w$$

waarin: k veerstijfheid;
 E elasticiteitsmodulus;
 ε_{max} maximaal optredende rek;
 w uitwijking van de klem.

Gevraagd:

- 1.1 De verwachting μ_w en μ_{F_k} , de standaardafwijking σ_w en σ_{F_k} van respectievelijk de uitwijking w en de klemkracht F_k .
- 1.2 Welke afmeting bepaalt de standaardafwijking σ_{F_k} het sterkst en waarom is dit zo.
- 1.3 De verwachting μ_ε en de standaardafwijking σ_ε van de hoogst optredende rek ε_{max} .
- 1.4 Bereken de kans P_{F_k} op het optreden van te lage klemkrachten van de klemverbinding en de kans P_ε op het overschrijden van de toelaatbare rek.

Uitwerking 1.1a De verwachting μ_w en de standaardafwijking σ_w

De uitwijking w is geometrisch bepaald en volgt uit de gegeven afmetingen.

$$w = (d_1 + d_1) - d_2$$

$$\text{Verwachting: } \mu_w = (10 + 10) - 19 = 1 \text{ mm}$$

$$\text{Standaardafwijking: } \sigma_w = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_w = \sqrt{0.057^2 + 0.057^2 + 0.1^2} = 0.1281 \text{ mm}$$

Uitwerking 1.1b De verwachting μ_{F_k} en de standaardafwijking σ_{F_k}

$$F_k = c \cdot w = b \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^3 \cdot E \cdot w$$

De verwachting μ_{F_k} :

$$\mu_{F_k} = \mu_b \left(\frac{\mu_h}{\mu_l}\right)^3 E \cdot w = 6 \left(\frac{3}{30}\right)^3 3000 \cdot 1 = 18 \text{ N}$$

De standaardafwijking σ_{F_k} :

$$V_{F_k} = \sqrt{V_b^2 + 3^2 V_h^2 + 3^2 V_L^2 + V_w^2}$$

$$V_{F_k} = \sqrt{0^2 + 3^2(0,022)^2 + 3^2(0,0067)^2 + (0,128)^2} = 0,1458$$

$$V_{F_k} = \sqrt{0 + 0,0044 + 0,0004 + 0,01642} = 0,1458$$

$$\sigma_{F_k} = 0,1458 \cdot 18 = 2,625 \text{ N}$$

1.2 De afmeting die de standaardafwijking σ_{F_k} , het sterkst bepaalt.

De invloed van de spreiding in de uitwijking w is het grootste en deze wordt het sterkst beïnvloed door de spreiding in de afmeting d_2 .

1.3 De verwachting μ_ϵ en de standaardafwijking σ_ϵ van de rek ϵ_{max} .

$$\mu_\epsilon = 2 \cdot \frac{\mu_h}{\mu_L^2} \cdot \mu_w = 0,0067$$

$$V_\epsilon = \sqrt{V_h^2 + 2^2 \cdot V_h^2 + V_w^2} = 0,131$$

$$\sigma_\epsilon = \mu_\epsilon \cdot V_\epsilon = 0,0009$$

1.4.a De Kans P_{F_k} op het optreden van een te lage klemkracht.

$$u = \frac{F_{min} - \mu_{Fk}}{\sigma_{Fk}} = -1,143$$

$$P_{Fk} = \Phi(u) = 0,1265$$

1.4.b De kans P_ϵ op het overschrijden van de toelaatbare rek.

$$\mu_\zeta = \mu_{toel} - \mu_\epsilon = 0,01 - 0,0067 = 0,0033$$

$$\sigma_\zeta = \sqrt{\sigma_{toel}^2 + \sigma_\epsilon^2} = \sqrt{0,002^2 + 0,0009^2} = 0,0022$$

De index β is:

$$\beta = \frac{\mu_\zeta}{\sigma_\zeta} = \frac{0,0033}{0,0022} = 1,528$$

De kans P_ϵ is:

$$P_\epsilon = 1 - \Phi(1,528) = 0,0633$$

6.9 Oefenopgaven

Meetveer met een voorgeschreven verplaatsing

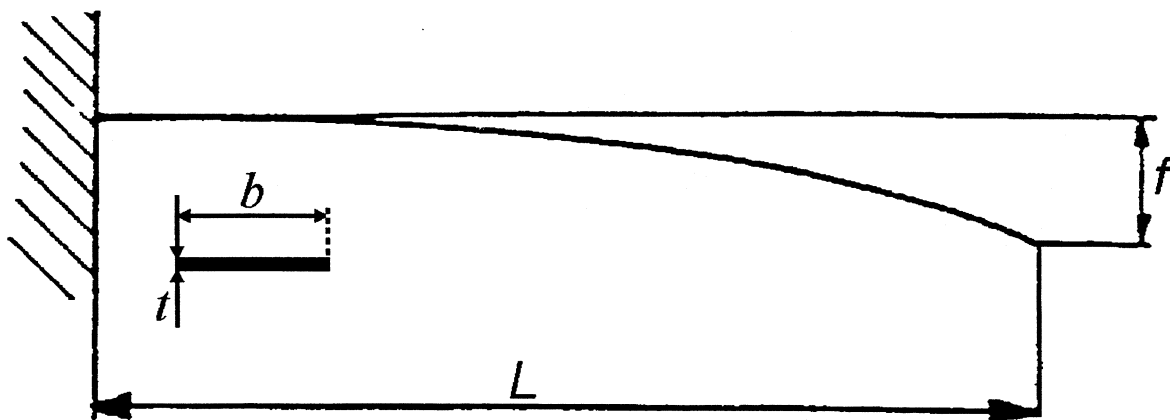
- Gegeven:

Een stalen meetveer is aan een uiteinde ingeklemd en wordt aan het andere einde over een afstand f doorgebogen. De afmetingen van de meetveer en de verplaatsing f zijn Normaal verdeelde stochastische variabelen met een zgn. $\mu \pm 3\sigma$ interval.

De gegevens zijn:

breedte	b	=	$5 \pm 0,3 \text{ mm}$
dikte	t	=	$0,5 \pm 0,03 \text{ mm}$
lengte	l	=	$25 \pm 0,3 \text{ mm}$
doorbuiging	f	=	$2 \pm 0,1 \text{ mm}$

De elasticiteitsmodulus bedraagt 200.000 N/mm^2



Figuur 6.17: Model van een meetveer.

- Gevraagd:

- Bereken de verwachting en de standaardafwijking van de spanning
- Bereken de gemiddelde waarde en standaardafwijking van de reactie kracht F aan het einde van de veer
- Bepaal het gebied waarbinnen de kracht kan variëren
- Welke grootte heeft het meeste effect op de spreiding van de reactiekracht.

- Antwoorden:

a. $\mu_{sp} = 480 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{sp} = 13,1 \text{ N/mm}^2$

b. $\mu_F = 4 \text{ N}$ $\sigma_F = 0,27 \text{ N}$

c. spreidingsinterval $3,2 - 4,8 \text{ N}$

d. Zoek de grootte met de grootste invloed op de coëfficiënt van variatie.

Klikvingers

- Gegeven:

Een gestanste plaat wordt met twee klikvingers aan een product bevestigd.

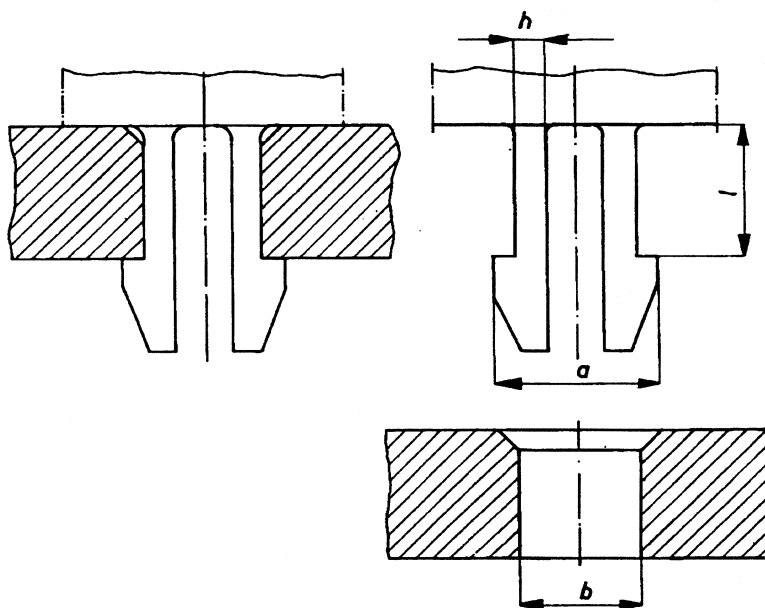
$$a = 10 \pm 0,03 \text{ mm}$$

$$b = 8 \pm 0,03 \text{ mm}$$

$$l = 10 \pm 0,3 \text{ mm}$$

$$h = 2 \pm 0,06 \text{ mm}$$

Met spanningsconcentraties behoeft in deze opgave geen rekening te worden gehouden.



Figuur 6.18: *Klikverbinding.*

- Gevraagd:

- Bereken de verwachting μ_f en standaardafwijking σ_f van de uitwijking f van de klikvingers
- Bepaald de verwachting μ_ε en standaardafwijking σ_ε van de rek ε_{max} in de "inklemming" van de klikvinger
- Welke grootte heeft het meest effect in de spreiding van de rek

- Antwoorden:

$$\text{a. } \mu_f = 1 \text{ mm} \quad \sigma_f = 0,00707 \text{ mm} \quad C_f = 0,00707$$

$$\text{b. } \mu_\varepsilon = 3\% \quad \sigma_\varepsilon = 0,0703\%$$

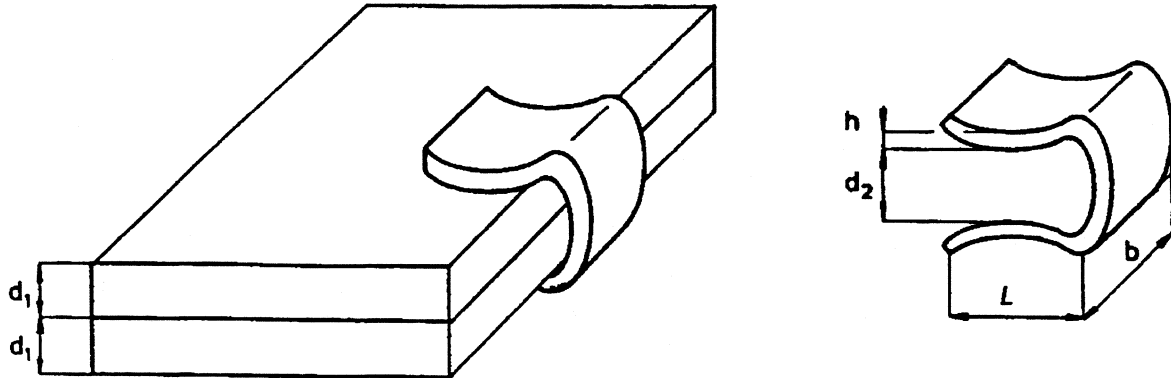
c. de afmetingen l en h

6.10 Oude tentamen opgaven

6.10.1 Opgave 1, Klembeugel

Een klembeugel, zoals in de schets hieronder is aangegeven, wordt aan een bedrijfszekerheidsanalyse onderworpen om de kans op falen door losschieten tijdens gebruik zo klein mogelijk te houden.

De klembeugel moet twee platen met elk een dikte d_1 op elkaar klemmen; bij de montage wordt deze over de platen geschoven en bij demontage wordt de klem losgetrokken.



Gegevens:

$$\begin{aligned} \text{E-modulus } E &= 3000 \text{ N/mm}^2 \\ \text{plaatdikte } d_1 &= 10 \pm 0,17 \text{ mm;} \end{aligned}$$

Beginwaarden van de afmetingen van de klembeugel:

$$\begin{aligned} \text{afmeting } d_2 &= 19 \pm 0,3 \text{ mm;} \\ \text{lengte: } l &= 30 \pm 0,6 \text{ mm;} \\ \text{dikte: } h &= 3 \pm 0,2 \text{ mm;} \\ \text{breedte: } b &= 6 \text{ mm} \end{aligned}$$

Alle maattoleranties zijn normaal verdeelde stochastische variabelen met een zgn. $\mu \pm 3\sigma$ interval. Indien bij een afmeting geen tolerantie is aangegeven is dit een deterministische variabele. Vanwege fabricagemogelijkheden is het economisch niet verantwoord de aangegeven toleranties te verkleinen.

Eisen aan de klemverbinding

- De klemkracht van de klembeugel F_k moet minimaal 15 N zijn
- De gemiddelde waarde van de maximaal toelaatbare rek is $\varepsilon_{toel} = 2 \%$ met een standaardafwijking $\sigma_{toel} = 0.15 \%$.
- De formules voor de veerstijfheid c en de maximaal optredende rek ε_{max} zijn hieronder gegeven. De maximaal optredende rek ε_{max} waarin w de verplaatsing van de uiteinden van de beugel is.

Benodigde formules

$$c = b \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^3 \cdot E$$

$$\varepsilon_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \left(\frac{1}{l}\right) \cdot w$$

waarin:	c	Veerstijfheid
	E	Elasticiteitsmodulus
	ε_{max}	Maximaal optredende rek
	w	Uitwijking van de klem

Gevraagd:

Geef bij de antwoorden duidelijk aan welke modelvorming is gebruikt om de gevraagde resultaten te krijgen !

- 1.1 De verwachting μ_w en μ_{F_k} , de standaardafwijking σ_w en σ_{F_k} van respectievelijk de uitwijking w en de klemkracht F_k voor de gegeven waarden van de afmetingen van de klembeugel.
- 1.2 Welke afmeting bepaalt de standaardafwijking σ_{F_k} het sterkst en geef aan waarom dit zo is.
- 1.3 De verwachting μ_ε en de standaardafwijking σ_ε van de hoogst optredende rek ε_{max} .

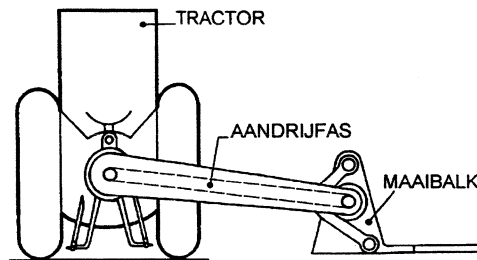
Stel dat de klemkracht F_k en de hoogst optredende rek ε_{max} een gemiddelde waarde van resp. $\mu_{F_k} = 14N$ en $\mu_\varepsilon = 1.6 \%$, beide met een variatiecoëfficiënt $V_i = 0.1$.

- 1.4 Bereken de kans P_{F_k} op het optreden van te lage klemkrachten van de klemverbinding en de kans P_ε op het overschrijden van de toelaatbare rek.
- 1.5 De spreiding in de klemkracht en de optredende rek is voor de beginwaarden van de klemverbinding vrij hoog.
 - a. Geef aan welke afmetingen van de klemveer de grootste invloed heeft op de spreiding in de klemkracht.
 - b. Stel dat de variatie in de klemkracht met een factor 3 moet worden verlaagd. Hoe groot moet de nominale afmeting van de onder a. gevraagde afmeting dan worden ?
 - c. Stel dat de klemkracht gelijk moet blijven en alleen de lengte van de beugel mag worden veranderd.
Hoe groot moet de lengte l_2 dan worden ? Hoe groot wordt de optredende rek ε_{max} bij deze afmetingen?

6.10.2 Opgave 2, Slootkantmaaier

Van een slootkantmaaier (zie figuur) is de aandrijfjas tussen het aandrijfmechanisme van de tractor en de maaibalk uitgevoerd als buis.

Deze aandrijfjas wordt uitsluitend op **wringing** belast. Zowel de maten van de aandrijfjas, als het moment dat op de aandrijfjas wordt uitgeoefend, als de sterkte van het materiaal waarvan de aandrijfjas is gemaakt zijn stochastische variabelen. Van deze overbrenging moet de bedrijfszekerheid bepaald worden.



Gegevens

- De aandrijfjas wordt door middel van walsen uit bandstaal vervaardigd. Dikte bandstaal $t = 5.0 \pm 1.5 \text{ mm}$,
Lengte bandstaal $l = 329,8 \pm 19.429 \text{ mm}$.
- Het aandrijfmoment $M = 360\,000 \pm 7200 \text{ Nmm}$
- De materiaal sterkte is Normaal verdeeld met $\mu_S = 210 \text{ N/mm}^2$ en $\sigma_S = 30 \text{ N/mm}^2$.

De wringspanning s in de buis, als gevolg van het wringend-moment, mag benaderd worden met:

$$s = \frac{3 \cdot M}{\pi \cdot t^2 \cdot D_g}$$

hierin is t de buisdikte en D_g de **gemiddelde** buisdiameter.

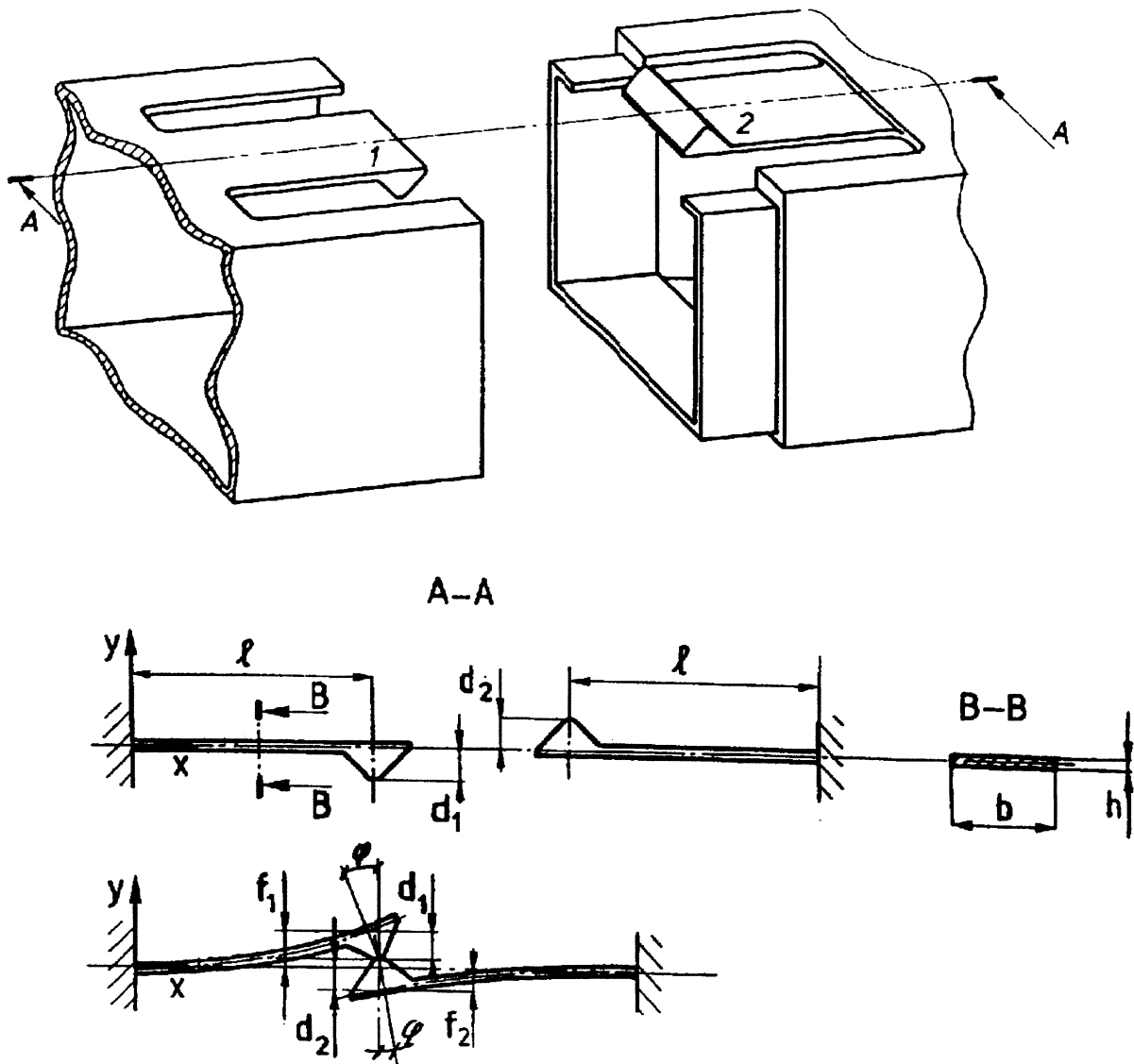
Alle maattoleranties zijn Normaal verdeelde stochastische variabelen met een zgn. $\mu \pm 3\sigma$ interval. Indien geen tolerantie is aangegeven dan heeft men te maken met een deterministische variabele.

Gevraagd

- 2.1 Welke methode bestaan er voor het bepalen van de kansdichtheidsfunctie van s ? Noem tevens van elk van deze methoden de beperkingen in het toepassen.
- 2.2 Bereken met behulp van de foutenvoortplantingsmethode de verwachting μ_s en de standaardafwijking σ_s .
- 2.3 **Stel** dat u voor μ_s en σ_s respectievelijk 150 N/mm^2 en 40 N/mm^2 had gevonden (komt er in werkelijkheid **niet** uit), hoe groot is dan de bedrijfszekerheid van deze as?
- 2.4 Welke maatregel(en) stelt u voor als de bedrijfszekerheid van deze aandrijfjas moet worden verhoogd door verkleining van de toleranties in de maatvoering.

6.10.3 Opgave 3, Klikverbinding

Een kunststofdeksel wordt door middel van een klikverbinding op een kunststof houder bevestigd, zoals in onderstaand figuur is weergegeven. Wanneer de deksel over de houder wordt geschoven, worden de beide klikvingers uit elkaar gedrukt en op buiging belast. Klikvinger (1) verplaatst daarbij over een afstand f_1 en klikvinger (2) verplaatst daarbij over een afstand f_2 . De relatie tussen de beide verplaatsingen wordt gegeven door de vergelijking $f_1 - f_2 = 2 d_{gem}$ (effect van de rotatie op de verplaatsing van de klikvinger wordt hierbij niet in rekening gebracht).



Gegevens:

Elasticiteitsmodulus:	E_1	=	1000 N/mm^2
Elasticiteitsmodulus:	E_2	=	2000 N/mm^2
Lengte klikvinger:	l	=	$100 \pm 12 \text{ mm}$
Breedte doorsnede klikvinger:	b	=	$6 \pm 0.60 \text{ mm}$
Hoogte doorsnede klikvinger:	h	=	$5 \pm 0.45 \text{ mm}$
Hoogte klikvinger rand (1):	d_1	=	$5 \pm 0.60 \text{ mm}$
Hoogte klikvinger rand (2):	d_2	=	$6 \pm 0.30 \text{ mm}$

Alle maattoleranties zijn normaal verdeelde stochastische variabelen met een zgn. " $\mu \pm 3\sigma$ interval" die als onafhankelijk van elkaar kunnen worden beschouwd. Voor de eenvoud kan gesteld worden dat de overeenkomstige afmetingen van de klikvingers (l, b, h) volledig afhankelijk van elkaar zijn. Indien bij een afmeting geen tolerantie is aangegeven, is dit een deterministische variabele.

Benodigde formules:

$$f_i = \frac{F_i \cdot l^3}{3 E_i \cdot I} \quad I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad s_i = \frac{F_i \cdot l \cdot h}{2 I} \quad f_1 - f_2 = 2 d_{gem} \quad d_{gem} = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

waarin:	s_i	Maximale buigspanning in de doorsnede ($i=1,2$)
	I	Traagheidsmoment rechthoekige doorsnede
	F_i	Kracht werkend op de klikvinger ($i=1,2$)
	f_i	Verplaatsing klikvinger ($i=1,2$)
	d_{gem}	Gemiddelde randhoogte klikvinger
	E_i	Elasticiteitsmodulus ($i=1,2$)

Gevraagd:

- 3.1 Leid de uitdrukking af voor de beide verplaatsingen f_1 en f_2 , als functie van de elasticiteitsmodulus en de afmetingen van de klikvinger.
- 3.2 Leid de uitdrukking af voor de buigspanningen s_1 en s_2 , als functie van de elasticiteitsmodulus en de afmetingen van de klikvinger.
- 3.3 Bepaal de verwachting μ_{s_i} en de standaardafwijking σ_{s_i} ($i=1,2$) van de maximale buigspanning in de doorsnede van de klikvinger.
- 3.4 **Stel** dat u voor μ_{s_1} en μ_{s_2} 5.0 N/mm^2 had gevonden en voor σ_{s_1} en σ_{s_2} 0.5 N/mm^2 (komt er in werkelijkheid **niet** uit). Wat is dan de bijbehorende bedrijfszekerheid van de klikvingers bij een materiaalsterkte van $\mu_S = 6.5 \text{ N/mm}^2$ met een standaardafwijking van $\sigma_S = 0.6 \text{ N/mm}^2$.
- 3.5 Als aangenomen wordt dat de bedrijfszekerheden van de klikvingers R_1 en R_2 volledig onafhankelijk zijn van elkaar, wat is dan de totale bedrijfszekerheid van de constructie ?
- 3.6 Indien u de bedrijfszekerheid van de klikverbinding wilt vergroten, welke constructieve mogelijkheden staan u dan ter beschikking met betrekking tot de gemiddelde afmetingen van de klikvingers. Motiveer uw antwoord.

6.10.4 Antwoorden

Antwoord 1.1

$$\mu_w = 1 \text{ mm} \quad \sigma_w = 0.15 \text{ mm}$$

$$\mu_{F_k} = 18 \text{ N} \quad \sigma_{F_k} = 2.98 \text{ N}$$

Antwoord 1.2

Gevraagde afmeting is d_1

Variatiecoëfficiënt w heeft de grootste invloed op de spreiding F_k . Deze variatie coëfficiënt wordt bepaald door de geometrische afmeting d_1 .

Antwoord 1.3

$$\mu_\varepsilon = 0.005 = 0.5\% \quad \sigma_\varepsilon = 0.00076 = 0.076\%$$

Antwoord 1.4

$$P_{F_k}(F_k > 15 \text{ N}) = 0.239$$

$$P_k(\varepsilon_{max} > \varepsilon_{toel}) = 0.0344$$

Antwoord 1.5b

$$d_2 = 17 \text{ mm}$$

Antwoord 1.5c

$$\varepsilon = 0.0072 = 0.72\%$$

Antwoord 2.1

Zie diktaat

Antwoord 2.2

$$\mu_s = 130.96 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_s = 26.33 \text{ N/mm}^2$$

Antwoord 2.3

Bepaling bedrijfszekerheidscoëfficiënt β :

$$R = 0.884930 = 88.493 \%$$

Antwoord 2.4

Bedrijfszekerheid van de aandrijfjas kan worden vergroot door de tolerantie op plaatdikte t te verkleinen (let op tolerantie moment M kan niet worden beïnvloed).

Antwoord 3.1

$$f_1 = \frac{2 E_2 \cdot d_{gem}}{E_1 + E_2} \quad \text{en} \quad f_2 = \frac{-2 E_1 \cdot d_{gem}}{E_1 + E_2}$$

Antwoord 3.2

$$s_1 = s_2 = s = \frac{3 E_1 \cdot E_2 \cdot d_{gem} \cdot h}{l^2 (E_1 + E_2)}$$

Antwoord 3.3

$$\mu_s = 5.5 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_s = 0.48303727 \text{ N/mm}^2$$

Antwoord 3.4

$$R = 0.97260597$$

Antwoord 3.5

$$R_t = 0.94596237$$

Antwoord 3.6

Bedrijfszekerheid verhogen door verlaging van de spanning. Spanning verlagen door:

- **Dunnere klikvinger** (h – verkleinen).
- **Langere klikvinger** (l – vergroten).
- Eventueel d_1 en d_2 verlagen (niet de bedoeling)

Bibliografie

- [1] Roark, Formulas for stress and strain, McGrawhill, New York, 1977
- [2] Spoormaker, J.L., Compendium Sterkteleer, De Constructeur, medio 1982
- [3] Spoormaker, J.L., Construeren van produkten uit kunststof, Collegediktaat io37
- [4] Oehler, G. en Weber, A., Steife Blech- und Kunststoffkonstruktionen, Konstruktionbucher Band 30, Springer-Verlag, Berlijn 1972
- [5] Designing Heat-Generating Appliances with the VALOX 800 Resin Famaly, General Electric brochure
- [6] Dubbels Taschenbuch fur den Maschinenbau, Springer-Verlag, Heidelberg
- [7] Fluge, W. Handbook of Engineering Mechanics, McGrawhill, New York 1962
- [8] Peterson, R.E., Stress Concentration Factors, John Wiley & Sons, New York 1974
- [9] Blauwendraad en Kok, Eindige Elementen Methode, Elsevier
- [10] Carlson, H., Spring Designers Handbook, M. Dekker Inc., New York 1978
- [11] Metals Handbook, deel 1, ASM
- [12] Scheider en Bardenier, Versagenkriterien fur Kunststoffe, Zeitschrift fur Werkstofftechnik
- [13] Stiomak, Materiaalkeuze in de Werktuigbouwkunde, Educaboek, Culenborg 1978
- [14] Fox, A. The effect of extreme cold rolling on the stress relaxation characteristics of CDA copper alloy 510 strips, J. of Materials Vol6 no. 2.

Hoofdstuk 7

Kwaliteitszorg

7.1 Inleiding

Het begrip *kwaliteit* dat nog nauwkeuriger wordt gedefinieerd, wordt wel omschreven als "*de geschiktheid van een produkt voor een bepaald gebruiksdoel*". Er worden aan produkten steeds hogere kwaliteitseisen gesteld, waarvoor verderop een aantal redenen wordt gegeven. Het voldoen aan deze hogere kwaliteitseisen kan alleen als in alle fasen van het produktvoortbrengingsproces er grote zorg aan de kwaliteit van elke fase wordt geschonken. *Kwaliteitszorg is gedefinieerd als "dat aspect van de totale managementfunctie dat het kwaliteitsbeleid bepaalt en ten uitvoer brengt"*.

Kwaliteitszorg is vooral gericht op het verbeteren van de kwaliteit. Ondanks de enorme aandacht voor kwaliteitszorg is de toepassing en de invoering ervan in Nederland nog verontrustend laag [1]. Verreweg de meeste bedrijven verkeren nog in de fase van bewustwording en besluitvorming over het systematisch invoeren van kwaliteitszorg.

Kwaliteit is een *relatief* begrip omdat het verband houdt met het *gebruiksdoel*, en opmerkingen als "dit is een kwaliteitsprodukt" of "dit is van topkwaliteit" zijn meer om te imponeren dan om te informeren. Het is bij het afstemmen van de kwaliteit aan het gebruiksdoel van groot belang, dat de producent enerzijds weet wat het gebruiksdoel van de afnemer (consument) is en anderzijds dat de afnemer kan beoordelen in welke mate de afgenomen produkten aan het gebruiksdoel beantwoorden.



Figuur 7.1: *Mogelijkheid tot goede afstemming tussen de afnemer en de ambachtsman.*

In de oudheid was er een *direct contact* tussen de afnemer en de ambachtsman en was de afstemming over de kwaliteit tussen hen i.h.a. niet problematisch (Fig. 7.1).

De eerste kwaliteitsproblemen op grotere schaal gingen zich voordoen bij het ontstaan van een markt met (tussen)handel. Het directe contact tussen afnemer en producent werd verbroken en de verleiding om het minder nauw met de kwaliteit te nemen, werd daardoor groter. Als reactie hierop zijn de *ambachtsgilden* opgericht om de kwaliteit van goederen te bewaken en de *gildekeuren* waren *kwaliteitskeurmerken*. De controle werd door de *gildemeesters* uitgevoerd voor de bij het gilde aangesloten beroepsgroep. Een bekend voorbeeld van gildemeesters zijn de "*Staalmeesters*", die de kwaliteit van textielprodukten controleerden (Fig. 7.2). De beheersing van de kwaliteit geschiedde in de tijd van de Gilden door *controle van gerede produkten*, wat door de beperkte produktieschaal goed mogelijk was.

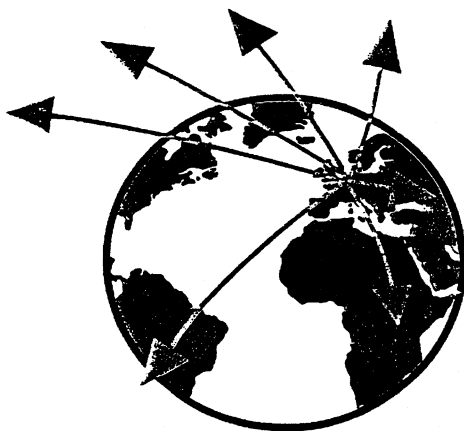


Figuur 7.2: *Staalmeesters als controleurs van de kwaliteit.*

In de 18^e, maar vooral in de 19^e eeuw ontstond gemechaniseerde productie, waardoor produkten op grote schaal konden worden vervaardigd. De afstand tussen de consument en de producent werd daardoor nog groter, doordat vanuit één fabriek voor een uitgebreid afzetgebied kon worden geproduceerd. Een probleem dat zich bij de in serie vervaardigde produkten ging voordoen was de *uitwisselbaarheid* van de onderdelen. Dit heeft tot *normalisatie* van maatvoeringssystemen en schroefdraden geleid, wat in *normbladen* (NEN; DIN en ISO) is vastgelegd. De problematiek van de uitwisselbaarheid werd het eerst bij de militaire productie ervaren, en deze industrie heeft steeds als eerste nieuwe *kwaliteitssystemen* geïntroduceerd.

In de 20^e eeuw is enerzijds de afstand tussen de producent en de consument enorm vergroot, wat in Fig. 7.3 schematisch is aangegeven, en anderzijds is er een enorme schaalvergroting van de productie opgetreden. Het werd mede daardoor ondoenlijk *produkt voor produkt op kwaliteit te controleren* en mede daarom is er naar een *beheersing van de voortbrengingsprocessen* overgegaan [2].

Deze verschuiving van controle naar beheersing van het voortbrengingsproces is het eerst op grote schaal opgetreden tijdens de tweede wereldoorlog bij de overschakeling van een civiele naar een militaire produktie. Zoals eerder gezegd is de kwaliteitszorg het eerst geformaliseerd in de defensie en hier zijn ook de eerste normen voor de *certificatie* van de beheersing van het produktieproces alleen, of de combinatie van het ontwerp- en het produktieproces ontstaan. Deze militaire AQAP normen zijn inmiddels vervangen door de ISO-9000 normen voor kwaliteitssystemen in bedrijven.



Figuur 7.3: *De grote afstand tussen producent en afnemer.*

Een volledige beheersing van het voortbrengingsproces is van het grootste belang vanwege:

- de zeer hoge *veiligheids- en milieueisen*, die door de overheid worden gesteld;
- de *strikte produktaansprakelijkheid*, die in de USA al geldt en sinds 1 november 1990 in Nederland en in veel landen van Europa al ingevoerd is of op korte termijn ingevoerd wordt;
- de veranderingen in de toelevering van produkten, waarbij *co-makership* ontstaat voor slechts enkele *approved suppliers*, die aan hoge kwaliteitseisen moeten voldoen, wat dient te blijken uit het *gecertificeerd* zijn volgens de ISO-9000 normen;
- de steeds hogere eisen, die de consument aan de kwaliteit van produkten stelt, doordat onze afhankelijkheid van produkten steeds groter is geworden;
- de *kwaliteitskosten*, die bij een onvolledig beheerst voortbrengingsproces aanzienlijk hoger liggen dan bij een volledig beheerst proces.

Het behoeft geen nader betoog dat er aan het ontwerpen van produkten steeds hogere eisen worden gesteld en dat bij een onvolledig beheerst voortbrengingsproces onverantwoord hoge risico's worden gelopen. Het invoeren en instandhouden van kwaliteitszorg is van essentieel belang geworden en hierover worden kort enige beschouwingen gegeven.

7.2 Kwaliteit

Kwaliteit wordt vaak in absolute zin gebruikt en heeft een belevingswaarde van het allerbeste, zoals dit bij auto's voor de Rolls Royce geldt. Dit is een misleidend gebruik ervan omdat kwaliteit een *relatief begrip* is en een goedkoop en degelijk vervoermiddel voor een veel grotere groep kopers de vereiste kwaliteit heeft dan een Rolls Royce.

De in dit hoofdstuk gegeven definities benadrukken de relativiteit van kwaliteit, en zijn grotendeels ontleend aan het Normblad NEN-ISO 8402 "Kwaliteitstermen en definities". Toelichtingen hierop zijn te vinden in de Normbladen zelf en in het handboek Kwaliteitsbeleid [3].

7.2.1 Produktkwaliteit

Produktkwaliteit is gedefinieerd als:

Het geheel van eigenschappen en kenmerken van een produkt dat van belang is voor het voldoen aan vastgelegde of vanzelfsprekende behoeften.

Kwaliteit moet in *relatieve zin* worden opgevat en wel als de mate van geschiktheid voor een bepaald gebruiksdoel. Als voorbeeld geven we de kwaliteit van een lager in een elektromotor, waaraan lage eisen v.w.b. de rondloopnauwkeurigheid en de belastbaarheid worden gesteld. Een sinterbrons lager zal aan het gebruiksdoel voldoen en heeft dus een voldoende kwaliteit. Een kogellager voldoet ook aan de eisen, maar heeft een hogere rondloopnauwkeurigheid en een grotere belastbaarheid. Er kan echter niet worden gesteld dat een kogellager voor dit gebruiksdoel een hogere kwaliteit heeft, omdat een sinterbrons lager al voldoet aan de gestelde eisen.

De kwaliteit van een produkt kan niet in één waarde worden uitgedrukt omdat er vele eisen aan een produkt worden gesteld, wat vaak in een uitgebreid programma van eisen resulteert. Tegenover iedere eis staat een eigenschap van het produkt en deze eigenschappen worden wel *kwaliteitskenmerken* genoemd.

Een *kwaliteitskenmerk* is gedefinieerd als:

Elke eigenschap van een produkt, die tot de kwaliteit ervan bijdraagt.

Bedrijfszekerheid, levensduur, vormgeving, onderhoudbaarheid en energieverbruik zijn alle kwaliteitskenmerken. Er wordt naar de waarneembaarheid van de kwaliteitskenmerken wel een onderscheid gemaakt en wel:

objectief waarneembaar, zoals het energieverbruik;
subjectief waarneembaar, zoals de vormgeving;
niet direct waarneembaar, zoals de levensduur en de bedrijfszekerheid.

De mate waarin aan alle kwaliteitskenmerken wordt voldaan bepaalt de produktkwaliteit, maar het is vrijwel onmogelijk aan alle eisen gelijkelijk te voldoen en daarom dient de belangrijkheid van ieder kwaliteitskenmerk gespecificeerd te worden. Er moet hierbij ook nog rekening worden gehouden met de afweging, die gemaakt moet worden tussen:

prijs, kwaliteit en levertijd.

7.2.2 Programma-, ontwerp- en fabricagekwaliteit

Voor een ontwerper zijn de eerste fasen in het voortbrengingsproces het meest relevant. Deze fasen zijn het *opstellen van de doelspecificatie*, het opstellen van het programma van eisen, het ontwerp en de fabricage. De mate waarin een latere fase overeenkomt met de voorgaande fase is een deelkwaliteit: deze heten de programma-, de ontwerp- en de fabricagekwaliteit.

De definitie van *programmamakwaliteit* is:

De mate waarin het programma van eisen (p.v.e.) overeenkomt met de doelspecificatie, die vanuit het marktonderzoek is opgesteld.

De definitie van *ontwerpkwaliteit* is:

De mate waarin het ontwerp voldoet, enerzijds aan de produktiemogelijkheden en anderzijds aan het p.v.e. voor een bepaald produkt.

De definitie van *fabricagekwaliteit* is:

De mate waarin bij de fabricage het produkt overeenstemt met het ontwerp.

Er zijn bovendien nog de *distributie-* en de *servicekwaliteit*; de *produktkwaliteit* wordt bepaald door het totaal van de deelkwaliteiten, waarbij compensatie niet of slechts tegen zeer hoge kosten mogelijk is.

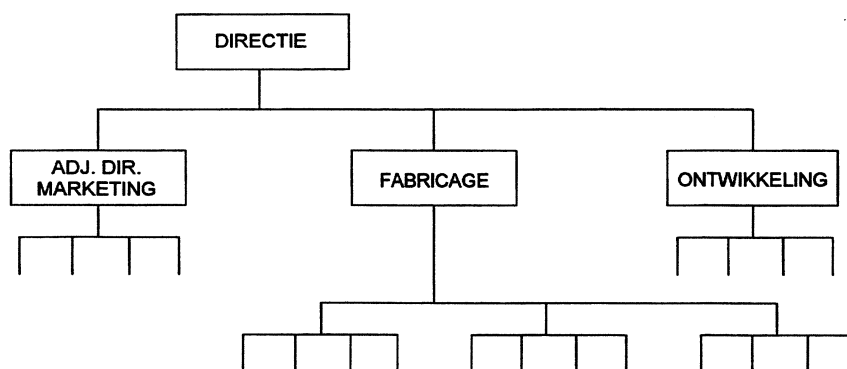
7.3 Totale kwaliteitszorg

Het begrip *kwaliteitszorg* is gedefinieerd als:

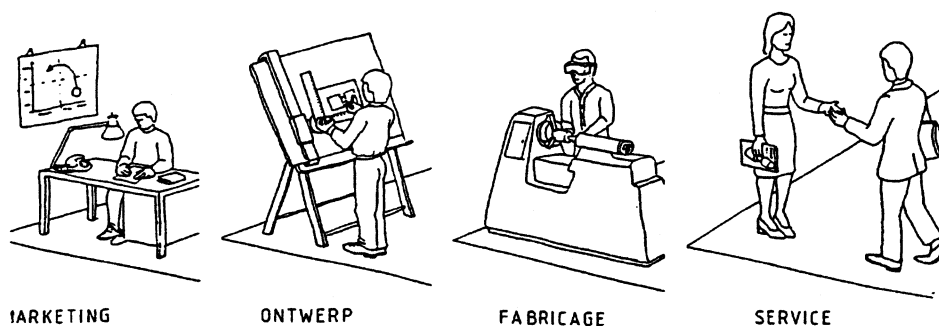
Dat aspect van de totale management-functie dat het kwaliteitsbeleid bepaalt en ten uitvoer brengt.

Kwaliteitszorg is een *organisatorisch* aspect van het produktvoortbrengingsproces en slaat vooral op de systematische activiteiten t.a.v. de kwaliteit, zoals plannen, uitvoeren en evalueren. Essentieel hierbij is dat alle medewerkers binnen een bedrijf betrokken zijn bij de kwaliteitszorg, dat de directie een kwaliteitsbeleid heeft en dat zij de verantwoordelijkheid hiervoor neemt. De vereiste kwaliteit kan dus alleen worden bereikt bij een *totale kwaliteitszorg* en de noodzakelijke voorwaarden hiervoor zijn dat:

- er een *kwaliteitsbeleid* is, wat inhoudt dat de ondernemingsleiding volledig achter de kwaliteitszorg staat;
- de kwaliteitszorg *alle fasen* van het produktvoortbrengingsproces omvat, dus van de produktplanning tot en met de nazorg;
- de kwaliteitszorg op *alle niveaus* van een onderneming is ingevoerd, dus vanaf de werkvloer tot en met de ondernemingsleiding.



Figuur 7.4: *Alle niveaus van een onderneming.*



Figuur 7.5: *Alle fasen van het produktvoortbrengingsproces.*

Het *kwaliteitsbeleid* is gedefinieerd als:

De doelstelling van een organisatie ten aanzien van kwaliteit, alsmede de wegen en de middelen daartoe, zoals deze formeel tot uitdrukking komen in een verklaring van de directie.

Het kwaliteitsbeleid dient een integraal deel te zijn van het totale beleid, dat richting geeft aan de onderneming en wordt bekrachtigd door de directie. Vooral het kwaliteitsbeleid dient niet een opsomming van een aantal wensen te zijn, maar een eenduidig geformuleerd beleid dat eenvoudig toetsbaar moet zijn en in bijlage I is een voorbeeld hiervan gegeven.

Kwaliteitszorg kan gemakkelijk verslappen, waarvoor gewaakt dient te worden en daarom dienen er in een voortbrengingsproces waarborgen te worden gebouwd om de kwaliteitszorg op het vereiste niveau te houden. Het bereiken van de vereiste produktkwaliteit heeft organisatorische en technische aspecten en aan beide aspecten dient de nodige aandacht besteed te worden. De organisatorische aspecten vormen de noodzakelijke voorwaarden voor het behalen van de vereiste produktkwaliteit en de technische aspecten vormen de voldoende voorwaarden. Dit betekent dat eerst de bedrijfsleiding voorwaarden moet scheppen om kwaliteitszorg mogelijk te maken, voordat de meer technische aspecten, zoals controle mogelijk zijn.

7.3.1 Kwaliteitssysteem

Het *kwaliteitssysteem* is een *organisatorisch aspect* van de kwaliteitszorg en is gedefinieerd als:

De organisatiestructuur, verantwoordelijkheden, procedures, processen en voorzieningen voor het ten uitvoer brengen van de kwaliteitszorg.

Het kwaliteitssysteem dient vastgelegd te zijn in een *kwaliteitshandboek*, dat verderop wordt behandeld. Hierin is vastgelegd wie verantwoordelijk is voor elke deelkwaliteit en welke bevoegdheden de kwaliteitsdienst heeft. Belangrijk hierin zijn vooral de vrijgaveprocedures, die een produkt in ontwikkeling vrijgeven voor een volgende fase in het voortbrengingsproces, nadat zeker is gesteld dat de kwaliteit van de af te sluiten fase aan de gestelde normen voldoet. Een ontwerp wordt dus vrijgegeven voor de fabricagevoorbereiding en daarna voor serie- of massafabricage.

7.3.2 Kwaliteitsborging

Kwaliteitszorg is een uitdagende, maar ook inspannende activiteit en het gevaar is groot dat de aandacht ervoor verslapt. Dit is vooral het geval als er relatief weinig klachten zijn en het

"vooraf zeuren om gezeur achteraf te voorkomen"

als "moeilijk doen" wordt afgedaan.

Het is vereist om de activiteiten op het gebied van de kwaliteitszorg op peil te houden, voor de handhaving van de produktkwaliteit. De afnemer eist in toenemende mate dat een toeleverancier *gecertificeerd* is en controleert het kwaliteitssysteem vaak ook nog zelf door een regelmatig terugkerende kwaliteitsaudit (visitatie) van het bedrijf. Om te waarborgen dat er kwaliteitszorg is en dat deze toegepast wordt, is er *kwaliteitsborging* ingesteld en de definitie hiervan is:

Het geheel van alle geplande en systematische acties nodig om in voldoende mate het vertrouwen te geven dat een produkt of dienst voldoet aan de gestelde kwaliteitseisen.

Aan de kwaliteitsborgingseisen wordt alleen voldaan indien er kan worden aangetoond dat:

- er een kwaliteitssysteem is;
- het kwaliteitssysteem *daadwerkelijk wordt toegepast*;
- het kwaliteitssysteem *in stand wordt gehouden*.

Er zijn certificatie-instellingen, zoals de KEMA en Lloyd's Register, die gemachtigd zijn door de Raad voor de Certificatie een voortbrengingsproces geheel of gedeeltelijk te certificeren.

7.3.3 Kwaliteitsbeheersing

De *kwaliteitsbeheersing* ligt op het *technische vlak* en is gedefinieerd als:

De operationele technieken en activiteiten die worden toegepast om aan kwaliteitseisen te voldoen.

Operationele technieken zijn concrete technische maatregelen om de kwaliteit te beheersen, zoals:

- het *specificeren* van de kwaliteitseisen;
- het uitvoeren van *ontwerpbeoordelingen*;
- de *wijzigingsprocedures* voor produkttekeningen;
- het *beproeven* van *prototypen*;
- het uitvoeren van *keuringen* in het productieproces;
- het *beproeven* van produkten uit de aanloopserie en de productie;
- het *analyseren* van gefaalde produkten;
- het *terugkoppelen* van faalgegevens naar de ontwerpafdeling.

7.4 Kwaliteitshandboeken

Het *kwaliteitssysteem* en de *kwaliteitsbeheersing* dienen beschreven te zijn in een zogenaamd kwaliteitshandboek, dat gedefinieerd is als:

Een document dat een uiteenzetting geeft van het algemene kwaliteitsbeleid, -procedure en -uitvoering van een organisatie.

Zoals reeds vermeld dienen in een *kwaliteitshandboek* de organisatorische en de technische aspecten van de *kwaliteitszorg* vastgelegd te zijn. In een *kwaliteitshandboek* dienen de onderstaande onderwerpen dus beschreven te zijn:

- de *organisatiestructuur* van de onderneming;
- het *kwaliteitsbeleid* van de onderneming
- de *verantwoordelijkheden* t.a.v. de produktkwaliteit
- de taken en verantwoordelijkheden van de *kwaliteitsdienst*;
- de procedures bij *orderacceptatie*, *ontwerpbeoordelingen* en *ontwerpvrĳgave*;
- de *keuringsprocedures* tijdens de fabricage;
- *wijzigingsprocedures* voor ontwerpen en produkten;
- de *afleverings- en serviceprocedures*.

Deze lijst is niet volledig, maar certificerende instanties hebben richtlijnen opgesteld voor het opstellen van kwaliteitshandboeken en binnen het Laboratorium voor Mechanische bedrijfszekerheid is door afstudeerders meegewerkt aan het opstellen van *kwaliteitshandboeken*. Het kwaliteitshandboek dient daadwerkelijk toegepast te worden en moet niet alleen een papieren document zijn, waarmee aan de verplichting is voldaan om een kwaliteitshandboek te hebben, wat helaas nogal eens voorkomt.

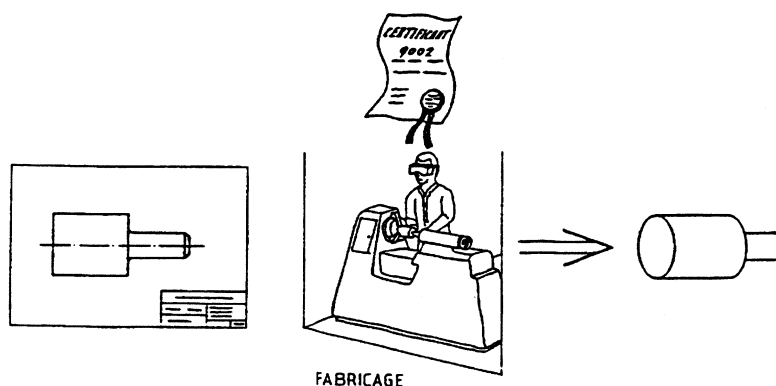
Het *kwaliteitshandboek* is het belangrijkste kwaliteitszorgdocument in een bedrijf en is een noodzakelijk voorwaarde voor het verkrijgen van een bedrijfscertificaat.

7.5 Certificatie

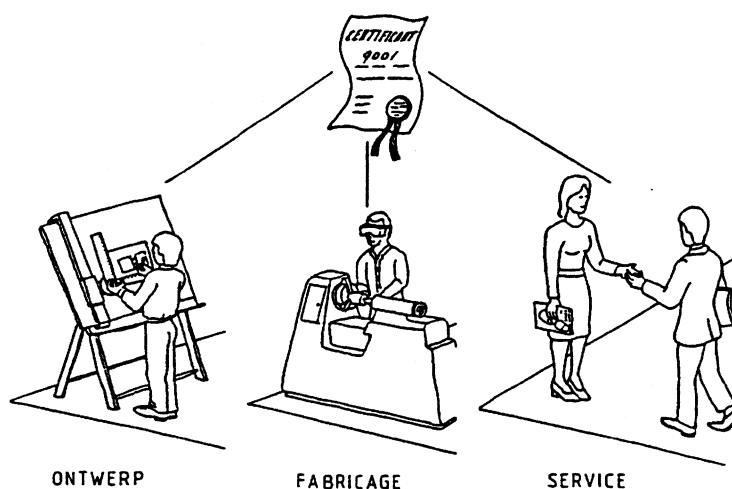
Het probleem van de grote afstand tussen de producent en de consument en de onmogelijkheid van de afnemer elk toegeleverd produkt te controleren zijn er de reden van geweest de kwaliteitszorg van bedrijven te certificeren. Het gaat hier nogmaals niet om een *produktcertificaat*, maar om een *bedrijfscertificaat*. Produktcertificaten bestaan wel, maar dan alleen voor zeer complexe produkten en/of voor de veiligheid, zoals het KEMA-veiligheidskeur. Bij bedrijfs-certificatie wordt de beheersing van de voortbrengingsprocessen gecertificeerd. Het is met name voor Ontwerpers van belang te weten dat het *ontwerpproces* alleen *niet gecertificeerd* kan worden. Het is echter wel mogelijk:

- het produktieproces afzonderlijk of
- het ontwerpproces en het produktieproces,

te certificeren, zoals in Fig. 7.6 en 7.7 schematisch is aangegeven.



Figuur 7.6: *Certificatie van het produktieproces.*



Figuur 7.7: *Certificatie van het ontwerp- én het produktieproces.*

De certificatie geschiedt door certificatie-instellingen, die daartoe gemachtigd zijn door de Raad voor de Certificatie, en deze instellingen gebruiken daarvoor *Normen voor kwaliteitsborging*. De oudste normen waren de militaire normen onder de naam van de:

Allied Quality Assurance Publications (AQAP)

Daarnaast waren er de normen van het Nederlands Normalisatie Instituut de zogenaamde:

NEN 4600-serie

en nog vele andere civiele en militaire normen. Dit heeft geleid tot een oneigenlijk gebruik van de normen door extreem hoge eisen te stellen en zo bepaalde (eigen)industrieën te bevoordelen, en tot enorm hoge kosten, omdat iedere certificatie aanzienlijke kosten met zich meebrengt. De verschillen tussen de normen rechtvaardigden aparte certificaties niet of nauwelijks en er ontstond in het internationale verkeer een sterke behoefte aan één norm; deze is vastgelegd in:

de International Standard Organisation ISO-9000 serie.

Er zijn verschillende normen, waarvan de voornaamste hieronder zijn vermeld:

De algemene richtlijn:

- **ISO 9000**

Kwaliteitszorg en normen voor kwaliteitsborging. Richtlijnen voor de keuze en de toepassing.

De modellen voor de *kwaliteitsborging* bij de te onderscheiden fasen van het produktvoortbrengingsproces:

- **ISO 9001**

Kwaliteitssystemen. Model voor de kwaliteitsborging bij het ontwerpen/ontwikkelen, het vervaardigen, het installeren en de nazorg.

- **ISO 9002**

Kwaliteitssystemen. Model voor de kwaliteitsborging bij het vervaardigen en het installeren.

- **ISO 9003**

Kwaliteitssystemen. Model voor de kwaliteitsborging bij de eindkeuring en de beproeving.

De richtlijnen voor een kwaliteitssysteem:

- **ISO 9004** Kwaliteitszorg en de elementen van een kwaliteitssysteem-Richtlijnen.

7.6 Kwaliteitskosten en Taguchimethoden

7.6.1 Kwaliteitskosten

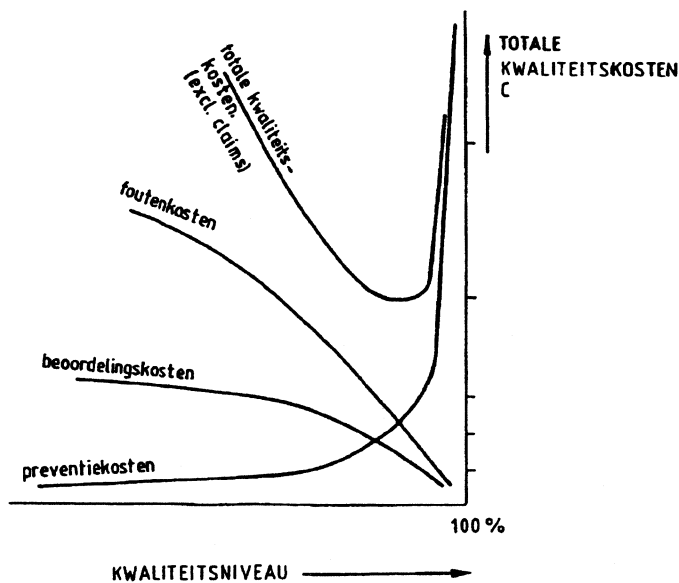
Het voortbrengen van produkten met de vereiste kwaliteit gaat gepaard met kosten, welke ook wel kwaliteitskosten worden genoemd.

De kwaliteitskosten zijn opgebouwd uit vier componenten en wel:

- de preventiekosten;
- de beoordelingskosten;
- de interne foutenkosten;
- de externe foutenkosten;

De *preventiekosten* bestaan o.a. uit de kosten voor een kwaliteitssysteem, opleidingen en de kwaliteitsdienst.

Iedere component van de kwaliteitskosten is (sterk) afhankelijk van het kwaliteitsniveau. De preventiekosten zullen meer dan evenredig stijgen bij een toenemend kwaliteitsniveau en juist het omgekeerde is het geval bij de beoordelings- en de foutenkosten, wat in Fig. 7.8 schematisch is aangegeven.



Figuur 7.8: *Relatie tussen kwaliteitsniveau en kwaliteitskosten.*

De totale kwaliteitskosten vertonen een minimum, zoals in Fig. 7.8 is aangegeven en in veel bedrijven ligt het kwaliteitsniveau eerder aan de te lage dan aan de te hoge kant t.o.v. het minimum. Het optimum verschuift nog naar een hogere kwaliteitsniveau als de produktaansprakelijkheidsclaims worden meegenomen.

7.6.2 De Taguchi-methode

De afwijking van een optimaal kwaliteitsniveau gaat met verliezen gepaard en volgens *de Taguchi-methode* kunnen deze verliezen worden gekwantificeerd door het uitvoeren van statistische proef-opzet [4].

De Taguchi-methode is gebaseerd op een vereenvoudigde manier van statistisch proef-opzetten, die daardoor in veel bedrijven met succes wordt toegepast. De *verliesfunctie (loss function)* wordt hierbij gebruikt, waarbij het verlies in geld als gevolg van de afwijking van een optimale produkteigenschap als functie van de produkt-eigenschap.

Verder wordt er grote aandacht besteed aan de beheersing van de spreiding in processen en hiervoor wordt de uitdrukking *signal-to-noise ratio* gebruikt.

7.7 Produktaansprakelijkheid

Produktaansprakelijkheid is een juridisch begrip waarvan de definitie eenvoudig, maar de juridische praktijk uiterst gecompliceerd is.

De definitie van *produktenaansprakelijkheid* is:

De aansprakelijkheid van een producent voor de schade welke is veroorzaakt door een gebrekkig produkt, dat door hem in het verkeer is gebracht.

Er dient onderscheid gemaakt te worden tussen contractuele aansprakelijkheid en produktaansprakelijkheid.

Bij *contractuele aansprakelijkheid*, zoals *garantie*, gaat het om een tussen partijen in een contract vastgelegde aansprakelijkheid bij het optreden van gebreken en de hieruit voortvloeiende schade. Dit ligt op het civielrechtelijk terrein.

Bij *produktaansprakelijkheid* gaat het om de schade dat een gebrekkig produkt bij een consument heeft aangericht en dit ligt veel meer in het publiekrechtelijke vlak. Er dient onderscheid gemaakt te worden tussen schade, die een consument oploopt en die hij op de producent wil verhalen, en de schade voor de producent, die zijn goede naam kan verliezen. Dit wordt in toenemende gevallen van belang, wat ook gebleken is bij de Perrier affaire waar, vanwege het detecteren van een minimale hoeveelheid aromatische koolwaterstoffen, vrijwel de gehele voorraad in de wereld is vernietigd! Vele produkten vertonen gebreken en hierdoor is veel schade door afnemers ondervonden. Het zou te verwachten zijn dat regelingen op dit gebied duidelijk waren en de jurisprudentie erop voldoende ontwikkeld zou zijn, maar niets is minder waar. Dit was tot 1 november 1990 het gevolg van een ontoereikend wetsartikel over de onrechtmatige daad, waarop de produktaansprakelijkheid was gebaseerd en anderzijds door de goede sociale voorzieningen.

In 1985 zijn er al EG-richtlijnen opgesteld die een verandering betekenen van *schuld-* naar *risico-aansprakelijkheid*. In maart 1990 is door de Tweede Kamer het wetsvoorstel aanvaard inzake de aansprakelijkheid van produkten met gebreken en in oktober 1990 door de Eerste Kamer. Hoewel Nederland al in 1988 de wetgeving overeenkomstig de EG-richtlijn had dienen aan te passen, heeft dit langer geduurd enerzijds vanwege de juridische complexiteit, anderzijds vanwege de grote belangen van het Nederlandse bedrijfsleven, terzake concurrentie en exportpositie (Europees en mondiaal).

7.7.1 Schuldaansprakelijkheid

Het Nederlandse recht op het gebied van de produktaansprakelijkheid was tot voor kort gebaseerd op *schuld-aansprakelijkheid*. Er moet een beroep gedaan worden op artikel 1401 van het Burgerlijk Wetboek dat handelt over de onrechtmatige daad. Dit artikel luidt:

"Elke onrechtmatige daad, waardoor aan een ander schade wordt toegebracht, stelt degene door wiens schuld die schade veroorzaakt is in de verplichting dezelve te vergoeden".

Het is voor de benadeelde uiterst moeilijk schadevergoeding te krijgen omdat de bewijsvoering aan zijn kant ligt. Hij of zij moet namelijk aantonen dat:

- er sprake is van *schade*;

- dat de producent *onrechtmatig*, ofte wel onzorgvuldig, *heeft gehandeld*;
- de schade het gevolg is van dit onrechtmatige handelen;
- het *onrechtmatige handelen* de producent kan worden verweten.

Het is uit het voorgaande begrijpelijk dat het voor de benadeelde erg moeilijk en kostbaar is te bewijzen dat de producent *schuldig* is en daardoor is deze vrijwel kansloos op schadevergoeding. De *schuldaansprakelijkheid* is voor de benadeelde erg ongunstig, maar het omgekeerde geldt voor de producent, doordat de verzekeringen vaak ongeacht de schuldvraag uitbetaalden. De sociale voorzieningen in Nederland zijn goed en dit gaf niet op grote schaal problemen. Dit in tegenstelling tot de USA waar fabrikanten op grond van produktaansprakelijkheid tot zeer hoge schadeclaims zijn en worden veroordeeld. Bij export naar de USA moet de exporteur dit zorgvuldig regelen met de importeur in een contract en in vele gevallen is een aansprakelijkheidsverzekering noodzakelijk!

7.7.2 Risico-aansprakelijkheid

Doordat de benadeelde moeilijk zijn schade- en smartegeld kan krijgen is er een verschuiving gaande naar *risico-aansprakelijkheid*. Deze risico-aansprakelijkheid behelst dat een producent van een produkt aansprakelijk is voor de schade die wordt veroorzaakt door een gebrek in zijn produkt zonder dat zijn schuld behoeft te worden bewezen (strict liability), hetgeen voorheen in principe wel het geval was (schuldaansprakelijkheid). Dit betekent dat een producent zonder meer aansprakelijk kan worden gesteld bij schade door een gebrek van zijn produkt. Er is een EEG-richtlijn uit 1985 waarin de nieuwe produktaansprakelijkheid, zoals hiervoor is aangegeven, en welke voor de voor de hele EG geldt, voorgesteld wordt. In Nederland zou uiterlijk op 30 juli 1988 een specifieke regeling voor de nieuwe produktaansprakelijkheid van kracht moeten zijn. Er zijn daartoe wetsvoorstellen voor een reeks artikelen, 1407a t/m 1407i van het Burgerlijk Wetboek bij de Tweede Kamer ingediend. Deze wetsvoorstellen zijn per 1 november 1990 van kracht geworden. De produktaansprakelijkheidswetgeving is veranderd en hierin is vooral het nieuwe artikel 1407a over de *produktaansprakelijkheid* in het Burgerlijk Wetboek van belang en dit luidt:

De producent is aansprakelijk voor de schade veroorzaakt door zijn produkt,.....

Dit artikel is veel directer dan artikel 1401 waar sprake is van een *onrechtmatige daad*, wat in dit artikel niet meer voorkomt. De benadeelde hoeft bij deze wetgeving alleen maar aan te tonen dat:

- het produkt een *gebrek* had;
- er *schade* geleden is;
- er een *oorzakelijk verband* is tussen het *gebrek* en de *schade*.

Het bovenstaande komt neer op een zogenaamde *strikte produktaansprakelijkheid* waarbij ontsnappingsmogelijkheden voor de producent zeer gering zijn. Er is echter wel een aantal beperkingen in de risicoaansprakelijkheid, die hierna behandeld worden.

De rechtspraak over produktaansprakelijkheidszaken liep al geruime tijd vooruit op de komende wetgeving, die in de andere EG-landen praktisch dezelfde zal zijn.

7.7.3 Produkt en gebrekkig produkt

Onder produkt wordt verstaan elke roerende zaak met uitzondering van primaire landbouwprodukten. Een produkt is gebrekkig indien het niet de veiligheid biedt die de consument daarvan kan verwachten, waarbij alle omstandigheden in aanmerking genomen worden zoals:

- de presentatie van het produkt;
- het redelijkerwijs te verwachten gebruik;
- het tijdstip waarop het produkt in het verkeer is gebracht.

7.7.4 Beperkte risico-aansprakelijkheid

De aansprakelijkheid van de producent geldt ondermeer *niet* indien:

- de producent kan bewijzen, dat hij het produkt *niet in het verkeer* heeft gebracht;
- het gebrek het gevolg is van de uitvoering en dus in overeenstemming is met dwingende *overheidsvoorschriften*;
- het voor de producent, gezien de *stand van de wetenschappelijke en technische kennis* op het tijdstip waarop hij het produkt in het verkeer bracht, onmogelijk was het bestaan van het gebrek te ontdekken;
- de *schade* aan goederen in de privé-sfeer *niet meer dan 500 ECU* (\pm f 1.250,-) bedraagt, dan geldt een franchise voor dat bedrag. Voor schade door dood of lichamelijk letsel is de aansprakelijkheid ongelimiteerd.
- er sprake is van *verjaring*, nader toegelicht in de volgende paragraaf

7.7.5 Verjaringstermijn

De vordering tot schadevergoeding verjaart na drie jaar. Deze termijn begint te lopen op de dag waarop de benadeelde de schade, het gebrek en de identiteit van de producent bekend is geworden. *Tien jaar nadat de producent* het produkt dat de schade heeft veroorzaakt *in het verkeer heeft gebracht*, vervalt het recht op schadevergoeding van de bejegende jegens de producent. De wet is niet van toepassing op produkten die in het verkeer zijn gebracht vóór de datum waarop de wet in werking treedt (1-1-'92).

7.7.6 Ontwikkelrisico's

Het is voor een ontwerper in een dienstverband van belang te weten dat het ontwikkelrisico een rol gaat spelen, omdat de stand van de techniek op het moment dat een produkt ontwikkeld werd van belang kan zijn bij de schuldvraag. Deze beperking is vooral voor de bijwerkingen van geneesmiddelen ingevoerd, omdat anders de ontwikkeling van geneesmiddelen te riskant zou worden vanwege de enorme risico's die een fabrikant gaat lopen. Een belangrijke onzekerheid is hoe de beperking van de produktaansprakelijkheid op grond van de stand van de wetenschap en de techniek mogelijk zal zijn. Hierover zal eerst jurisprudentie moeten komen.

Verder is bij het bekend worden van gebreken aan produkten van groot belang dat er goede "recall" procedures zijn waardoor bij consumenten met een gebrekkig produkt schade kan worden voorkomen. Een voorbeeld hiervan kan zijn dat als ontdekt wordt, dat bij een auto mankementen kunnen gaan optreden aan systemen, die kritiek zijn voor de veiligheid, alle bezitters van deze produkten met mogelijk optredende gebreken, opgeroepen worden om hun produkt te repareren.

7.7.7 Produktaansprakelijkheid en kwaliteitszorg

Bij de strikte produktaansprakelijkheid heeft kwaliteitszorg, gecertificeerd zijn en al het mogelijke hebben gedaan om gebreken te voorkomen, geen enkele invloed meer op de schuldvraag. Kwaliteitszorg is echter van groot belang bij het verkleinen van het risico en daarom meer dan vroeger een vereiste. Het zal ook bij de bepaling van de hoogte van de premies voor produktaansprakelijkheidsverzekeringen een grote rol gaan spelen. Voor innovaties is de nieuwe produktaansprakelijkheidswetgeving een extra uitdaging omdat alle aandacht aan het voorkomen van schade besteed moet worden.

Voor nadere informatie wordt verwezen naar de literatuur [6] t/m [8] en de juridische vakbladen.

7.8 Toeleverancier-afnemer relaties

Er is een sterke rolwijziging in de relatie *toeleverancier-afnemer* opgetreden of aan het optreden. Het was tot voor kort gebruikelijk dat veel bedrijven alle producten zelf ontwikkelden en deze bij toeleveranciers na scherpe onderhandelingen bestelden. Er werd daarbij vooral gebruik gemaakt van de onderlinge concurrentie tussen de toeleveranciers en in veel mindere mate van de leverancierskennis. Schijnbaar was dit goedkoper, maar in werkelijkheid kostte deze benadering meer geld omdat toegeleverde producten met de leverancierskennis vaak veel eenvoudiger ontworpen en gefabriceerd kunnen worden.

De huidige ontwikkelingen gaan in de richting van het gebruikmaken van de specifieke kennis van een toeleverancier, waardoor een "*co-makership*" en zelfs "*co-designship*" ontstaat. De relatie tussen de toeleverancier en de afnemer dient daartoe op wederzijds vertrouwen en afhankelijkheid gebaseerd te zijn. De afnemer zal daartoe in het algemeen slechts één "*approved supplier*" hebben en deze toeleverancier zal samen met de afnemer producten mede-ontwerpen en produceren en zijn specifieke kennis ook ter beschikking van de afnemer stellen. De afnemer dient daartoe wel in een vroegtijdig stadium van zijn ontwikkeling contact te hebben met de toeleverancier, wat wel "*early involvement*" wordt genoemd.

De onderlinge afhankelijkheid van de toeleverancier en de afnemer zijn echter wel aanzienlijk groter geworden. De toeleverancier werkt slechts voor een beperkt aantal grote opdrachtgevers en het wegvallen van een opdrachtgever betekent een aanzienlijk verlies van zijn opdrachten. De afnemer kan bij het leveren van producten van een onvoldoende kwaliteit niet of slechts op termijn uitwijken naar een andere toeleverancier. Het is voor een afnemer daarom van groot belang dat de toeleverancier een hoog kwaliteitsniveau heeft. De afnemer zal zich daarvan verzekeren door bij voorkeur toeleveranciers, die kunnen voldoen aan zijn kwaliteitseisen, te selecteren. Een aantal grote afnemers van componenten heeft zelfs een eigen kwaliteitscertificeringssysteem dat meestal strikter en specifiek is dan certificering volgens de ISO-9000 normen. Het voordeel voor de afnemer is dat de ingangscontrole hierdoor grotendeels of geheel kan vervallen.

Het schriftelijk vastleggen van afspraken over de kwaliteitseisen in de vorm van contracten wordt steeds meer gangbaar. Hierbij dient ook aangegeven te worden hoe objectief kan worden vastgesteld of aan de kwaliteitseisen is voldaan. Het niet schriftelijk vastleggen van eisen en afspraken kan bij produktaansprakelijkheidsclaims grote problemen veroorzaken.

Het bezitten van een hoog kennisniveau en gecertificeerd zijn is van uitermate groot belang vooral na de Europese eenwording in 1992.

7.9 Kwaliteitszorg in het ontwerpproces



Figuur 7.9: *Beoordeling van een ontwerp tijdens de ontwerpvrijgave.*

Belangrijke aspecten van de kwaliteitszorg in het ontwerpproces zijn:

- ontwerpwijzigingen
- ontwerpvrijgave

7.10 Organisaties op het gebied van kwaliteitszorg

KDI	Kwaliteitsdienst voor de Industrie, Rotterdam
KINT	Nederlandse Vereniging voor Kwaliteitstoezicht, Inspectie en Niet-destructief onderzoek
NIVE	Nederlands Vereniging voor Management
NNI	Nederlands Normalisatie Instituut, Delft
NVvK	Nederlands Vereniging voor Kwaliteitskunde
NVK	Nederlandse Vereniging voor Kwaliteitszorg
NVBT	Nederlandse Vereniging voor Bedrijfszekerheidstechnologie
VVS	Vereniging voor Statistiek Ministerie van Economische Zaken

7.11 Definities en begrippen

Kwaliteit

Het geheel van eigenschappen en kenmerken van een produkt of dienst dat van belang is voor het voldoen aan vastgelegde of vanzelfsprekende behoeften.

Kwaliteitsbeheersing

De operationele technieken en activiteiten die worden toegepast om aan kwaliteitseisen te voldoen.

Kwaliteitsbeleid

De doelstelling van een organisatie ten aanzien van kwaliteit, alsmede de wegen en de middelen daartoe, zoals deze formeel tot uitdrukking komen in een verklaring van de directie.

Kwaliteitsborging

Het geheel van alle geplande en systematische acties nodig om in voldoende mate het vertrouwen te geven dat een produkt of dienst voldoet aan de gestelde kwaliteitseisen.

Kwaliteitshandboek

Een document dat een uiteenzetting geeft van het algemene kwaliteitsbeleid, -procedure en -uitvoering van een organisatie.

Kwaliteitskenmerk

Elke eigenschap van een produkt, die tot de kwaliteit ervan bijdraagt.

Kwaliteitssysteem

De organisatiestructuur, verantwoordelijkheden, procedures, processen en voorzieningen voor het ten uitvoer brengen van de kwaliteitszorg.

Kwaliteitszorg

Dat aspect van de totale management-functie dat het kwaliteitsbeleid bepaalt en ten uitvoer brengt.

Ontwerpkwaliteit

De mate waarin het ontwerp voldoet, enerzijds aan de produktiemogelijkheden en anderzijds aan het p.v.e. voor een bepaald produkt.

Produktkwaliteit

Het geheel van eigenschappen en kenmerken van een produkt dat van belang is voor het voldoen aan vastgelegde of vanzelfsprekende behoeften.

Programmakwaliteit

De mate waarin het programma van eisen (p.v.e.) overeenkomt met de doelspecificatie, die vanuit het marktonderzoek is opgesteld.

Fabricagekwaliteit

De mate waarin bij de fabricage het produkt overeenstemt met het ontwerp.

Produktaansprakelijkheid

De aansprakelijkheid van een producent voor de schade welke is veroorzaakt door een gebrekkig produkt, dat door hem in het verkeer werd gebracht.

Bibliografie

- [1] Blauw, J.N., Op weg naar kwaliteit-Integrale kwaliteitszorg als innovatie, Academisch Boeken Centrum, De Lier 1988.
- [2] Naber, J., Kwaliteitsborging, Materiaalbewerking, Jrg. 48, no 14 augustus 1982.
- [3] Handboek Kwaliteitsbeleid, ed. B Veen, Kluwer, Deventer 1984 hoofdstuk 3.8 Kwaliteitszorg in het ontwerpproces door J.G. Maas en J.J.G. Bollen.
- [4] Produktaansprakelijkheid; betalen bij falen?, Uitgave TNR Groep Rotterdam, juni 1988.
- [5] Punt, H.G., Produktaansprakelijkheid, Kluwer, Deventer 1988.
- [6] Snijders, G.M., Produktveiligheid en aansprakelijkheid, Kluwer, Deventer 1987.
- [7] Berk, C.J.G. van den, Wet produktaansprakelijkheid belangrijk voor producent, De Ingenieur, nr. 11, 1989.
- [8] Taguchi, Introduction to quality engineering, Asian Productivity Organization, Tokyo 1986.
- [9] Maas, J.G.V. en J.J.G. Bollen, Kwaliteit bij ontwikkeling en ontwerp, Kluwer, Deventer 1992.

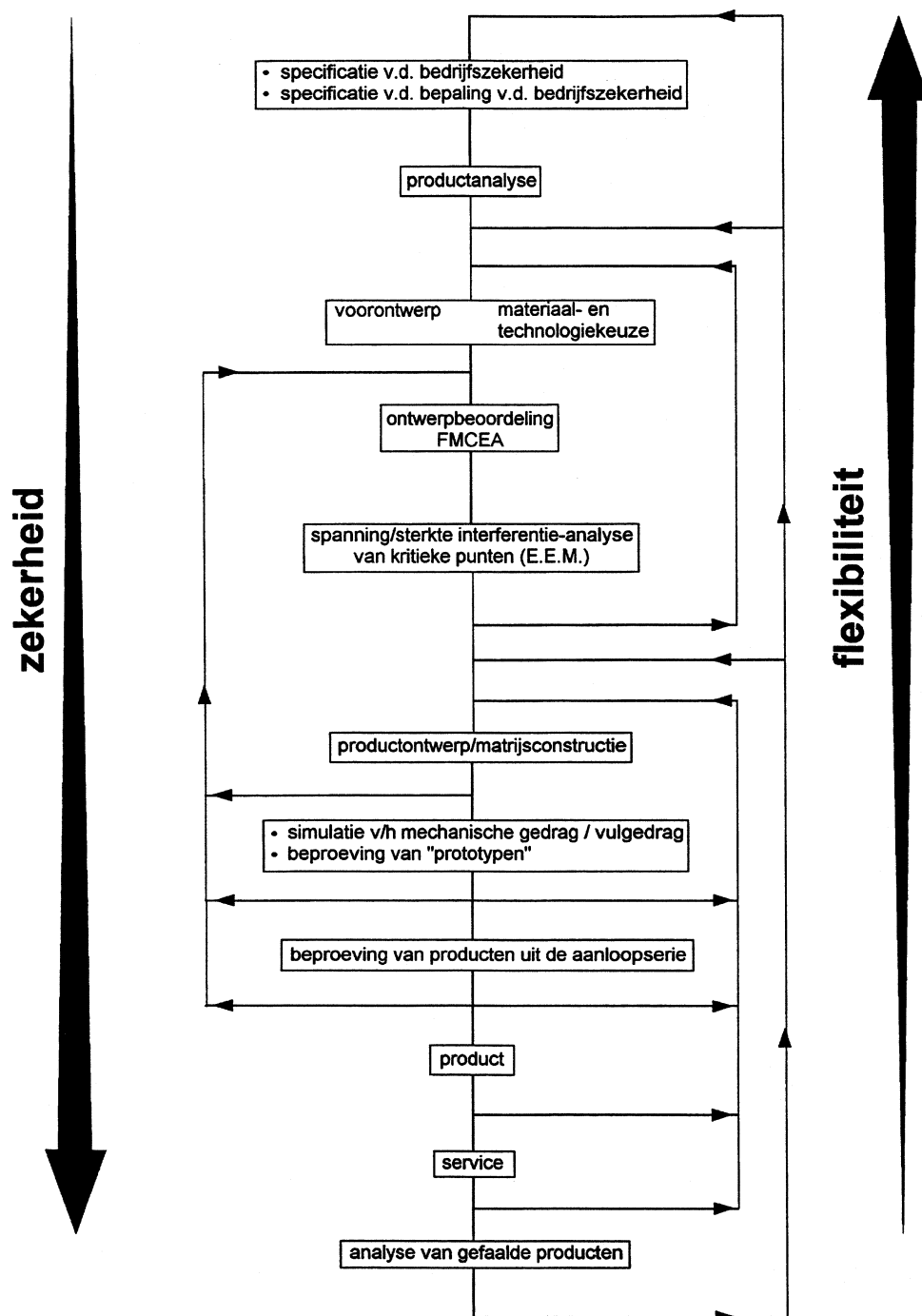
Hoofdstuk 8

Bedrijfszekerheidsanalyses

8.1 Inleiding

In het ontwerpstadium is het noodzakelijk om op een systematische wijze de mogelijkheden en kansen op falen van een produkt te analyseren. Het is vrijwel ondoenlijk om elk produktdetail uitvoerig door te rekenen en/of prototypen ervan te beproeven. Verder is het in het voortontwerpstadium vaak al nodig om te beslissen of kritieke functies door afzonderlijk van elkaar werkende deelsystemen moeten worden uitgeoefend. Het analyseren van ontwerpen moet m.b.v. deskundigen, die niet direct bij het ontwerp zijn betrokken, samen met de ontwerper worden uitgevoerd. Het mogelijk falen van zijn produkt ligt voor een ontwerper zo gevoelig, dat zij of hij niet objectief een eigen produktontwerp op falen kan analyseren. Bij het samenstellen van het team, dat de bedrijfszekerheidsanalyses gaat uitvoeren, moet ook met deze emotionele aspecten rekening worden gehouden. In Fig. 8.1 is aangegeven waar in het voortbrengingsproces deze analyses moeten worden uitgevoerd.

In Fig. 8.1 is aangegeven dat naarmate het voortbrengingsproces voortschrijdt de mate van zekerheid over het faalgedrag van een produkt toeneemt. Er is in dezelfde afbeelding ook aangegeven dat de flexibiliteit, ofte wel de mogelijkheid tot produktwijzigingen, afneemt. Het is daarom van groot belang in het voortbrengingsproces een goede informatie terugkoppeling aan te brengen. Daarnaast kan door het uitvoeren van beoordelingen en analyses de kans op het falen van de ontworpen produkten verkleind worden. Een goed hulpmiddel hierbij is de ontwerpbeoordeling waarbij in een aantal bijeenkomsten een aantal vragen over het ontwerp door anderen dan de ontwerper over het ontwerp worden gesteld. De *ontwerpbeoordeling* (Design Review) wordt eerst toegelicht en daarna wordt de *Failure Mode and Effect Analysis* (FMEA) behandeld. In deze analyses moeten naast het produktontwerp ook de materiaalselectie, het fabricage en het bedrijfsproces worden geanalyseerd. Het resultaat van deze analyse is een lijst met punten van onderdelen en aspecten, die kritiek zijn t.a.v. de bedrijfszekerheid. De onderdelen en aspecten worden nader geanalyseerd en daarna wordt beslist welke acties er ondernomen moeten worden om de kans op falen beneden het gestelde niveau te brengen.



Figuur 8.1: Analyses en terugkoppelingen in het proces van ontwerpen op bedrijfszekerheid.

8.2 Definities in de bedrijfszekerheidsanalyses

a. Bedrijfszekerheid (Reliability)

De kans dat een produkt gedurende een bepaalde tijd en onder gegeven omstandigheden zijn functie vervult, oftewel niet faalt.

b. Falen

Het niet meer voldoen aan de gespecificeerde eisen en/of het bezwijken van een produkt.

c. Faalvorm

De vorm waarin het falen zichtbaar en/of merkbaar is; zoals breuk, ontoelaatbare vervorming en slijtage, vastlopen van lagers.

d. Faaloorzaak

De directe oorzaak van het falen van een produkt zoals overbelasting, aanwezigheid van spanningsconcentraties en verkeerd uitgevoerde bewerkingen.

e. Faalmechanisme

Het proces, dat tot een vorm van falen kan leiden, zoals vermoeiing, slijtage, corrosie.

Een verkeerd gebruik van deze begrippen is erg verwarrend, omdat dan oorzaak en gevolg verwisseld worden.

8.3 Faalvormen, faaloorzaken en faalmechanismen

Er worden hier een aantal faalvormen, faalmechanismen en faaloorzaken vermeld, waarmee vooral bij het ontwerpen van kunststofprodukten rekening moet worden gehouden.

8.3.1 Faalvormen

Enige veel voorkomende faalvormen bij kunststofprodukten zijn:

- breuk
- crazing
- ontoelaatbare vervorming
- scheurvorming
- stress whitening

8.3.2 Faaloorzaken

Enige veel voorkomende faaloorzaken bij produkten uit kunststof zijn:

- te kleine afrondingen, waardoor hoge *spanningsconcentraties* ontstaan en vooral bij kerfgevoelige materialen leidt dit vaak tot falen;
- te lage massa- en/of matrijstemperaturen waardoor een materiaal met een te lage sterkte wordt verkregen;
- het voorkomen van vloeinaden op hoogbelaste plaatsen in een produkt;
- te hoog belaste contactvlakken van nokken, tandwielen en lagers;
- *hoogbelaste contactzones* bij nokken en tandwielen, waardoor hoge contactspanningen ontstaan;
- overschrijden van de *maximale pv waarde* bij lagers;

8.3.3 Faalmechanismen

Enkele veel voorkomende *faalmechanismen* voor kunststoffen zijn:

- *kruip*, waardoor de vervorming in de tijd toe kan nemen tot onacceptabele waarden of zelfs tot breuk;
- *spanningsrelaxatie*, waardoor klemkrachten ontoelaatbaar laag kunnen worden;
- *slijtage*, waardoor bij niet goed gekozen materiaalcombinaties ontoelaatbare slijtage optreedt;
- *veroudering*, waardoor een verbrossing v.d. kunststof ontstaan en vooral de kerfgevoeligheid toeneemt;
- *vermoeiing*, waardoor bij spanningsamplituden lager dan de treksterkte op den duur breuk kan optreden;
- *chemische aantasting*, welke bij kunststoffen moeilijk te voorspellen is door toevoegingen aan de kunststof en de chemische stof waarmee de kunststof contact heeft.

8.4 Het specificeren van de bedrijfszekerheid

Het specificeren van de bedrijfszekerheid gaat ver uit boven het vermelden, dat een produkt goed moet zijn en dus niet kapot mag gaan. Er moet bij het specificeren van de bedrijfszekerheid tenminste het onderstaande worden opgegeven:

- de *getalswaarde* voor de bedrijfszekerheid;
- de *periode*, waarvoor dit geldt;
- de *omstandigheden*, waaronder het produkt moet functioneren;
- de *beproevingmethode*, waarmee de bedrijfszekerheid kan worden bepaald.

Bij duurzame gebruiksgoederen wordt vaak nog onderscheid gemaakt tussen:

- de *garantieperiode*;
- een *periode na de garantie*, waarin de beschikbaarheid voor de gebruiker acceptabel moet blijven.

Het opgeven van een bruikbare bedrijfszekerheidswaarde is moeilijk vooral als vergelijkingsmateriaal ontbreekt. Een rationele benadering is om naast de kans op falen ook het gevolg van het falen te beschouwen. Bij grote industriële installaties kan het gevolg van falen in personele en de materiële schade erg groot zijn en daar moet de bedrijfszekerheid dan erg hoog zijn. Soms spelen echter ook emotionele aspecten een grote rol, zoals bij het accepteren van een ongeluk in een kerncentrale. Bovendien is de individuele beïnvloedingsmogelijkheid van belang, wat bij het accepteren van een verkeersongeluk in het algemeen hoger ligt dan bij een vliegtuigongeluk.

Voor bestaande produkten moet de vereiste bedrijfszekerheid worden afgeleid uit de uitvalgegevens van deze produkten en de acceptatie van het niet beschikbaar zijn van deze produkten door de gebruikers ervan. Dit vereist een uitgebreide analyse van uitvalgegevens en ook van de tevredenheid van de gebruikers met het beschikbaar zijn van bepaalde produkten.

Voor duurzame gebruiksgoederen wordt een deel van de produkten soms na de garantieperiode gevolgd. Dit vereist een speciale groep in een organisatie en deze groep moet zorgdragen voor de *terugkoppeling van de uitvalgegevens naar de ontwerpafdeling*.

8.5 Produktanalyse

Produktanalyse is het zorgvuldig analyseren van de constructie en de uitvoering van verwante produkten om daarmee het inzicht in de ontwerptechnische mogelijkheden te vergroten.

Het is verstandig dat ontwerpers, voordat zij aan het ontwerp van een nieuw produkt beginnen soortgelijke produkten zorgvuldig analyseren. Het doel hiervan is het inzicht in de ontwerptechnische mogelijkheden van hun ontwerp te vergroten. Deze analyse vergt weliswaar enige tijd, maar deze kan ruimschoots worden terugverdiend door gebruik te maken van wat anderen al hebben gedaan.

De volgende aspecten krijgen hierbij de speciale aandacht:

- werking en/of gebruiksdoel;
- constructie;
- materiaalselectie;
- economisch materiaalgebruik;
- fabricagemethoden;
- toegepaste bevestigings- en verbindingstechnieken;
- montage- en demontagetechneken;
- oppervlaktebehandelingen;
- bedrijfszekerheid;

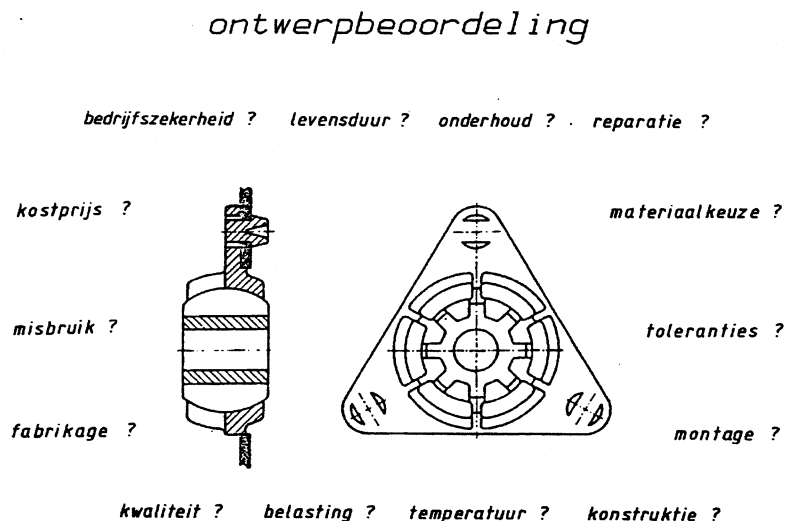
Het komt slechts zelden voor dat een geheel nieuw produkt moet worden ontworpen en daarom moet de ontwerper het "heruitvinden van het wiel" zoveel mogelijk vermijden en juist zo weinig mogelijk toegeven aan het "not invented here" complex.

8.6 De ontwerpbeoordeling (Design Review)

Fouten in een produkt worden erg vaak in een te laat stadium ontdekt. De mogelijkheden tot constructie- en/of fabricagewijzigingen zijn dan meestal sterk beperkt. Een algemene procedure waarmee in een vroegtijdig stadium ontwerpfouten en fabricageproblemen voor een deel kunnen worden voorkomen is de ontwerpbeoordeling.

Een Ontwerpbeoordeling is een formele en systematische beoordeling van een ontwerp op een aantal aspecten, waaronder de bedrijfszekerheid door deskundigen, die niet direct bij het ontwerp zijn betrokken.

De aspecten, waarop een ontwerp kan worden beoordeeld kunnen velerlei zijn, zoals in Fig. 8.2 is aangegeven; hier wordt alleen ingegaan op het bedrijfszekerheidsaspect. De ontwerpbeoordeling wordt uitgevoerd door een team van deskundigen samen met de ontwerper, waarbij het erg belangrijk is dat er goede afspraken worden gemaakt over de gang van zaken. Een aantal aanwijzingen voor het goed uitvoeren van deze beoordeling is:



Figuur 8.2: Aspecten bij een ontwerpbeoordeling van een kunststoflager in een bevestigingsplaat.

- formuleer het doel van de Ontwerpbeoordeling en geef aan waar dit in de totale kwaliteitszorg past;
- zorg ervoor dat de leiding achter de Ontwerpbeoordeling staat;
- zorg dat de procedures bij de ontwerpbeoordeling in het Kwaliteitsbeleidshandboek van het bedrijf zijn beschreven;
- kies de deelnemers van het team van beoordelaars zorgvuldig;
- spreek een aantal beoordelingen van te voren af;
- leg afspraken en verbeteringsvoorstellen schriftelijk vast; en
- maak een eindrapportage i.v.m. toekomstige ontwerpen.

Bij het beoordelen van een ontwerp op bedrijfszekerheid zijn deskundigen op de onderstaande gebieden nodig:

- ontwerpen, materiaalkunde, fabricage en applicatie;
- bedrijfszekerheid en kwaliteitszorg.

Het tijdstip van de eerste Ontwerpbeoordeling moet zodanig worden gekozen, dat de details zijn uitgewerkt, maar dat er nog geen investeringen in gereedschappen en matrijzen zijn gedaan. Produktiemiddelen zijn erg duur, hebben vaak lange levertijden en zijn slechts tegen hoge kosten marginaal te wijzigen.

Enige richtprijzen van kunststofmatrijzen zijn:

eenvoudige open-dichtmatrijs	$\pm f20.000,-$
matrijs met zijtrekkers	$\pm f50.000,-$
gecompliceerde matrijs	$f500.000,-$ tot $f2.000.000,-$

Dit zijn slechts globale indicaties van de prijzen, maar deze geven wel aan dat produktiemiddelen meestal erg kostbaar zijn.

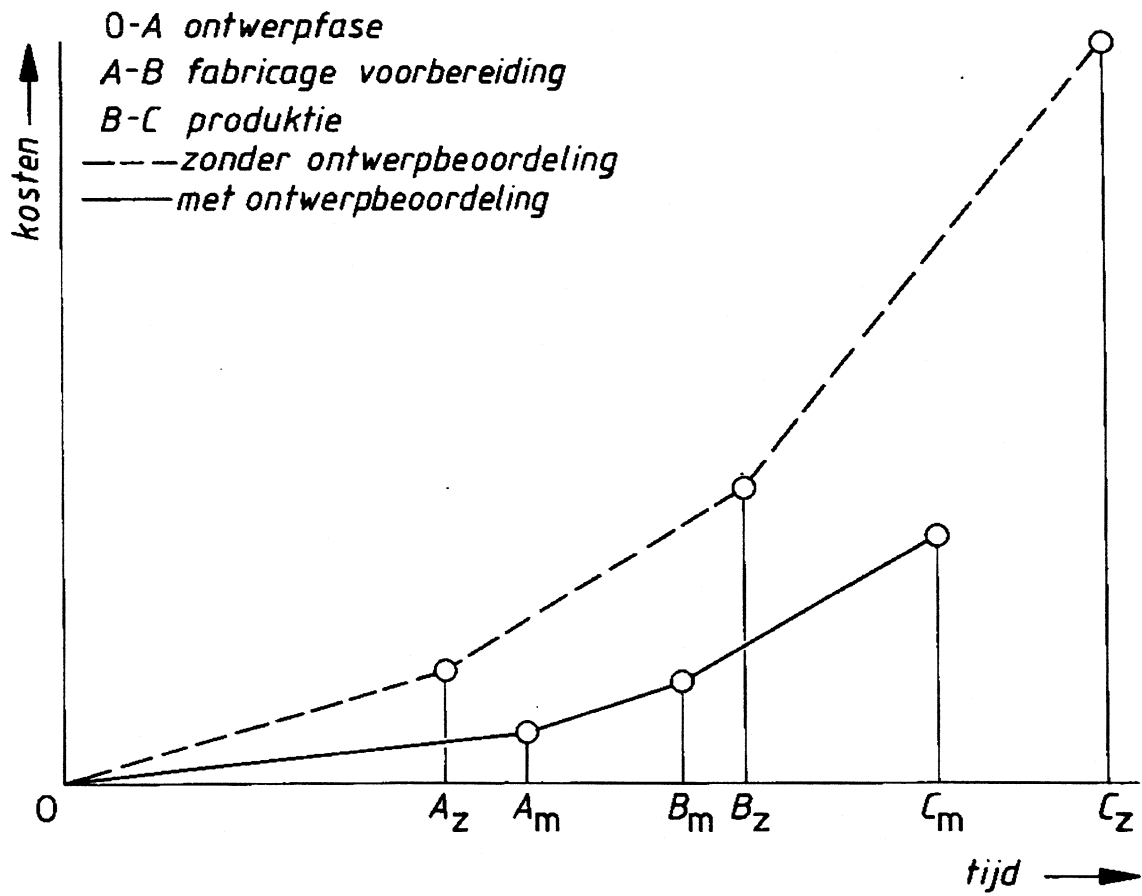
Het wijzigen van produktiemiddelen is erg moeilijk en kostbaar, en geeft bijna altijd vertraging in de productieplannen. Eenvoudige matrijswijzigingen kosten al snel $f20.000,-$ tot $f40.000,-$ en nemen vaak enige weken in beslag. Deze wijzigingen kunnen in het algemeen maar beperkt van aard zijn en daardoor kan de uiteindelijke bedrijfszekerheid marginaal blijven.

In het ontwerpstadium moet daarom grote aandacht aan de bedrijfszekerheid van het produktontwerp worden geschonken. Dit kost iets meer aanvankelijke ontwikkeltijd, maar dit wordt later ruimschoots terugverdiend door minder produktwijzigingen, zoals in Fig. 8.3 is geïllustreerd.

Het organiseren van *ontwerpbeoordelingen* is niet eenvoudig en daarom zijn enige richtlijnen voor het verloop tijdens een beoordeling:

- De bedrijfszekerheidsspecificaties, waaraan een produkt moet voldoen, worden bekend gemaakt;
- de beoordelingsprioriteiten worden vastgesteld;
- het ontwerp wordt doorgenomen, waarbij gebruik wordt gemaakt van beproevingsresultaten van bestaande produkten en/of prototypen;
- de resultaten van bedrijfzekerheidsanalyses, zoals de FMEA en de Foutenboomanalyse (FTA) worden doorgenomen;
- actiepunten voor het verbeteren van verdachte constructiedetails worden afgesproken; en
- een vervolgbeoordeling wordt vastgelegd.

De Ontwerpbeoordeling is een onderdeel van een totale kwaliteitszorg en een noodzakelijke voorwaarde voor het effectief kunnen uitvoeren van bedrijfszekerheidsanalyses. In veel bedrijven ontbreken Ontwerpbeoordelingen echter in het Kwaliteitsbeleidshandboek en worden daardoor niet of onvolledig uitgevoerd.



Figuur 8.3: Kosten en tijden met en zonder ontwerpbeoordeling.

8.7 Failure Mode and Effect Analysis (FMEA)

De *Failure Mode and Effect Analysis* is gedefinieerd als:

Een analyse waarbij voor iedere faalvorm (failure mode) van een onderdeel in een (deel)systeem wordt nagegaan wat het falen ervan voor effect heeft op het functioneren van dit (deel)systeem.

Er wordt daartoe op het onderdelenniveau begonnen, waarbij steeds de volgende vragen worden gesteld:

- welke *functie* moet het (deel)systeem vervullen?
- hoe is de *werking* van het (deel)systeem?
- in welke *vormen* kan een onderdeel *falen*?
- wat gebeurt er indien het faalt?

Het *resultaat* van deze analyse is een *lijst met kritieke punten*, waarin staat aangegeven wat er moet worden gedaan om de kans op falen van de desbetreffende onderdelen te verminderen. In de angelsaksische literatuur wordt dit de lijst met "critical items" genoemd. De FMEA is geen kwantitatieve analyse, maar een steun bij het systematisch evalueren van een ontwerp. De analyse werkt vanaf het onderdelenniveau naar het systeemniveau en wordt daarom ook wel een "bottum up" procedure genoemd. De analyse kan pas worden uitgevoerd op het moment dat het systeem tot op het onderdelenniveau is gedetailleerd. De analyse vereist inzicht in:

- de werking van een constructie, en
- de mogelijke faalvormen en faalmechanismen.

De werking van een gecompliceerde constructie moet door de ontwerper verduidelijkt worden. Het is moeilijk om de constructie van complexe producten uit technische tekeningen te begrijpen en daarom zijn schetsen of exploded views soms noodzakelijk om de constructie aan anderen duidelijk te maken. Het gebruik van CAD kan nuttig zijn bij het vervaardigen van perspectief tekeningen om de constructie aan anderen duidelijk te maken.

De FMEA wordt uitgevoerd door gebruik te maken van bladen met een aantal kolommen. Een blad kan er als onderstaand uitzien.

Onderdeel	Faalvorm	Faaloorzaak	Faalmechanisme	Effect op het systeem
koppelstuk	breuk	te kleine afronding	vermoeiing	onbruikbaar

Deze bladen kunnen nog aangevuld worden met kolommen voor kansen op falen en te nemen acties.

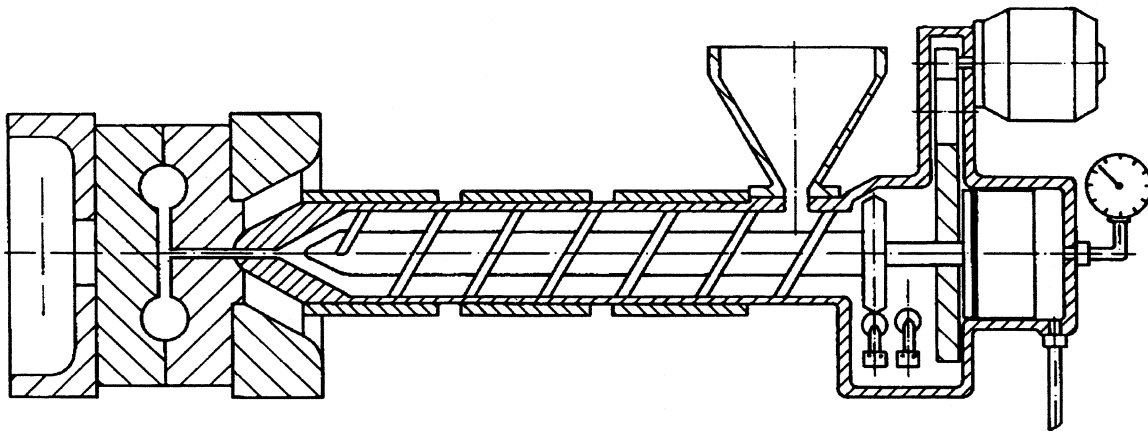
Een FMEA moet worden gezien als een discussiestuk en moet ook enige malen in de ontwikkelingsfase van een constructie worden uitgevoerd. Het is niet nodig de analyse zelf in getypte vorm in rapporten vast te leggen, maar wel de lijsten van kritieke punten.

De FMEA voor ontwerpen wordt steeds meer als onderdeel van de kwaliteitszorg in het ontwerpproces, gemaakt en ook voor be- en verwerkingsprocessen. Voor in massa vervaardigde producten zijn het ontwerp en de produktietechnologie nauw verbonden zodat ook een FMEA

voor het productieproces moet worden uitgevoerd. De FMEA voor het productieproces zou de volgende aspecten kunnen beschouwen:

Procesparameter	Afwijking	Oorzaak	Mechanisme	Effect op het proces
-----------------	-----------	---------	------------	----------------------

Een dergelijke lijst voor het spuitgieten van een thermoplast zoals in Fig. 8.4 is getekend is in Tabel 8.1 gegeven.



Figuur 8.4: Schematische tekening van een spuitgietmachine.

Tabel 8.1: Deel van een FMEA voor een spuitgietproces

Procesparameter	Afwijking	Oorzaak	Mechanisme	Effect op het proces
Vochtigheid granulaat	te hoog	niet goed voor gedroogd	hydrolyse	gedegrademd materiaal

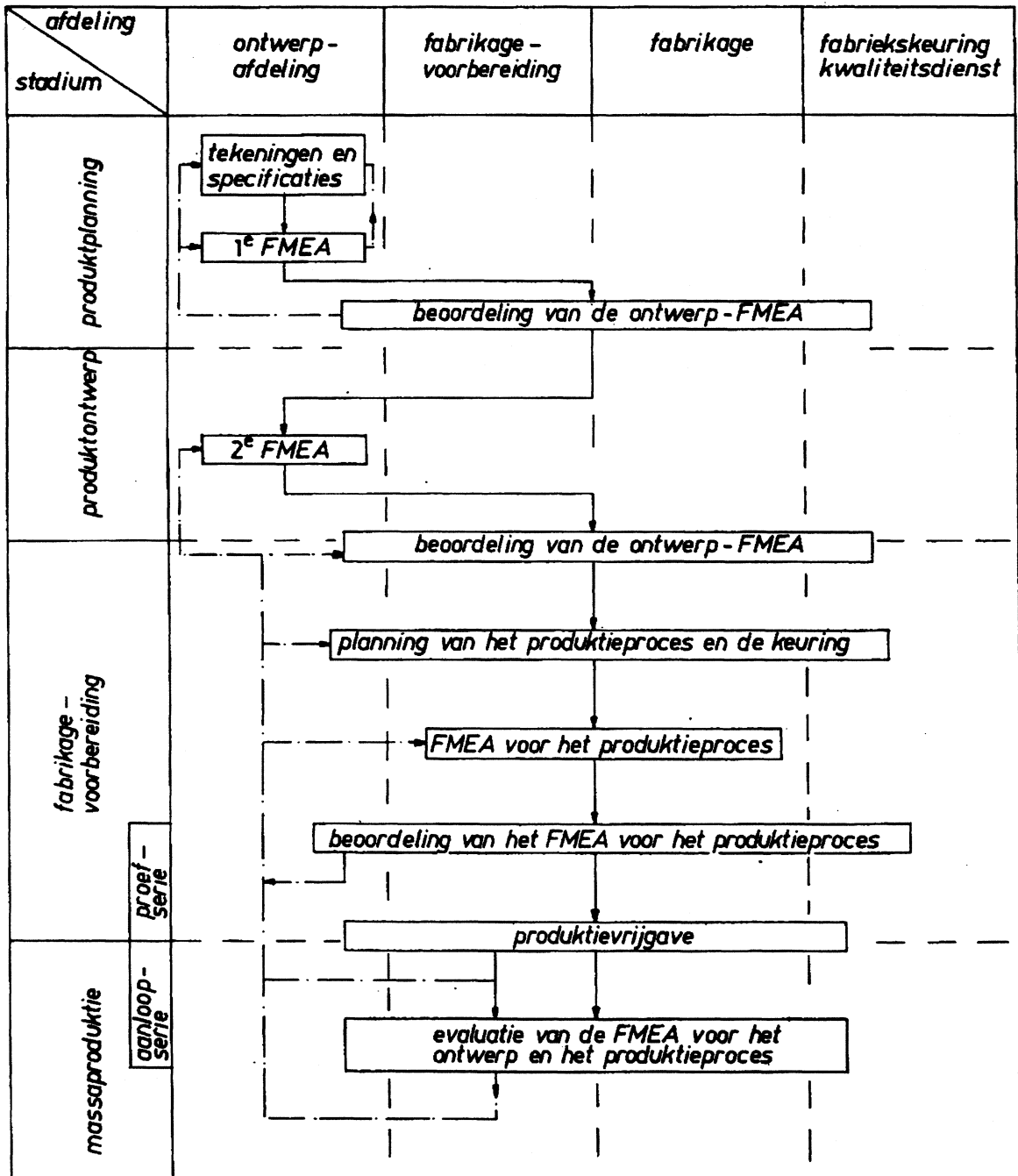
Een voorbeeld van het uitvoeren van FMEA's, vanaf het voorontwerpstadium totdat de constructie productierijp is, is te zien in Fig. 8.5.

De resultaten van de FMEA kunnen tijdens de Ontwerpbeoordelingen worden doorgenomen.

Nadelen van de FMEA zijn:

- de vereiste gedetailleerdheid van een ontwerp, en
- het moeilijke analyseren van het gelijktijdig falen van onderdelen.

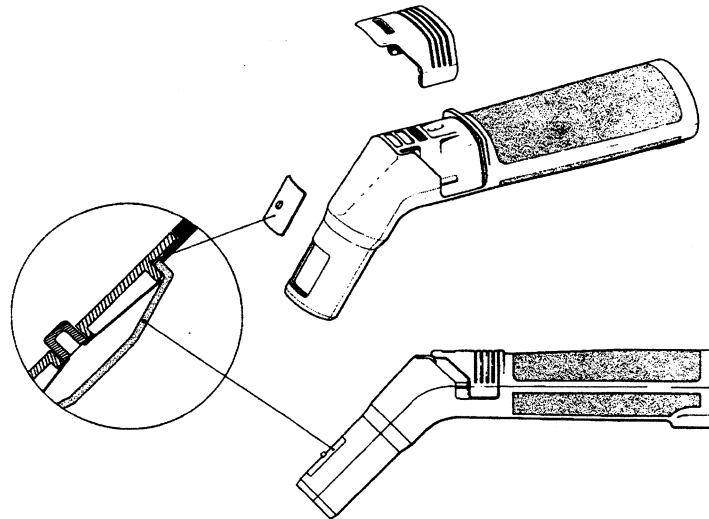
De zogenaamde Foutenboomanalyse (FTA), ondervangt deze nadelen gedeeltelijk.



Figuur 8.5: Uit te voeren FMEA's in het produktvoortbrengingsproces.

8.8 Voorbeeld van een FMEA aan een stofzuigerbochtstuk

Op een ontwerp van een stofzuigerbochtstuk zoals in Fig. 8.6. is getoond, is een FMEA uitgevoerd:



Figuur 8.6: *Stofzuigerbochtstuk met een detail van de stangbevestiging.*

Het definiëren van de functie

De functie van het bochtstuk is:

- het verbinden van de zuigstang en de stofzuigerslang;
- vastgrijppunt bij het verplaatsen van de zuigstang;
- regeling van de zuigkracht d.m.v. een schuifje.

Een lijst met faalvormen, faaloorzaken, faalmechanismen en effecten voor het bochtstuk is in Tabel 8.2 gegeven. Deze lijst is niet uitputtend, maar bevat de meeste faalvormen die in de praktijk kunnen voorkomen.

Lijst met kritieke punten

Uit de lijst met faalvormen, faaloorzaken, faalmechanismen en effecten op het produkt wordt een lijst met kritieke punten opgesteld. Deze lijst bevat de punten, die nader geanalyseerd moeten worden. Het opstellen van deze lijst vereist ervaring met dezelfde of soortgelijke produkten. In een ontwerpbeoordeling worden afspraken gemaakt over wie welke analyses onderneemt. Een lijst met kritieke punten is voor het stofzuiger bochtstuk in Tabel 8.3 gegeven.

De lijst is niet uitputtend en voor dit bochtstuk was het vrij eenvoudig om deze lijst te maken, omdat er al ervaring is met het falen van bochtstukken. Bij een nieuw ontwerp, vooral als dit van een nieuw produkt is, wordt het maken van een FMEA moeilijker, omdat dan alleen van ervaringen met soortgelijke constructies gebruik gemaakt kan worden.

Tabel 8.2: Lijst met faalvormen enz.

Onderdeel	Faalvorm	Faaloorzaak	Faalmechanisme	Effect op het systeem
stangbevestiging	breuk	te scherpe hoeken	vermoeiing	stangbevestiging onmogelijk
	loslaten inzetstuk	slechte lasverbinding	vermoeiing	stangbevestiging moeilijk
	breuk van de veer	te hoge spanningen	vermoeiing	geen goede borging van de slang
	ingedrukt blijven van de bevestigingsnippel	overbelasting & vuilophoping in het bevestigingshuis	plastische vervorming vervuiling	geen borging van de stang
voorkant bochtstuk	overmatige slijtage	zuigen met het bochtstuk	slijtage	stangbevestiging onvoldoende
valse luchtinlaat	breuk	te hoge spanningen	vermoeiing	bochtstuk onbruikbaar
schuifje	losschieten	onvoldoende borging	spanningsrelaxatie	onvoldoende zuigdruk voor normaal gebruik

Actiepunten

Het opstellen van een lijst met kritieke punten is op zich niet voldoende voor het verminderen van de kans op falen van een produkt. Er moet duidelijk worden afgesproken wie in welke afdeling verantwoordelijk is voor het uitvoeren van voorgestelde analyses.

Bij dit bochtstuk kunnen de onderstaande afspraken worden gemaakt:

- De groep in de ontwerpafdeling, die zich met spanningsanalyses bezighoudt, bepalen de spanningsconcentratiefactoren bij de stangbevestiging en de valse luchtinlaat. Er wordt ook gevraagd de weerstandsmomenten en de rekamplituden te berekenen en een uitspraak te doen over de toelaatbaarheid van deze rekken.
- Een instituut binnen het bedrijf wordt de opdracht gegeven het slijtagegedrag van het bochtstuk te bepalen voor verschillende kunststoffen en/of inzetstukken van kunststof of metaal.

Belangrijk bij het maken van de afspraken is, de tijd en het budget voor het onderzoek van te voren goed af te spreken. Onderzoeken lopen vaak uit en kosten daardoor soms een veelvoud van het van te voren aangegeven richtbedrag.

Tabel 8.3: Lijst met kritieke punten

Onderdeel	Voorgestelde analyse
stangbevestiging	Bepaling van de spanningsconcentratiefactor en de rekamplitude.
valse luchtinlaat	Bepaling van het weerstandsmoment van de doorsnede en de rekampl.
voorkant luchtinlaat	Slijtagegedrag van het bochtstuk bij zuigen zonder stang.

8.9 Het bepalen van risico's naar aanleiding van de FMEA

Na het uitvoeren van een FMEA kunnen voor de *kritieke punten* de risico's gekwantificeerd worden. Het risico is gedefinieerd als de *ernst* van het effect vermenigvuldigd met zowel de *kans op optreden* als de *kans op het ontdekken* van falen. Doordat zowel de ernst van het effect als de kansen orden van grootte kunnen verschillen worden ze genormaliseerd op een schaal van 1 tot 10, hetgeen gedaan is in tabellen 8.4 t/m 8.6 Het kwantificeren is hierdoor gereduceerd tot het rangschikken, en is daardoor eenvoudiger uit te voeren. Het schatten van de absolute waarden van het effect van de schade en de kansen op optreden is overigens uiterst moeilijk voor ontwerpers, maar het bepalen of het effect van falen of de kansen groter of kleiner worden is relatief eenvoudiger uit te voeren.

De bepaling van het risico wordt uitgevoerd door het toekennen van relatieve waarden voor:

- | | |
|---|----------------|
| - de ernst van het effect van falen | S(eriousness); |
| - de kans op het optreden van falen | O(ccurrence); |
| - de kans op het ontdekken van een fout voordat het produkt aan de klant geleverd wordt | D(iscovery); |

op een schaal van 1 tot 10. Door het vermenigvuldigen van de bepaalde waarden voor de Ernst(S), het Optreden(O) en het Ontdekken(D) wordt een waarde verkregen waarmee de grootte van de risico's kunnen worden gerangschikt. De uitdrukking voor het risico(R) is:

$$R = S \cdot O \cdot D$$

Bij de *ernst van het effect* (S) wordt er vanuit gegaan dat falen is opgetreden en dat deze uiteraard niet tijdig ontdekt wordt. De waarden van de ernst van de schade van 1 t/m 8 betekenen een toenemende mate van ergernis voor de gebruiker, zonder dat dit tot wettelijk ontoelaatbare gevolgen leidt. Bij waarden van 9 en 10 is de ernst van het effect zo groot dat dit tot volstrekt onaanvaardbare situaties leidt.

Bij het toekennen van de waarde voor de *kans op het optreden* (O) van falen wordt ervan uitgegaan dat het falen en de faaloorzaak niet ontdekt wordt voordat de gebruiker het falen ervaart.

Bij het toekennen van de waarde voor de *kans op het ontdekken* (D) van de fout voor levering van het produkt aan de klant wordt ervan uitgegaan, dat de oorzaak van de fout is opgetreden. De waarden van 1 tot 10 geven een **afnemende** kans op het ontdekken van de fout aan. Bij 1 wordt de fout vrijwel zeker ontdekt en bij 10 is de kans hierop uiterst klein.

Waarden voor S, O en/of D die groter zijn dan 8 verdienen bijzondere aandacht omdat zij betekenen dat bij:

- $S > 8$ een ontoelaatbaar gevaarlijke toestand van het systeem optreedt;
- $O > 8$ de kans op optreden van deze fout zeer groot wordt geacht;
- $D > 8$ een vrijwel niet te ontdekken fout kan optreden;

Aan de hand van de waarde van het risico (R) van een kritiek punt wordt de prioriteit ervan vastgesteld:

- $R = 1000$: hoge prioriteit;
 $R = 125$: gemiddelde prioriteit;
 $R = 1$: geen prioriteit.

De risico's (R) van alle kritieke punten uit een FMEA worden veelal bij elkaar in een diagram gezet. Een diagram geeft snel en duidelijk inzicht in de ernst van de kritieke punten van het produkt. Met dit inzicht kan men verder ontwerpen en verbeteringen aanbrengen die dit risico tot een aanvaardbaar niveau terugbrengen. Naar aanleiding van de FMEA en de bepaling van de risico's moeten actiepunten opgesteld en gepland worden.

Tabel 8.4: Relatieve waarden voor Seriousness voor het bepalen van risico's naar aanleiding van een FMEA.

Ernst van het effect van het falen	Effect voor de klant	S
Extreem ernstig effect van het falen	zeer gevaarlijk en tegen de wettelijke voorschriften	10
		9
Zeer ernstig effect van het falen	de beschikbaarheid van het produkt is onacceptabel laag	8
		7
Ernstige effect	grote ergernis bij de gebruiker	6
		5
Onbelangrijke effect	geringe ergernis	3
	gering effect	2
Nauwelijks waarneembaar effect	Onwaarschijnlijk dat falen het functioneren beïnvloedt	1

Tabel 8.5: Relatieve waarden voor Occurence voor het bepalen van risico's naar aanleiding van een FMEA.

Kans op het optreden van falen	Kansfactor	O
Vrijwel zeker	$< 5 \cdot 10^{-1}$	10
	$< 1 \cdot 10^{-1}$	9
Matig zeker	$< 5 \cdot 10^{-2}$	8
	$< 1 \cdot 10^{-2}$	7
Kleine kans	$5 \cdot 10^{-3}$	6
	$< 1 \cdot 10^{-3}$	5
Erg kleine kans	$< 5 \cdot 10^{-4}$	4
	$< 1 \cdot 10^{-4}$	3
Onwaarschijnlijk	$5 \cdot 10^{-5}$	2
	$< 1 \cdot 10^{-5}$	1

Tabel 8.6: Relatieve waarden voor Discovery voor het bepalen van risico's naar aanleiding van een FMEA.

Kans op het ontdekken van een fout	Kans in %	D
Onwaarschijnlijk dat het ontdekt wordt	$< 90\%$	10
	$\geq 90\% > 98\%$	9
Laag	$\geq 98\% > 99,7\%$	8
		7
Matig hoog	$\geq 99,7\% > 99,99\%$	6
		5
Zeer hoog		4
		3
		2
	$\geq 99,99\%$	1

Hoofdstuk 9

Levensduurbeproevingen

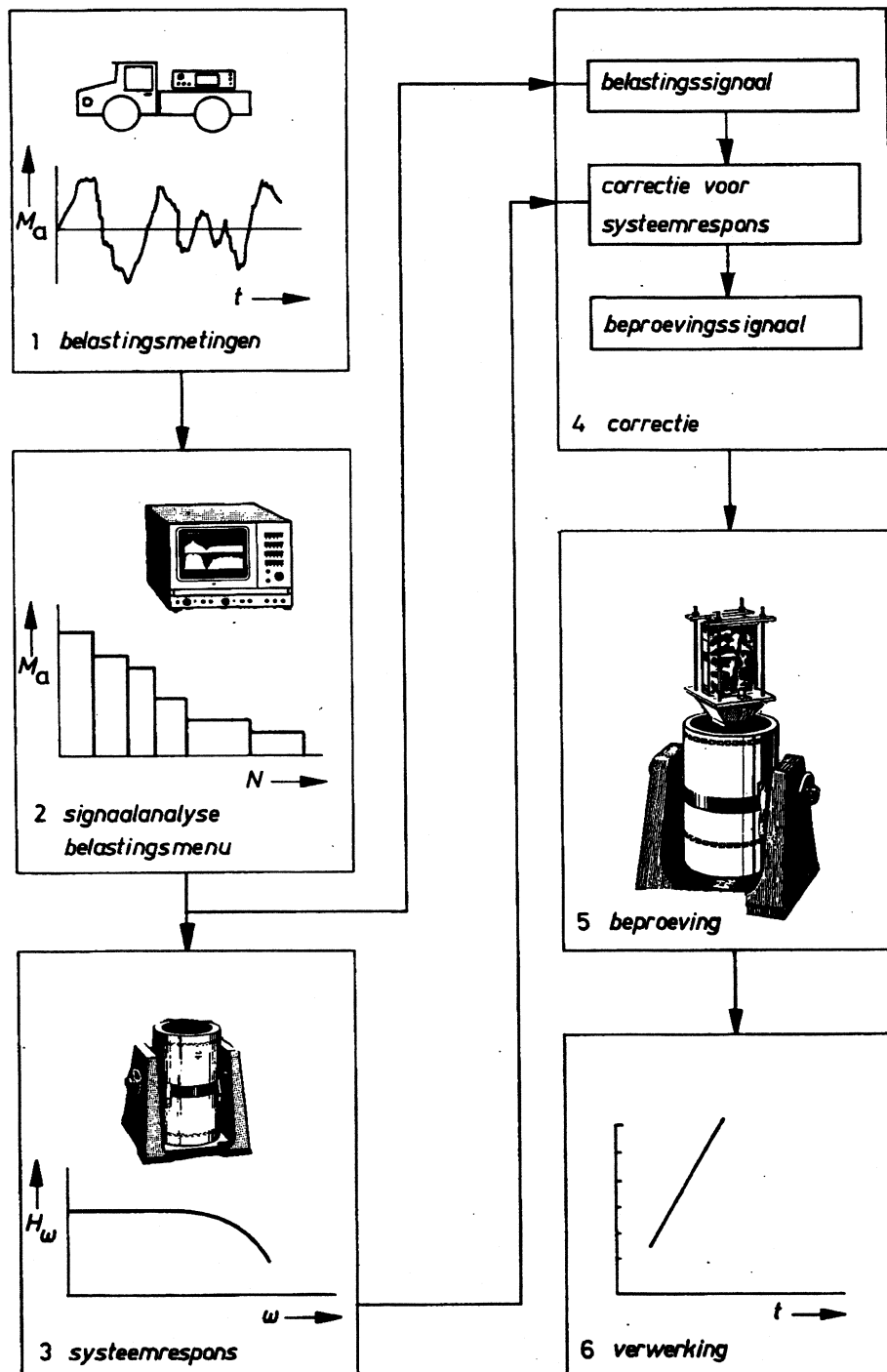
9.1 Inleiding

Producten worden vaak in een zo vroeg mogelijk stadium van het ontwikkelingsproces op levensduur beproefd. Het doel van deze beproeving is in een zo kort mogelijke tijd informatie te krijgen over het voldoen van een produkt aan de bedrijfszekerheidseisen. Het enige wat echter kan worden bepaald, is de tijd tot het optreden van defecten of het falen van een (deel van een) produkt. Dit moet dan vrijwel altijd in een veel kortere tijd dan de gebruiksduur van het produkt geschieden en uitgevoerd worden aan een prototype of een produkt uit de aanloopserie. Het al dan niet voldoen aan de bedrijfszekerheidseisen moet uit deze gegevens worden afgeleid. Bovendien zal het bij een beperkte steekproef uit statistisch oogpunt ook al niet mogelijk zijn om algemeen aanvaardbare uitspraken te doen. Wel krijgt de ontwerper door het beproeven van een aantal prototypen vroegtijdig inzicht in het faalgedrag van een produkt zodat hij ontwerpwijzigingen nog kan doorvoeren. Er wordt onderscheid gemaakt tussen twee soorten beproevingen:

- onder *gebruiksomstandigheden* (fieldtests);
- onder *laboratoriumomstandigheden*.

Bij beide soorten beproevingen zal er een programma moeten worden opgesteld dat alle praktijkomstandigheden zo goed mogelijk benadert. In Fig. 9.1 is schematisch aangegeven hoe dit voor de beproeving van een produkt dat in een vrachtauto moet worden vervoerd, kan worden uitgevoerd. Als *eerste stap* worden daartoe *belastingmetingen* onder diverse gebruiksomstandigheden uitgevoerd. Zijn de resultaten van deze metingen bekend, dan wordt daaruit een belastingspatroon samengesteld. Dit is een soort 'menu' dat bestaat uit een bepaalde keuze uit de belastingen onder een aantal geselecteerde gebruiksomstandigheden en dit is in Fig. 9.1 als *stap 2* aangegeven. Indien onder laboratoriumomstandigheden moet worden beproefd, moet worden beslist welke componenten of deelsystemen daarvoor in aanmerking komen. Beproeving van een deelsysteem in de werkelijke constructie is het beste, maar dit is vaak te kostbaar zowel qua beproevingsinstallatie als qua proefobject. Er moet als *derde stap*, echter wel eerst worden bepaald hoe de reactie van het proefstuk is bij verschillende frequenties in de beproevingsinstallatie, teneinde een zgn. responsfunctie van het proefstuk en de beproevingsinstallatie te verkrijgen. Dit is in Fig. 9.1 aangegeven als de derde stap. Als *vierde stap* wordt het beproevingssignaal voor de systeemrespons gecorrigeerd waardoor het gewenste signaal voor de beproevingsinstallatie wordt verkregen. De *vijfde stap* in dit schema is de beproeving van het produkt. Geschiedt de beproeving onder praktijkomstandigheden, dan zal moeten worden beslist onder welke. Deze omstandigheden moeten representatief zijn voor de gebruiksomstandigheden. Bij beide soorten van beproeving moet worden bepaald hoe detectie van falen moet geschieden. De resultaten van

de beproeving worden meestal op waarschijnlijkheidspapier verwerkt; dit is als de zesde stap aangeduid.



Figuur 9.1: *Beproevingprocedure voor producten, die belastingen t.g.v. transport, moeten kunnen weerstaan.*

9.2 Belastingssignalen en beproevingsmenu's.

De belastingen op produkten worden met behulp van opnemers bepaald. Het signaal van deze opnemers wordt in meetversterkers omgezet in een elektrisch signaal. Deze signalen worden dan vastgelegd op een magnetische band of in een digitaal geheugen. Na afloop van een belastingsbepaling worden deze signalen geanalyseerd. Het vaststellen van het beproevingsmenu, dat karakteristiek is voor de praktijkbelastingen van een populatie produkten, is voor een gedeelte arbitrair. Het maakt veel uit of van de meest zwaarst mogelijke of juist de lichtste belastingen wordt uitgegaan. Het vaststellen van een belastingsmenu is een beleidsbeslissing en deze beslissing heeft grote invloed op de duurzaamheid van de voort te brengen produkten.

9.3 Beproevinginstallaties

Een produkt wordt met behulp van een beproevingsinstallatie statisch of dynamisch belast. We beperken ons hier alleen tot installaties waarmee een dynamische belasting kan worden aangebracht. De meeste installaties hebben ook de mogelijkheid een statische belasting aan te brengen, wat nodig kan zijn voor het bepalen van de bezwijkbelasting.

Het is goed onderscheid te maken tussen:

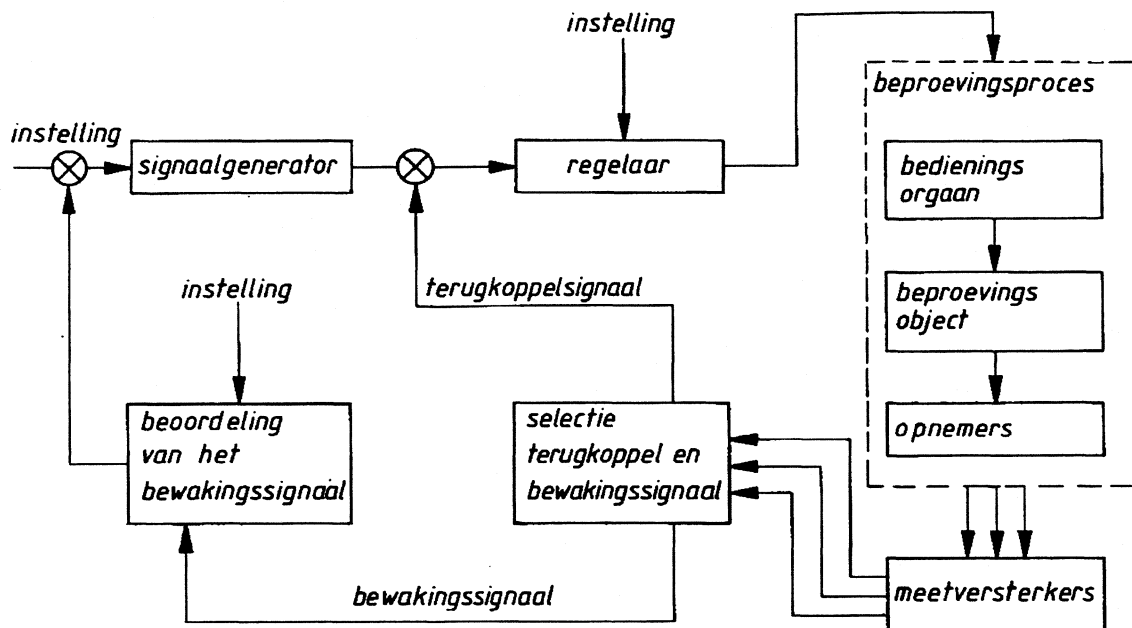
- opstellingen waarmee een speciaal produkt kan worden beproefd en die alleen voor dit produkt bruikbaar zijn; deze vindt men veel bij kwaliteitsdiensten;
- *specifieke beproevingsapparatuur* zoals hydraulische beproevingsinstallaties waarmee allerlei produkten kunnen worden beproefd en waarvan de vorm en de grootte van het belastingssignaal instelbaar zijn.

De opstellingen voor speciale produkten zijn vaak erg duur en slecht of helemaal niet bruikbaar voor andere produkten. Het duur zijn komt vooral door de hoge ontwikkel- en arbeidskosten. Het nadeel van deze opstellingen is ook dat de belastingsgrootte en de belastingsvorm moeilijk, of helemaal niet instelbaar zijn. Specifieke beproevingsapparatuur lijkt in aanschaf duur; de meest eenvoudige hydraulische beproevingsinstallatie kost al meer dan f 100.000,- maar daarvoor heeft men dan ook een betrouwbare beproevingsmogelijkheid. Het grote voordeel van deze apparatuur is dat er allerlei produkten mee kunnen worden beproefd. De belastingsamplitude kan zodanig worden ingesteld dat tot falen kan worden beproefd, en zo kan worden bepaald welke veiligheidsmarge een produkt heeft.

9.3.1 Specifieke beproevingsapparatuur

De specifieke beproevingsapparatuur heeft een regelaar waarmee het mogelijk is om te regelen op kracht, verplaatsing, rek of versnelling.

Tevens bestaat de mogelijkheid om de apparatuur op het overschrijden van een bepaalde grootte te bewaken. Dit is bijvoorbeeld noodzakelijk wanneer bij het regelen op kracht de verplaatsing bij het scheuren van de constructie ontoelaatbaar groot zou worden. In Fig. 9.2 is dit schematisch weergegeven en in Fig. 9.3 is een voorbeeld van een beproevingsinstallatie met een elektro-mechanische shaker gegeven. Produkten die een dynamische belasting ondergaan, worden vaak met behulp van een shaker beproefd. De beproevingsfrequentie kan eenvoudig worden gevarieerd waardoor de eigenfrequenties van de onderdelen in een produkt snel kunnen worden bepaald.



Figuur 9.2: Blokschema van een beproevingsinstallatie.

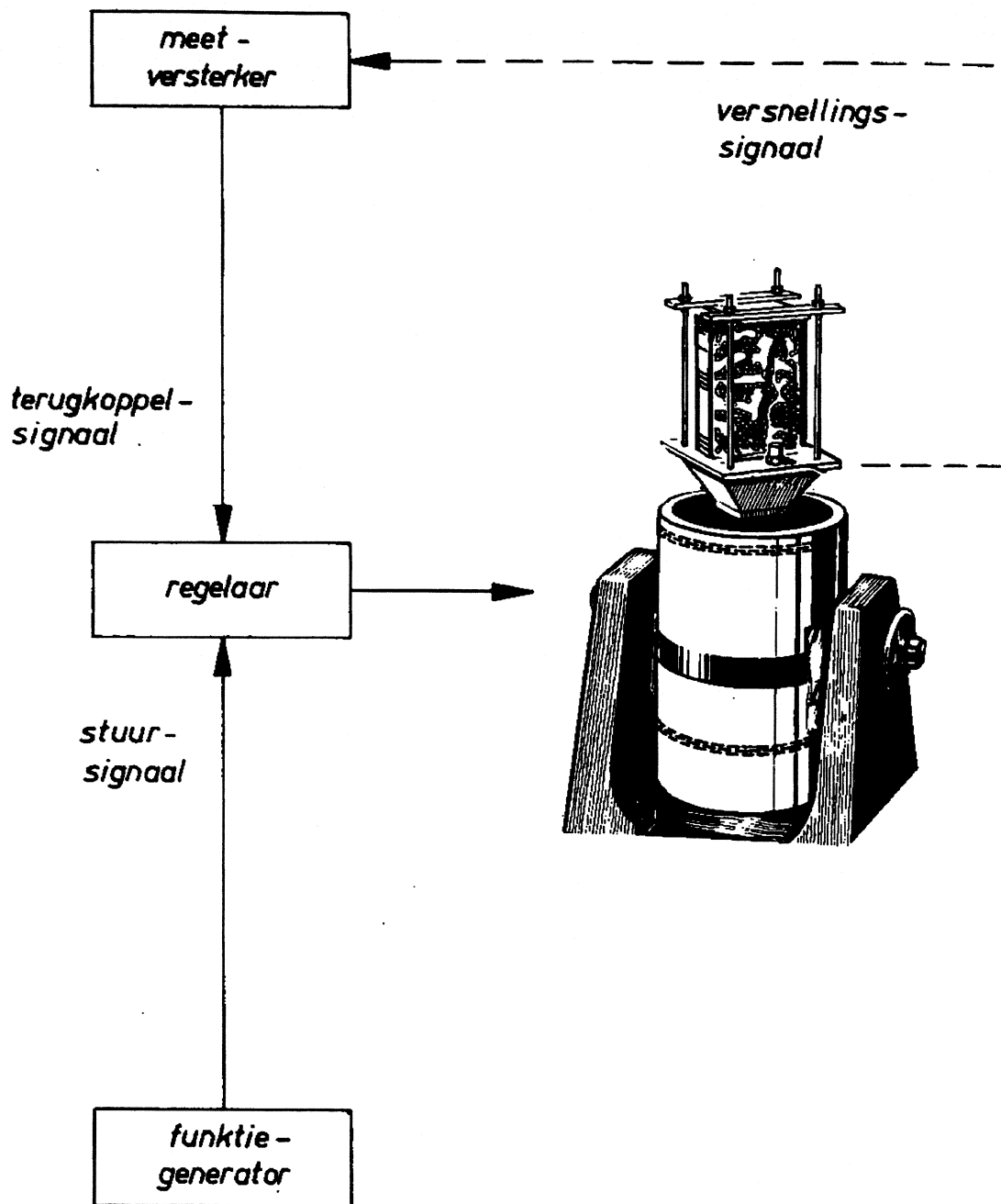
Vooralelektronische producten worden vaak met een shaker beproefd teneinde de dynamische belasting tijdens transport of in een voertuig te simuleren. De resonantiefrequenties van de afzonderlijke onderdelen kunnen met behulp van een stroboscoop worden bepaald. Deze resonantiefrequenties worden dan vergeleken met de aanstootfrequenties van motoren of andere trillingsbronnen.

9.3.2 De overdrachtsfunctie van beproevingsinstallaties

Bij beproevingsinstallaties wordt een elektrisch signaal met een bepaalde amplitude en frequentie aan de regelaar aangeboden. Dit resulteert in een beproevingsgrootte zoals kracht, verplaatsing, rek of versnelling. Het verband tussen het elektrisch signaal en de resulterende beproevingsgrootte is afhankelijk van de instelling van de regeling. Bij erg lage frequenties en statische belastingen is het verband tussen het elektrisch signaal en de beproevingsgrootte H_0 . Bij het opvoeren van de frequentie van het elektrisch signaal en constant houden van de amplitude ervan zal de amplitude van de beproevingsgrootte veranderen. Er zal tevens een faseverschil optreden tussen het elektrisch signaal en de beproevingsgrootte. De verhouding in amplituden $H(\omega)$ tussen het elektrisch signaal en de beproevingsgrootte bij een bepaalde frequentie ω , is derhalve niet constant

$$H(\omega) = \frac{\text{amplitude beproevingsgrootte}(\omega)}{\text{amplitude elektrisch signaal}} \quad (9.1)$$

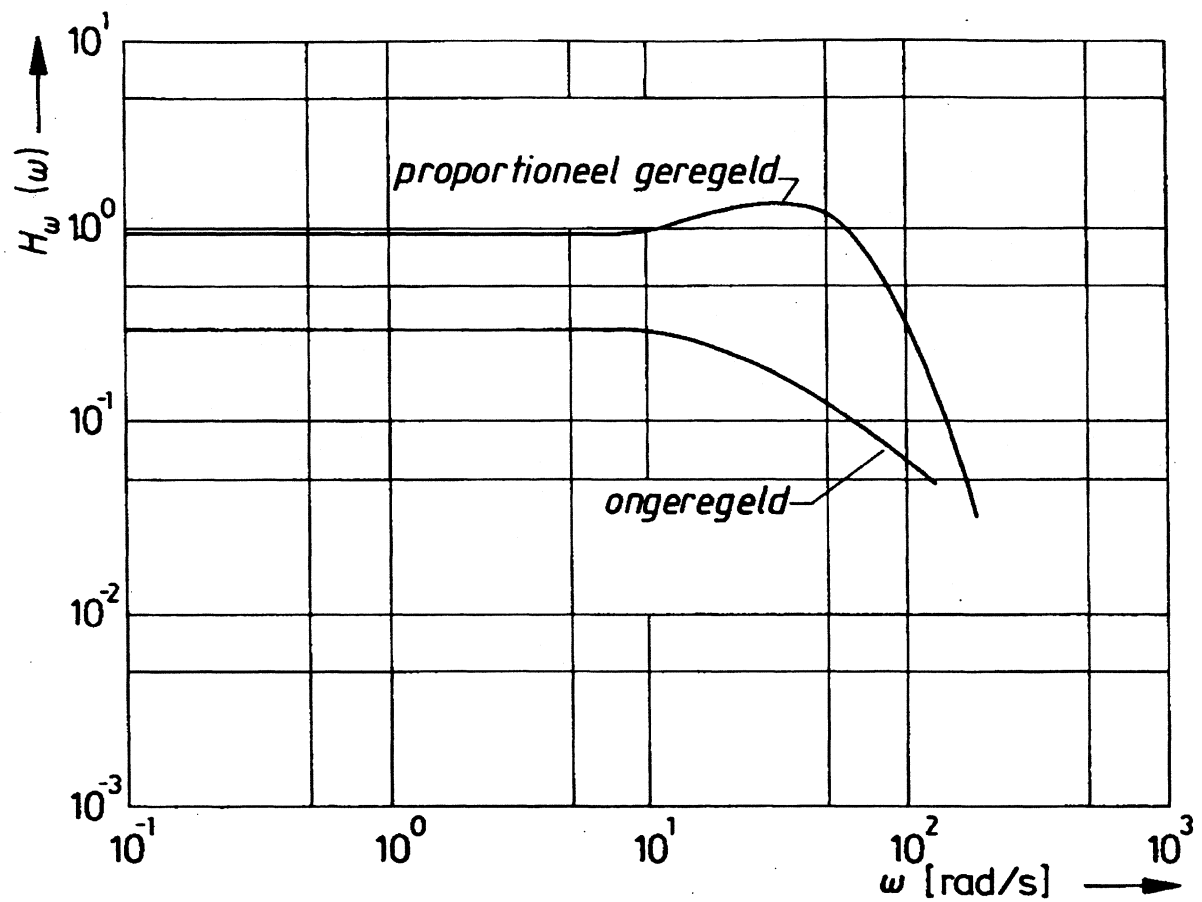
In Fig. 9.4 zijn de genormeerde overdrachtsfuncties voor de elektro-mechanische vermoeiingsmachine zoals in Fig. 9.3 is afgebeeld, gegeven. Bij frequenties boven 15 Hz valt de beproevingsgrootte sterk af en zal gecorrigeerd moeten worden om de gewenste amplitude te handhaven.



Figuur 9.3: *Elektromechanische shaker.*

Voor beproevingen met variabele frequentie of frequenties (ver) boven de bandbreedte is de vermoeiingsinstallatie dus ongeschikt.

De capaciteiten van de vermoeiingsinstallatie worden daarom o.m. gespecificeerd met de bandbreedte. Dit is het frequentiebereik waarbinnen $H(\omega)$ bijna constant is. Meestal wordt daarbij als grens + en -3 dB genomen.



Figuur 9.4: Verloop van de overdrachtsfunctie van een vermoeingsmachine als functie van de frequentie.

9.3.3 Beproevinginstallaties bij kwaliteitsdiensten

Bij kwaliteitsdiensten worden meestal speciale beproevingsinstallaties gebruikt waarmee het produkt op het vervullen van een bepaalde functie wordt beproefd. De beproeving is dus vaak functioneel en moeilijk verzwaard uit te voeren.

9.4 Proefstukken en beproevingssignalen

9.4.1 Proefstukken

Bij het uitvoeren van beproevingen is het noodzakelijk de afwijking tussen de situatie van de proefstukken in de meetopstellingen en de situatie ervan in het produkt zo klein mogelijk te houden. Het meest eenvoudige is het gehele produkt te beproeven zoals dit bij duurzame gebruiksgoederen vaak gebeurt. Soms zijn gehele constructies zo duur of groot dat slechts een deel ervan wordt beproefd. Er moet hierbij worden gelet op de inklemmingen van het deel van de constructie dat wordt beproefd. Het is vaak moeilijk om de bevestigingsvoorwaarden van een deel in een constructie te simuleren. Bevestigingen in een constructie zijn meestal elastisch terwijl inklemmingen dit vaak niet zijn.

9.4.2 Beproevingssignalen

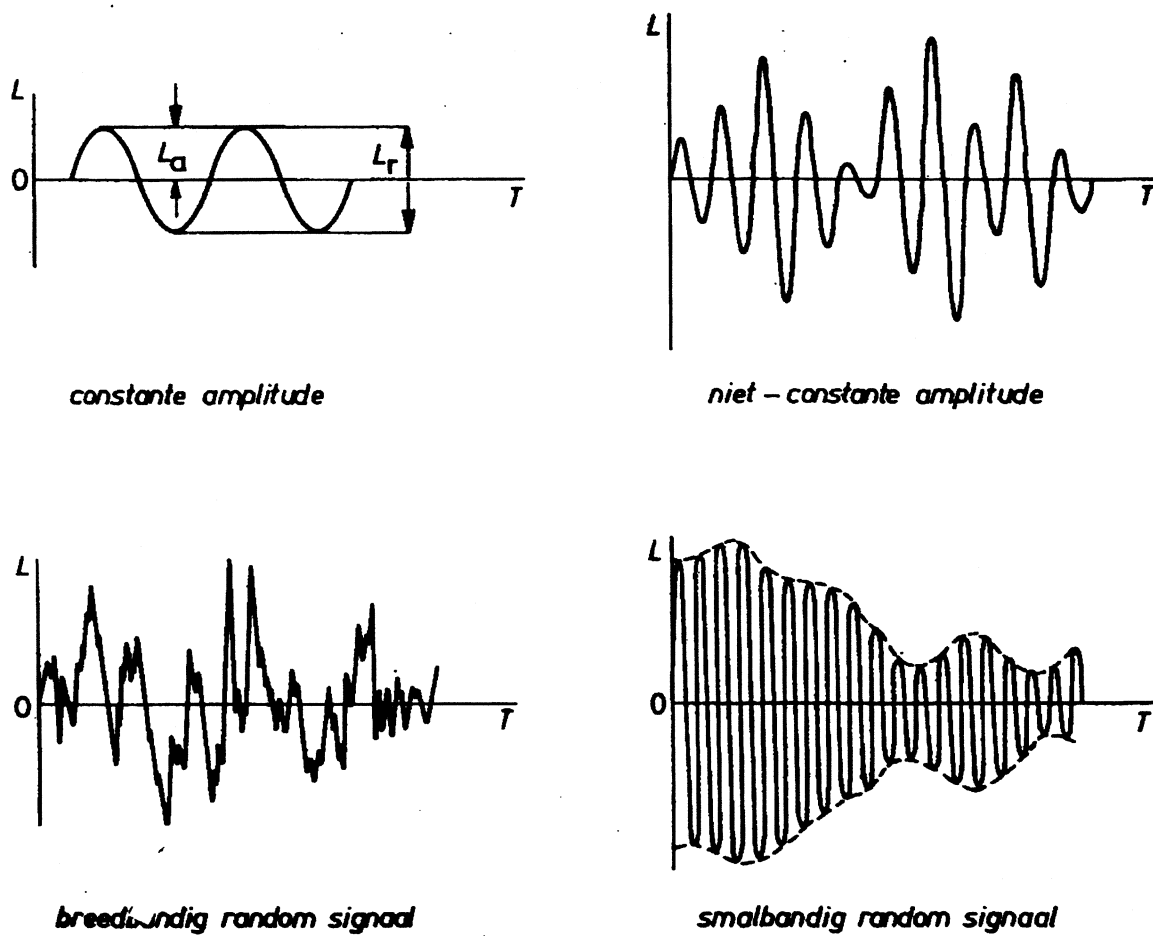
De beproevingssignalen kunnen met behulp van de onderstaande instrumenten worden gegenereerd:

- a. functiegeneratoren;
- b. functiegeneratoren met een modulator;
- c. instrumentatierecorders;
- d. computers met een snelle digitaal/analooog (D/A)-omzetter

Een *functiegenerator* genereert meestal een sinusvormig, blokvormig of driehoekig signaal met een constante amplitude. De amplitude bij *analoge* functiegeneratoren niet nauwkeurig in te stellen, terwijl de constantheid in de tijd van de amplitude onvoldoende kan zijn. *Digitale* functiegenerator heeft een hogere stabiliteit dan analoge generatoren en is zeer geschikt voor vermoeiingsproeven. Voor niet constante amplitude belastingen die sinusvormig verlopen, is het mogelijk met behulp van een *modulator* de amplitude in de tijd te variëren. De waarden van de amplituden kunnen 'at random' uit een geschikte verdeling worden getrokken en hiermee kunnen veel praktijkbelastingen worden gesimuleerd.

De belastingen die in de praktijk zijn opgenomen op een *instrumentatierecorder* kunnen aan een beproevingsinstallatie worden aangeboden door de recorder 'af te spelen'. Er zijn ook magnetische banden met genormaliseerde beproevingsmenu's voor militaire vliegtuigen. Bij het gebruik van deze banden moet erop worden gelet dat de bandbreedte van de beproevingsinstallatie boven de frequenties van het beproevingssignaal liggen.

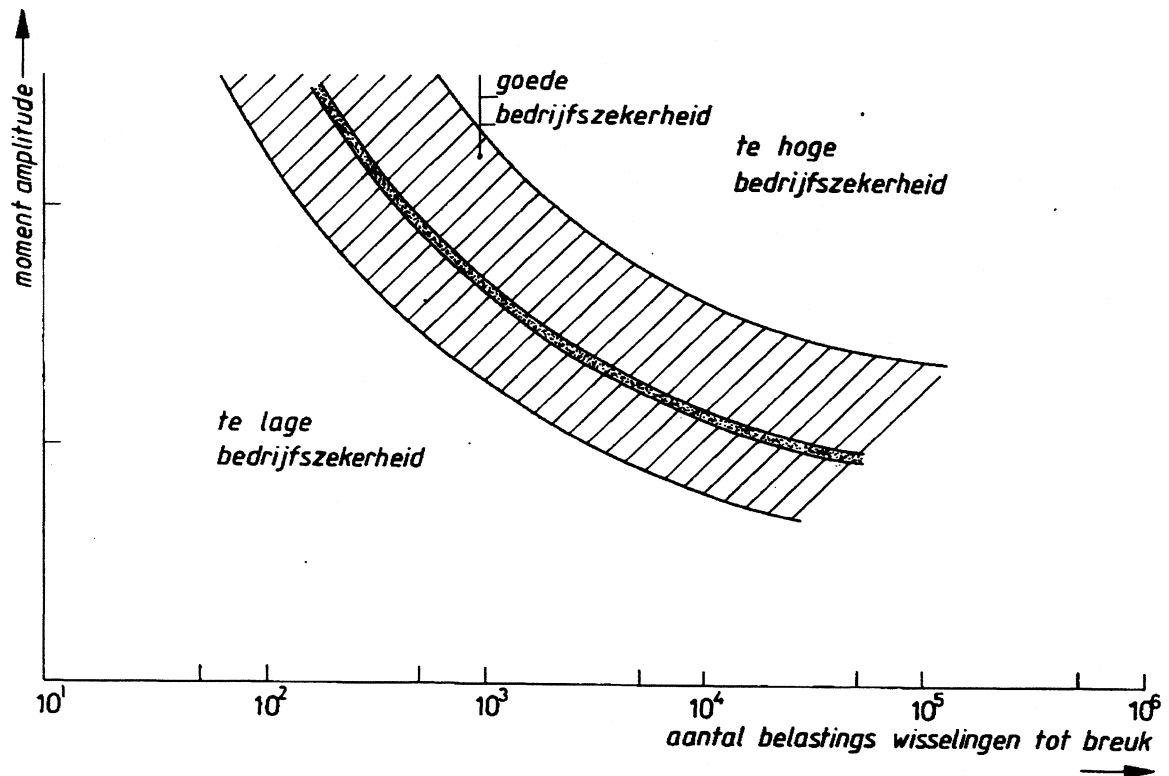
Signalen met een willekeurige vorm kunnen met een *computer met een snelle D/A-omzetter* worden gegenereerd. Het is tevens mogelijk om dan voor de respons van het proefstuk in de beproevingsinstallatie te compenseren. Dit vereist wel een uitgebreide computer met geavanceerde programmatuur. In Fig. 9.5 zijn enige relevante beproevingssignalen getekend.



Figuur 9.5: Enkele beproevingsignalen.

9.5 Vereenvoudigde beproevingsprocedure voor randombelastingen

Voor duurzame gebruiksgoederen worden vaak geen uitgebreide belastingsanalyses en beproevingen uitgevoerd omdat de produkten hiervoor te goedkoop zijn. Het is echter wel mogelijk in een betrekkelijk korte tijd een betrouwbare indruk te krijgen van de bedrijfszekerheid. Daartoe wordt van het produkt een Wöhler-kromme gemaakt voor constante amplitudebelastingen. Voor een produkt dat in de praktijk geen of weinig aanleiding tot klachten geeft, kan de Wöhler-kromme als een soort standaard worden gebruikt. Bij nieuwe produkten kan ook een Wöhler-kromme worden bepaald en deze kan worden vergeleken met die van de standaardkromme. In Fig. 9.6 is dit aangegeven voor een willekeurig produkt. Aan nieuw te ontwikkelen produkten kan de eis worden gesteld dat deze in het gebied met een geaccepteerde bedrijfszekerheid moeten liggen.

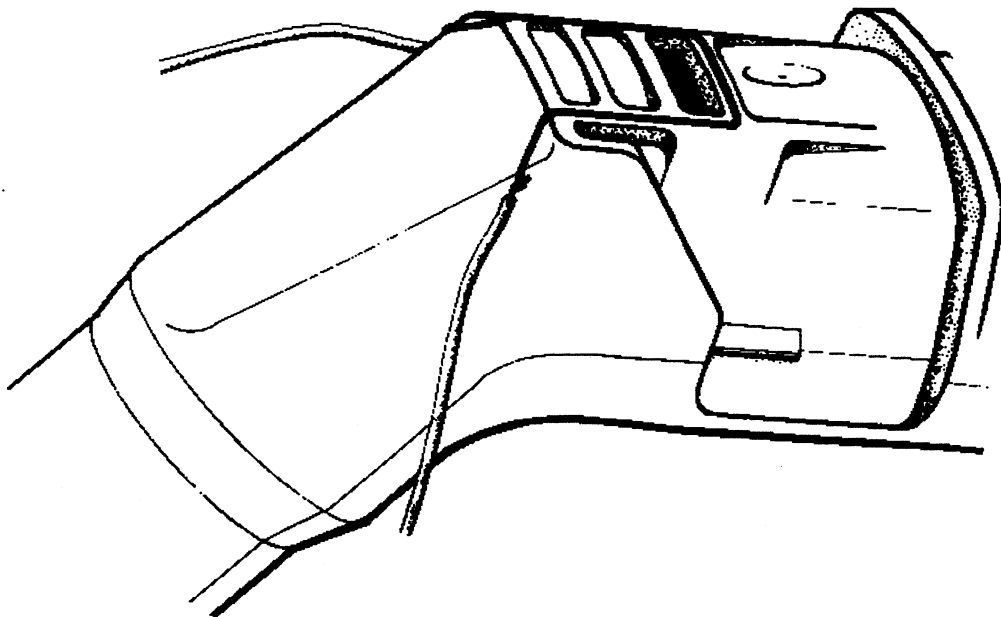


Figuur 9.6: Vereenvoudigde procedure voor het bepalen van het vermoeiingsgedrag.

9.6 Detectie van het falen van proefstukken

Het beproeven van produkten kost veel tijd en daarom worden de proeven continu uitgevoerd. Dit maakt het bewaken ervan ondoenlijk. Er zal dan ook getracht worden de beproeving zoveel mogelijk te automatiseren. Faaldetectie is wel een eerste vereiste tot automatisering. Er moet daarom een criterium voor iedere proef worden vastgesteld waarmee falen eenduidig is bepaald. Voor veel beproevingsinstallaties is er een beveiliging voor een bepaalde grootte om te voorkomen dat de beproevingsinstallatie bij breuk van het proefstuk wordt beschadigd. Een proefstuk dat op kracht wordt belast zal bij scheurvorming slapper worden en daardoor zullen de inspanbekken grotere verplaatsingen ondergaan. Door een grenswaarde in te stellen waarboven de verplaatsingen niet mogen komen kan breuk of bijna-breuk worden bepaald.

Een methode die in het Laboratorium voor Mechanische Bedrijfszekerheid van de T.U. Delft wordt gebruikt bij produkten uit kunststof is detectie van het onderbreken van een zilverspoortje. Op een produkt wordt op plaatsen waar scheurvorming wordt verwacht een dun spoortje aan het oppervlak aangebracht (Fig. 9.7). Het aantal belastingswisselingen tot het spoortje is onderbroken, wordt dan bepaald en opgeslagen in een geheugen. Een probleem met deze methode is, dat de breedte van het spoortje bij alle proefstukken gelijk moet zijn, om spreiding in het aantal belastingswisselingen tot een bepaalde scheurgrootte als gevolg van verschillen in spoorbreedte te vermijden.



Figuur 9.7: *Bepaling scheurgrootte d.m.v. aanbrengen van een zilverspoortje.*

9.7 Algemene opmerkingen over beproevingen

9.7.1 Versnelde levensduurproeven

Levensduurproeven worden altijd versneld uitgevoerd. De correlatie met de praktijk blijkt pas achteraf en er is een jarenlange ervaring nodig om deze correlatie te kunnen bepalen en de betrouwbaarheid van levensduurvoorspellingen voldoende hoog te krijgen. Er zijn echter situaties waarbij de correlatie slecht zal zijn, zoals bij:

- vermoeiingsproeven aan kunststof produkten met een hoge frequentie;
- slijtageproeven aan kunststoflagers boven de maximum pv-waarde;
- corrosieproeven die in een korte tijd worden uitgevoerd.

9.7.2 Het beproeven van prototypen

Het beproeven van prototypen van metalen produkten geeft relevante informatie. Het productieproces kan echter grote invloed hebben op de uiteindelijke belastbaarheid van een produkt. Prototypen van kunststof produkten worden vaak handgemaakt en gelijmd. In die gevallen geven vermoeiingsbeproevingen irrelevante informatie. Het is dan alleen zinvol om produkten uit een spuitgietmatrijs te beproeven. Dit betekent dat er een vrij duur produktiemiddel moet worden vervaardigd voordat beproeving mogelijk is. De mogelijkheid tot produktwijzigingen is dan beperkt omdat een matrijs een duur produktiemiddel is en meestal niet eenvoudig kan worden gewijzigd. De eerste proefserie wordt daarom meestal met een ongeharde matrijs gespoten waarna de produkten worden beproefd. Vergroting van matrijsholten is dan nog relatief goedkoop. Dit geldt echter niet voor verkleining van de holten. De matrijs moet daarom eerder te kleine dan te grote holten hebben, wat alleen door beheersing van het ontwerpproces en niet door een 'trial and error' methode kan worden bereikt.

9.8 Soorten duurproeven en de statistische verwerking ervan.

9.8.1 Inleiding

Er wordt onderscheid gemaakt tussen:

- volledige duurproeven;
- onvolledige duurproeven;
- duurproeven met schorsingen;

Er worden in de volgende paragrafen voorbeelden van deze duurproeven gegeven waarbij de uitvaltijden door simulatie als randomtrekkingen zijn verkregen uit een populatie, die een Weibullverdeling heeft met de onderstaande parameters:

schaalparameter $\eta = 1000$ uur;
 vormparameter $\beta = 2,5$;
 locatieparameter $\gamma = 0$ uur;

9.8.2 De volledige duurproef

Bij een volledige duurproef wordt de proef voortgezet totdat alle componenten zijn uitgevallen. De uitvaltijden worden meestal op Weibullpapier uitgezet zoals in Hoofdstuk 4 uitvoerig is behandeld. Als voorbeeld worden hier de uitvalgegevens van tien componenten waarvan de uitvaltijden in Tabel 9.1 zijn gegeven.

Tabel 9.1: Uitvaltijden van 10 componenten in uren

198	302	389	418	483
542	969	1108	1256	1396

Deze waarnemingen zijn in fig. 9.8 geplot en de schatting van de parameters is:

schaalparameter $\eta = 792$ uur;
 vormparameter $\beta = 1,74$
 locatieparameter $\gamma = 0$ uur;

9.8.3 Onvolledige duurproeven

Dit is een duurproef, die wordt beëindigd voordat alle componenten zijn gefaald. Duurproeven worden vaak zo opgezet vanwege:

- de grootste interesse in de eerste uitvallers;
- de korte tijd waarin de proef kan worden uitgevoerd;

De duurproef zoals in de vorige sectie is besproken zou kunnen worden uitgevoerd totdat de eerste 5 componenten zijn uitgevallen. De betrouwbaarheid van de parameterschatting is dan niet erg groot en daarom wordt vaak een groter aantal componenten ingezet. Bij het inzetten van

Tabel 9.2: Uitvaltijden van de eerste 5 componenten uit 25

199	259	302	389	418
-----	-----	-----	-----	-----

25 componenten kunnen de eerste 5 uitvallers worden bepaald en deze zijn voor een populatie zoals in de inleiding is aangegeven samengevat in Tabel 9.2

Deze waarden zijn geplot in Fig. 9.9 en de schattingen van de parameters van de populatie zijn:

$$\begin{aligned} \text{schaalparameter } \eta &= 745 \text{ uur}; \\ \text{vormparameter } \beta &= 2,63 \\ \text{locatieparameter } \gamma &= 0 \text{ uur}; \end{aligned}$$

Er kan nog een tijdwinst worden behaald door gebruik te maken van de zogenaamde "sudden death" methode, die in (9.3) is beschreven.

9.8.4 Duurproeven met schorsingen

Het komt bij het uitvoeren van duurproeven voor dat produkten voordat zij falen om de een of andere reden uit de duurproef worden gehaald. Dit is vaak in verband met een ander onderzoek, dat na het falen van een aantal produkten nodig wordt geacht. De informatie dat een produkt tot het schorsen niet faalde kan bij de verwerking van de duurproef worden gebruikt. De theorie achter de verwerking is in (9.3) behandeld en hier zullen alleen enkele verwerkingsregels worden gegeven.

De verwerking komt neer op het corrigeren van de rangnummers van de gefaalde produkten na de schorsing(en). Deze rangnummers lopen bij duurproeven zonder schorsingen op van 1 t/m n , waarbij het increment I tussen de rangnummers 1 is. Bij duurproeven met schorsingen verandert het increment tussen de rangnummers na schorsing(en) volgens de onderstaande uitdrukking:

$$I = \frac{(n + 1) - (\text{vorige rangnummer})}{1 + (\text{aantalprodukten na de schorsing})} \quad (9.2)$$

Het increment is dan zodanig dat de "ruimte" tussen de laatste uitvaller voor de schorsing en de laatste uitvaller van de duurproef gelijkmatig wordt opgevuld.

Dit wordt nu aan de hand van een voorbeeld toegelicht waarbij wordt uitgegaan van een steekproef met grootte $n = 10$ en waarvan de uitvaltijden in Tabel 9.1 zijn gegeven. Deze uitvaltijden zijn aan het begin van de proef niet bekend, maar zijn hier terwille van het vergelijken aangenomen.

De proef wordt ingezet en na de eerste twee uitvallers $F(1)$ en $F(2)$ wordt een produkt geschorst $S(1)$. De uitvaltijd van dit geschorste zou 418 uur kunnen zijn, waardoor indien geen verdere produkten meer worden geschorst de derde uitvaller $F(3)$ na 389 en de vierde $F(4)$ na 483 uur zal falen. Het nieuwe increment I is volgens (9.2):

$$I = \frac{(10 + 1) - 2}{1 + 7} = \frac{9}{8} = 1,125$$

De mediaan voor de uitvaller $F(3)$ is:

$$\frac{3,125 - 0,3}{10 + 0,4} = 0,2716$$

De gegevens over de eerste 5 produkten zijn in Tabel 9.3 samengevat

Tabel 9.3: Gegevens over de eerste 5 produkten.

Produkt	Type	Tijd	Rangnummer	Mediaan
1	F(1)	198 uur	1	6,7 %
2	F(2)	302 uur	2	16,3 %
3	F(3)	350 uur		
4	F(4)	389 uur	3,125	27,2 %
5	F(5)	483 uur	4,252	38,0 %

Stel nu dat er weer 2 produkten geschorst worden en wel die welke de uitvaltijden 969 en 1256 *uur* zouden hebben. Het nieuwe increment I wordt nu:

$$I = \frac{(10 + 1) - 4,25}{1 + 3} = \frac{6,75}{4} = 1,688$$

De uitvallers $F(5)$, $F(6)$ en $F(7)$ hebben respectievelijk de uitvaltijden 542, 1108 en 1396 *uur* en dit is verwerkt in Tabel 9.4.

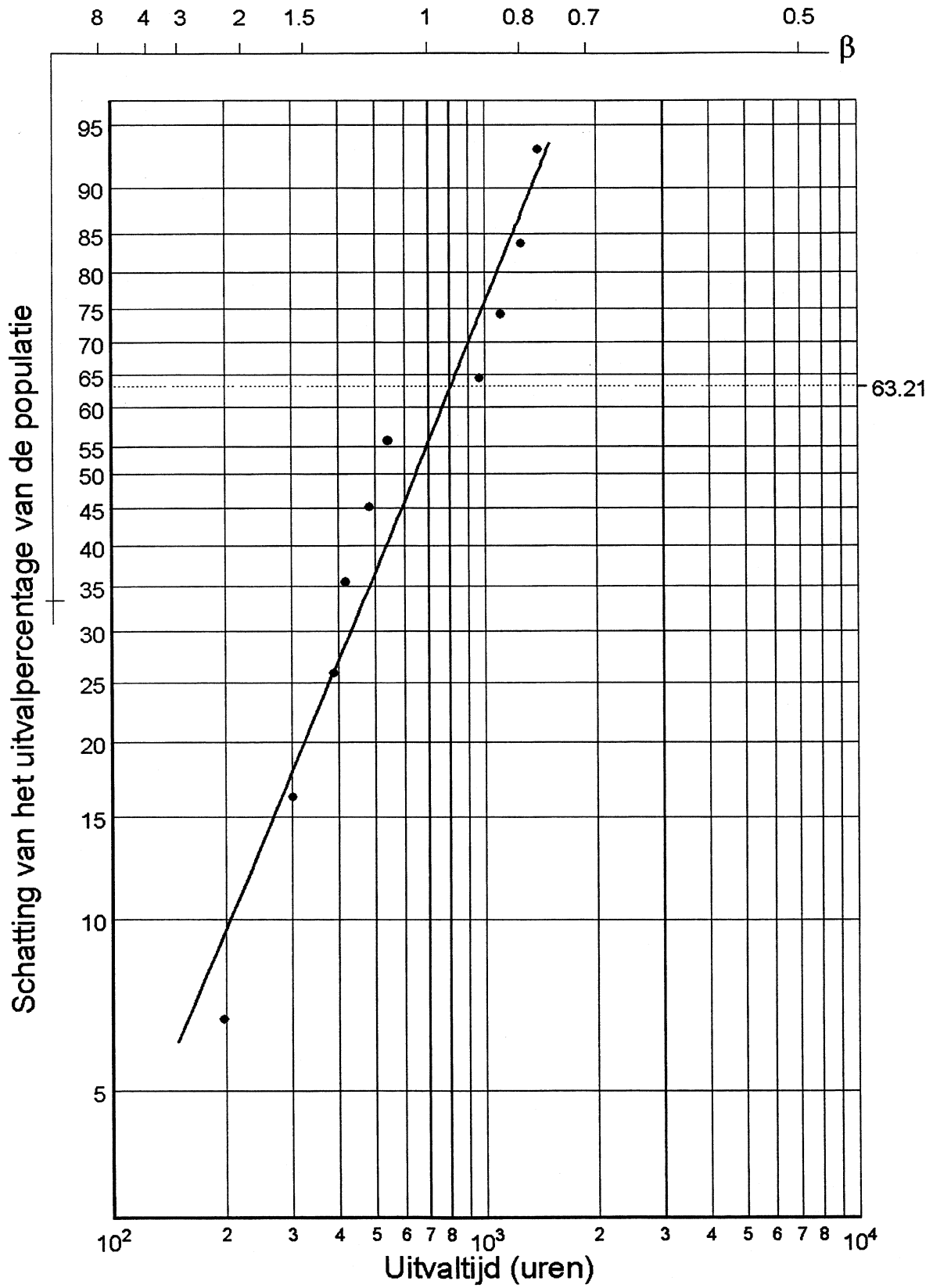
Tabel 9.4: Tabel met mediane plotposities voor een steekproef met schorsingen.

Produkt	Type	Tijd	Rangnummer	Mediaan
1	F(1)	198 uur	1	6,7 %
2	F(2)	302 uur	2	16,3 %
3	F(3)	350 uur		
4	F(4)	389 uur	3,125	27,2 %
5	F(5)	483 uur	4,252	38,0 %
6	F(6)	500 uur		
7	F(7)	500 uur		
8	F(8)	542 uur	5,938	54,2 %
9	F(9)	1108 uur	7,625	70,4 %
10	F(10)	1396 uur	9,313	86,7 %

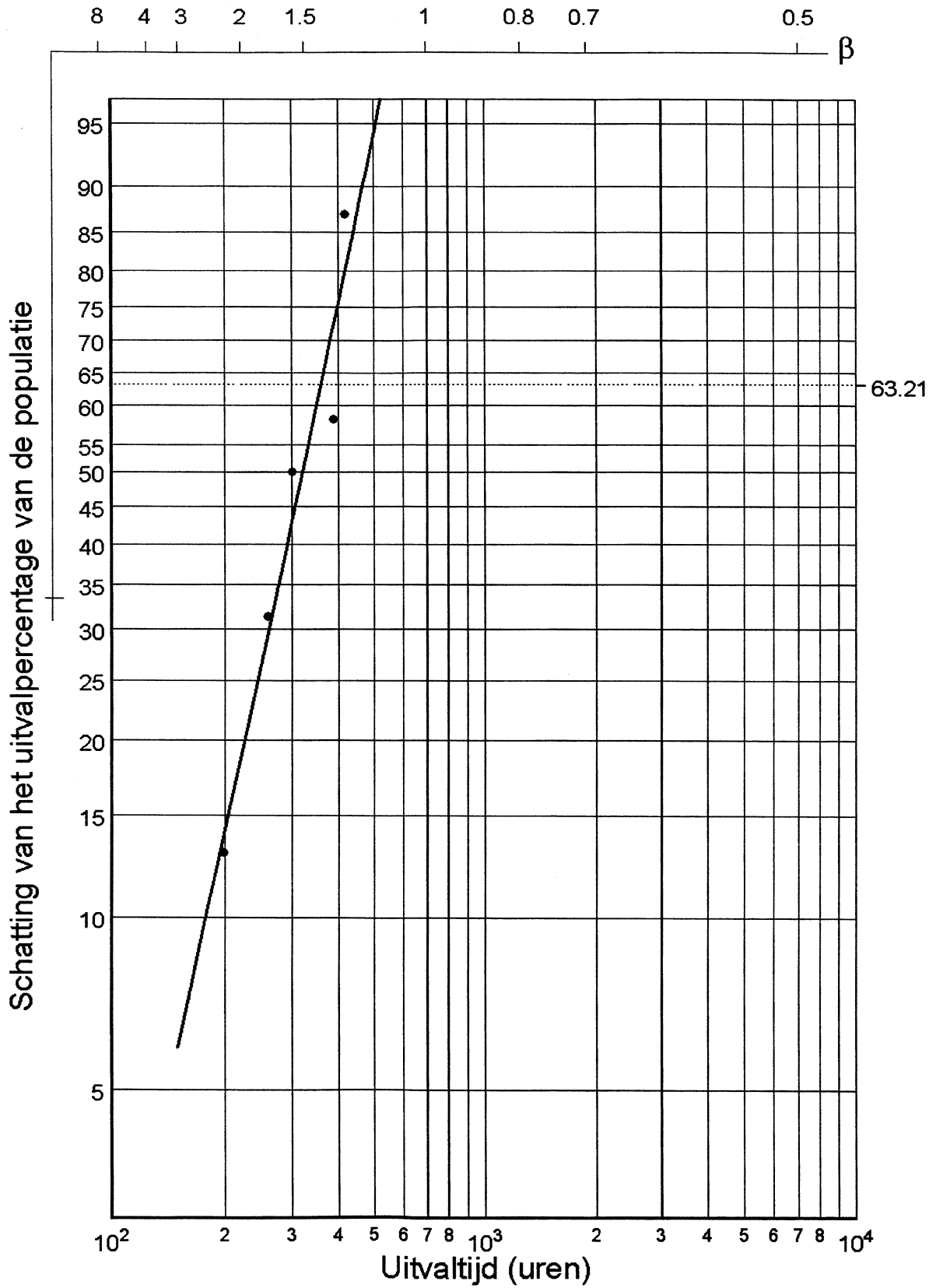
De som van het rangnummer van de laatste uitvaller en het laatste increment is gelijk aan het aantal in duurproef gezette produkten plus n . Dit geldt natuurlijk zonder meer voor een volledige duurproef zonder schorsingen. Deze waarden zijn geplot in Fig. 9.10 en de schattingen van de parameters van de populatie zijn:

$$\begin{aligned} \text{schaalparameter } \eta &= 820 \text{ uur}; \\ \text{vormparameter } \beta &= 1,72 \\ \text{locatieparameter } \gamma &= 0 \text{ uur}; \end{aligned}$$

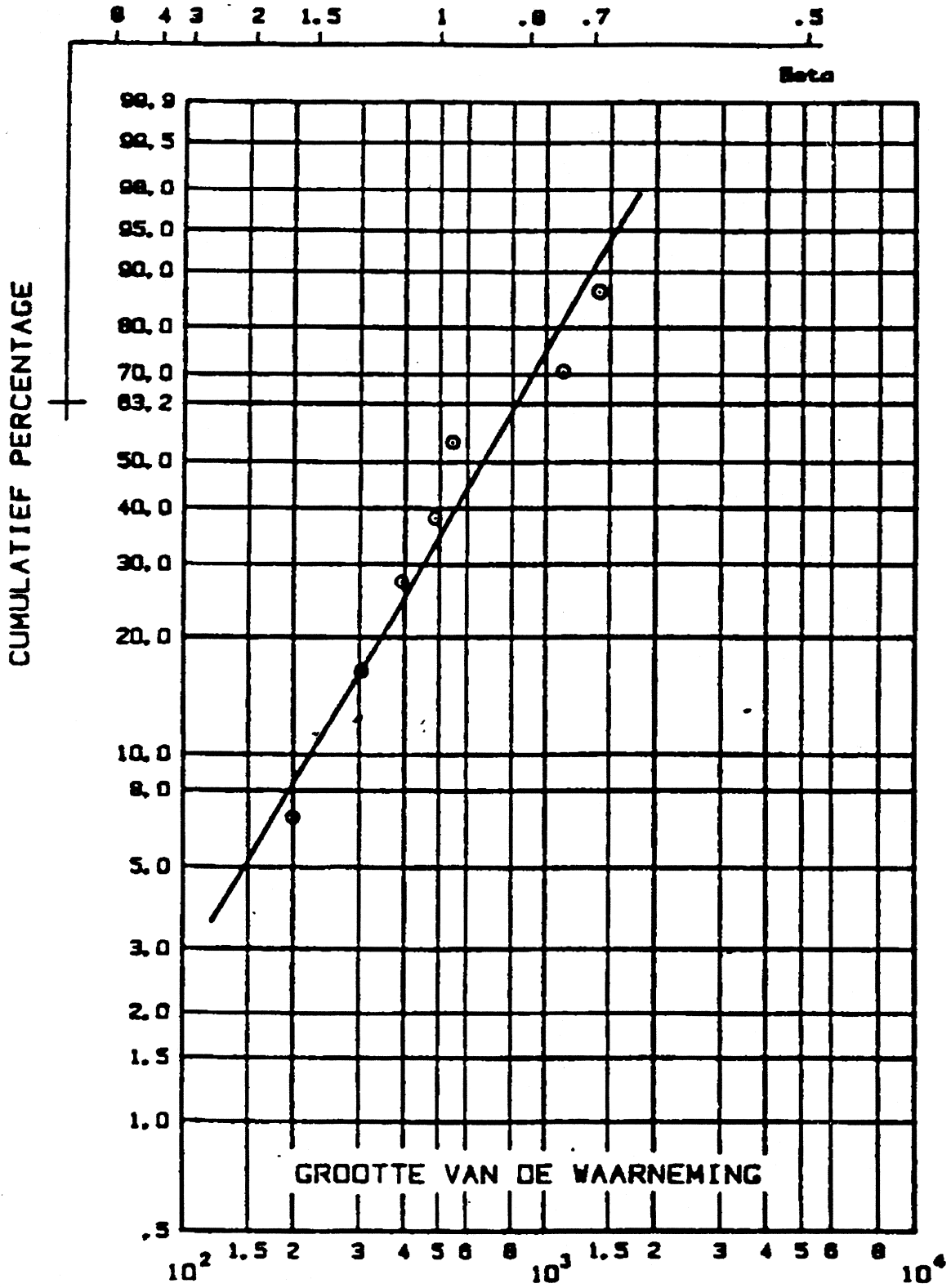
Lege pagina



Figuur 9.8: *Statistische verwerking van de uitvaltijden uit een volledige steekproef.*



Figuur 9.9: Verwerking uitvaltijden uit een onvolledige duurproef.



Figuur 9.10: *Statische verwerking van de uitvaltijden uit een steekproef met schorsingen.*

Hoofdstuk 10

Faalanalyse

10.1 Inleiding

Gefaalde produkten bevatten een schat van informatie over faalvormen en faalmechanismen en het is jammer dat van deze informatie relatief weinig gebruik wordt gemaakt. Vaak wordt een gefaald produkt slechts globaal geanalyseerd, zonder dat alle informatie over het falen uit het produkt verkregen is. Slechts als grote financiële of persoonlijke belangen in het spel zijn wordt een uitgebreide faalanalyse uitgevoerd, zoals bij vliegtuigongelukken altijd het geval is. Bij produkten voor consumenten toepassingen is er vooral bij grote ondernemingen een interesse voor het analyseren van gefaalde produkten en het terugkoppelen van de gevonden informatie naar de ontwerpafdelingen. In dit hoofdstuk zullen enige aanwijzingen over het analyseren van metalen en kunststof produkten worden gegeven en worden enkele gefaalde produkten beschreven.

10.2 Faalanalysemethoden

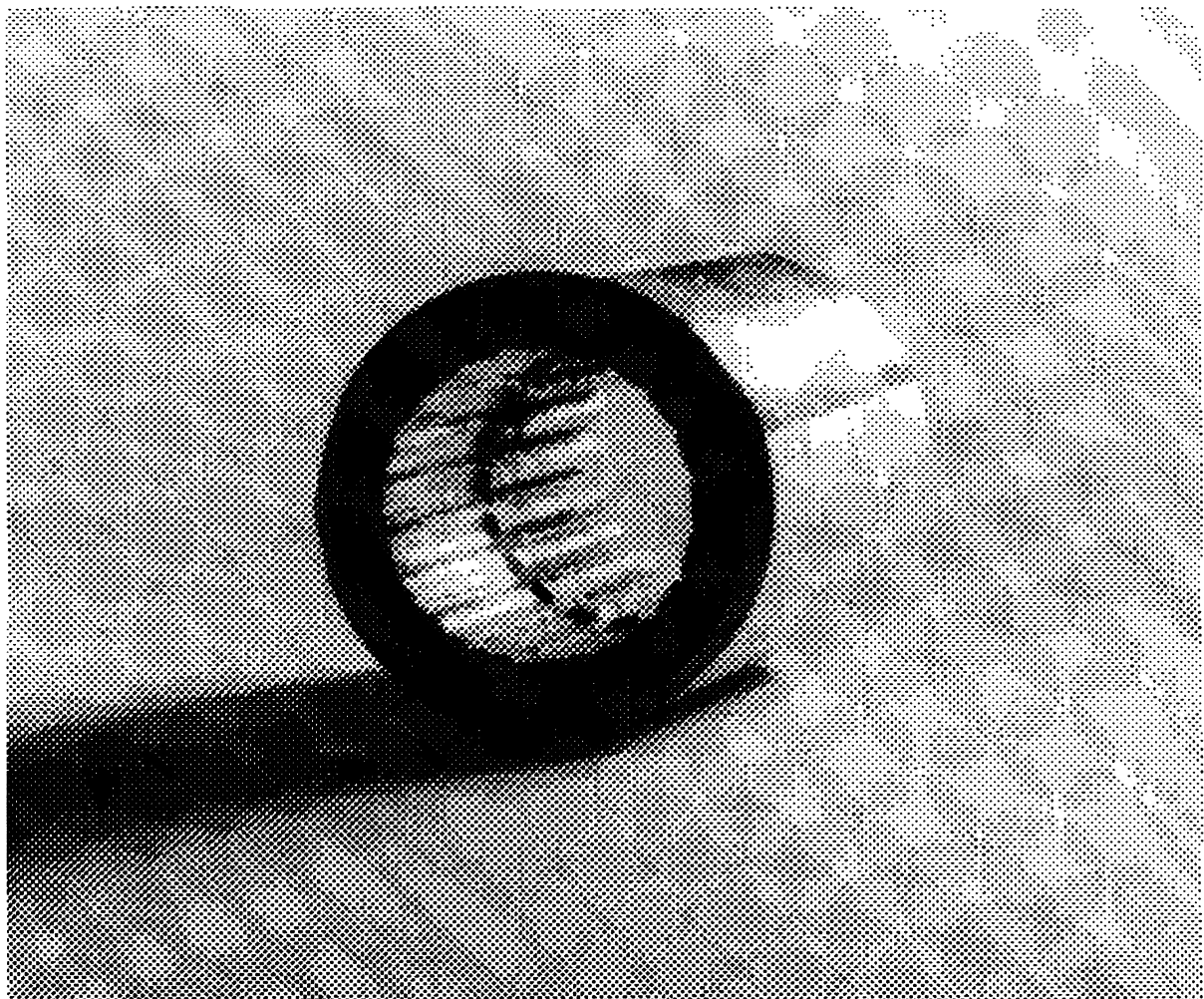
Bij een faalanalyse is het van belang het onberoerde gefaalde produkt eerst met eenvoudige hulpmiddelen te analyseren. Vooral bij breukvlakken is het van belang dat deze voorzichtig schoon worden gemaakt omdat een etsende vloeistof waardevolle informatie kan verwijderen. Bij het bekijken van een gefaald produkt is het verstandig met het blote oog te beginnen, daarna een vergrootglas te nemen en pas in laatste instantie zijn toevlucht tot een elektronenmicroscop te nemen.

10.3 Voorbeelden van gefaalde produkten

10.3.1 Overmatige slijtage koppelbus

- Gegevens:

produkt:	koppelbus
functie:	het verbinden van de aandrijfassen uit de koppeling en de versnellingsbak van een Peugeot 205
uitvoering:	inwendig vertande bus (zie foto)
materiaal:	staal
levensduur:	56.000 km
tijdstip van falen:	zaterdag 28 juli 1989
plaats:	Provence(Zuid-Frankrijk)
onbeschikbaarheid:	4 dagen(zaterdagmiddag - woensdagochtend)



Figuur 10.1: Door slijtage gefaald koppelbusje

- Analyse en conclusies:

faalvorm: overmatige slijtage, waardoor de inwendige vertanding aan één zijde volledig afgesleten is

faaloorzaak: niet harden van de bus

faalmechanisme: slijtage

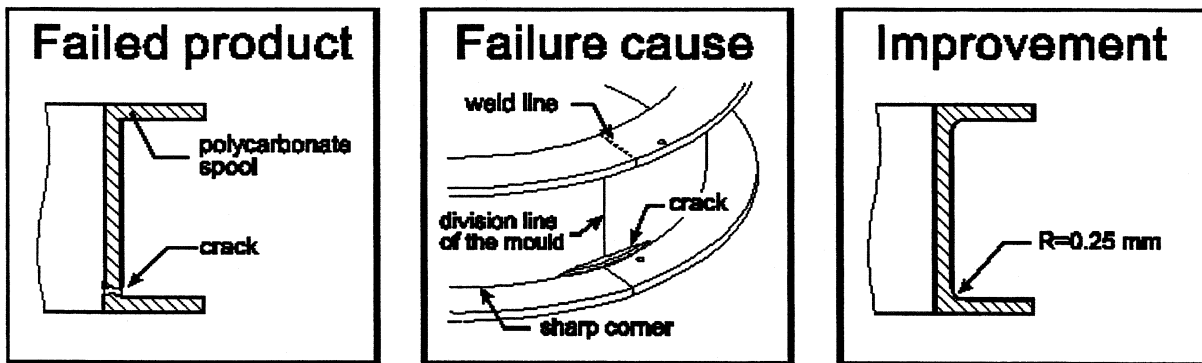
materiaalanalyse: koolstofstaal met 0,45 % C hardheid: 30 HRc i.p.v. de vereiste 60 HRc

effect: aandrijving van de wielen is onmogelijk

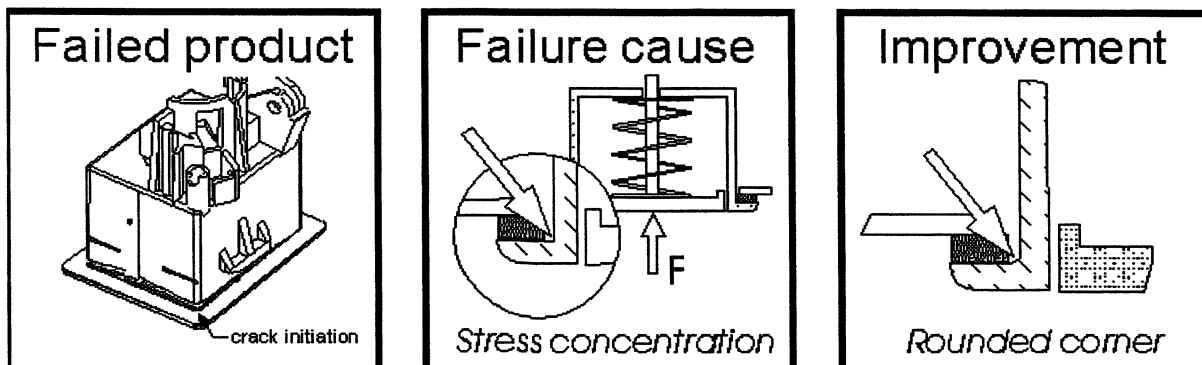
veiligheid: afhankelijk van de mate waarin aandrijving vereist is; bij een inhaalmanoeuvre zeer onveilig, maar in vele gevallen niet bijzonder onveilig

conclusies: het niet harden van een essentieel onderdeel in de aandrijving van een auto kan tot zeer gevaarlijke situaties leiden; de kwaliteitszorg dient zodanig te zijn dat dit soort fouten uitgesloten is.

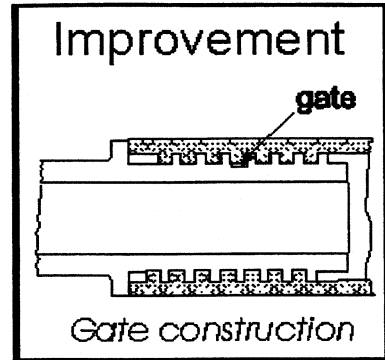
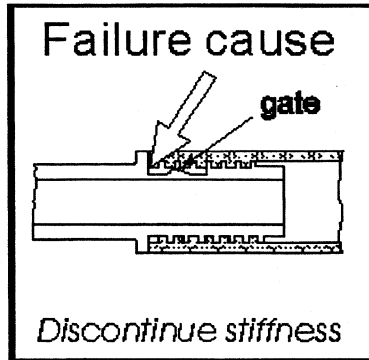
10.3.2 Meer voorbeelden



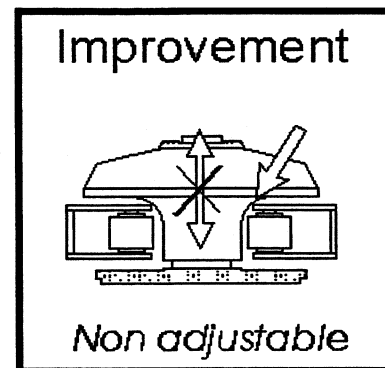
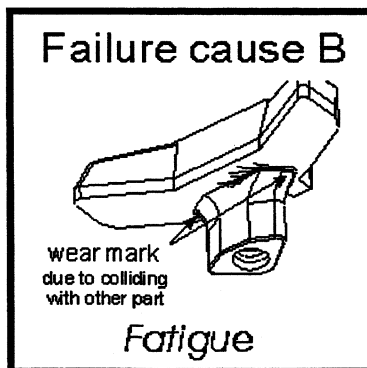
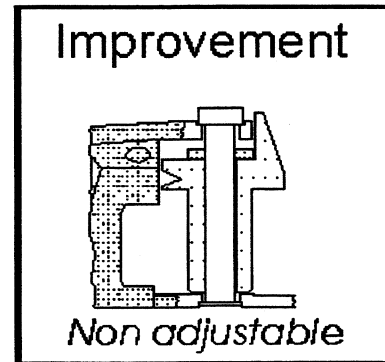
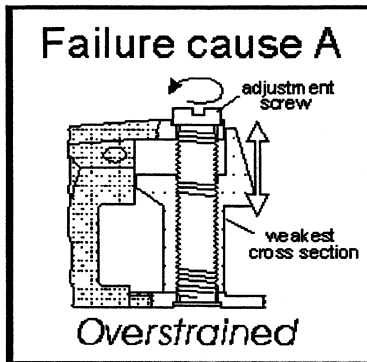
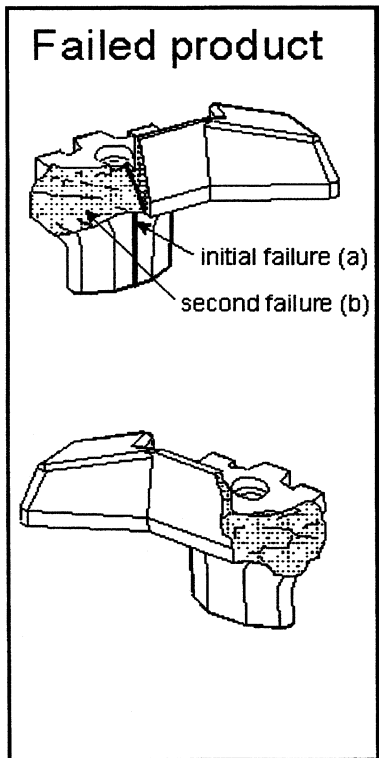
Figuur 10.2: Ring



Figuur 10.3:



Figuur 10.4: *Balpen*



Figuur 10.5: *Ski-binding*

Hoofdstuk 11

Faalgedrag van kunststof produkten

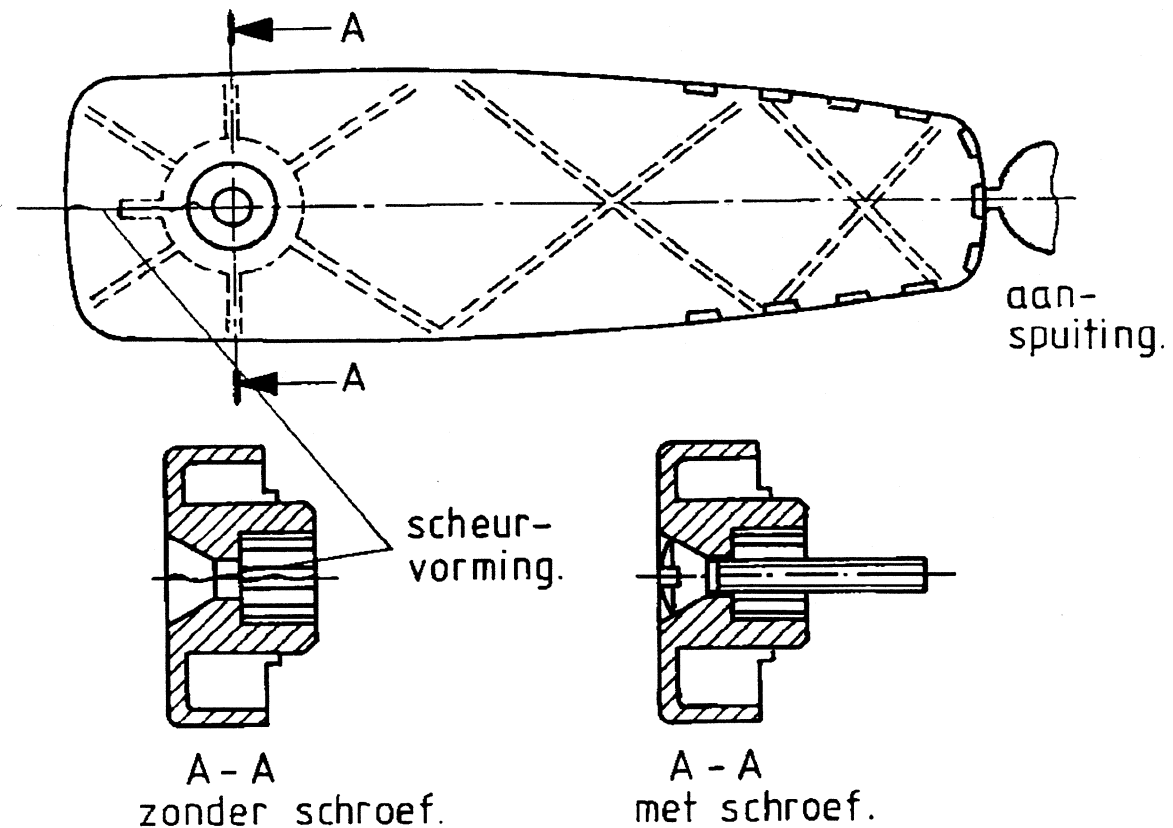
11.1 Inleiding

De oorzaak van het falen van kunststof produkten kan ondermeer liggen in de combinatie van fouten die gemaakt zijn in:

- *het ontwerp*
- *de materiaalkeuze*
- *de matrijsconstructie*
- *de verwerkingsomstandigheden*
- *de gebruiksomstandigheden*

Deze fouten worden wel de faaloorzaken genoemd. Ter illustratie van de invloed van de bovenstaande faaloorzaken op het faalgedrag van een produkt is een handel uit een bedieningsmechanisme genomen Fig. 11.1. Dit produkt kan falen door scheurvorming vanuit het bevestigingsgat door de toepassing van een schroef met een conische kop. De mogelijke faaloorzaken zijn de wigwerking van de verzonken kop, waardoor hoge spanningen kunnen ontstaan (*ontwerp*), de lage sterkte van het materiaal (*materiaalkeuze*), de vloeinaad bij het gat (*matrijsconstructie*), de lage temperatuur van de massa en/of de matrijs, waardoor een zwakke vloeinaad ontstaat (*verwerkingsomstandigheden*), en thermische degradatie van het materiaal (*gebruiksomstandigheden*). In het verleden faalden kunststof produkten vaak vroegtijdig door de onbekendheid van ontwerpers met het gedrag en de verwerkingsmogelijkheden van kunststoffen. De ontwerpers hadden vaak geen enkele opleiding in het construeren in kunststoffen genoten en construeerden vanuit hun ervaring met metalen produkten. Hierdoor werd onvoldoende rekening gehouden met de specifieke eigenschappen van kunststoffen, die op vele punten sterk afwijken van die van metalen. In het fabricageproces werden vaak fouten gemaakt door de onbekendheid met de verwerking van vooral nieuwe kunststoffen en de beperkte beheersing van de spuitgietprocessen. Uit ervaring hebben zowel ontwerpers als verwerkers geleerd, dat er een grote interactie bestaat tussen:

- *het ontwerp;*
- *het materiaal;*
- *het fabricageproces.*



Figuur 11.1: *Handel met scheurvorming*

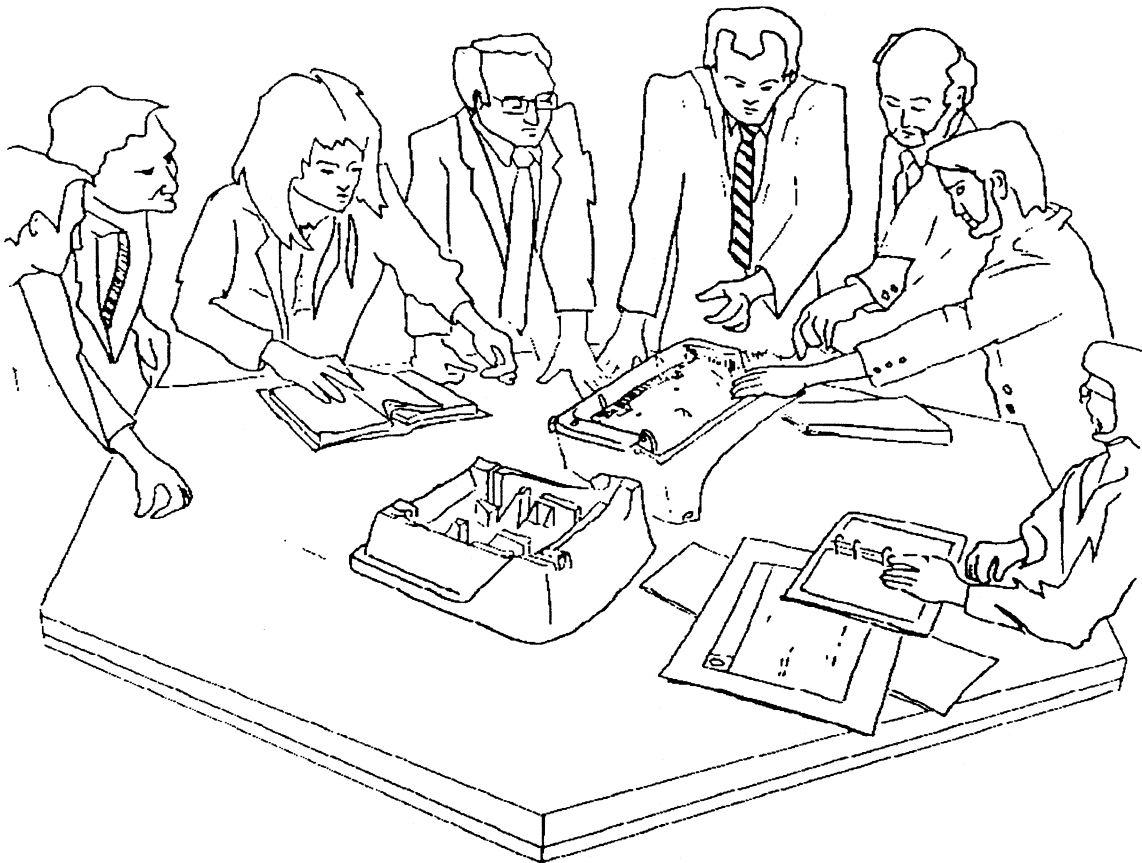
Het voortbrengen van bedrijfszekere kunststof producten is daarom alleen mogelijk indien alle hierboven vermelde aspecten de grootst mogelijke aandacht krijgen [1]. Het ontwerpen van kunststof producten vereist daarom een geïntegreerde aanpak waarbij zowel ontwerpers als materiaaldeskundigen, matrijsconstructeurs en verwerkingsdeskundigen betrokken moeten worden. In dit hoofdstuk wordt vooral de invloed van het *ontwerpproces* op het faalgedrag in de praktijk toegelicht.

11.2 Ontwerpen op bedrijfszekerheid

Er wordt een steeds hogere kwaliteit van industriële producten geëist. Dit heeft er toe geleid dat er op grote schaal kwaliteitszorg in het voortbrengingsproces van kunststof producten is ingevoerd. Mede hierdoor wordt er meer aandacht geschonken aan de opleidingen in het construeren in kunststoffen. De opleidingen op dit gebied zijn in het algemeen echter nog steeds onvoldoende om ontwerpers direct in staat te stellen om producten waaraan hoge eisen worden gesteld te kunnen construeren. De ontwerpers moeten daartoe opleidingen krijgen waar naast de constructieve en verwerkingstechnische aspecten van kunststoffen ook de fysisch-chemische aspecten ervan worden behandeld. Door het op grote schaal invoeren van kwaliteitszorg is er de laatste jaren veel aandacht geschonken aan het voorkomen van het falen van kunststof producten. Zoals in de inleiding al is vermeld moet zowel aan het ontwerp als aan de fabricage aandacht worden geschonken. Hier wordt echter voornamelijk ingegaan op het beheersen van de kwaliteit in het ontwerpproces, waarin de ontwerpbeoordeling een belangrijke operationele techniek is.

11.3 Ontwerpbeoordeling en FMEA

Bij een ontwerpbeoordeling (zie paragraaf 8.6) van kunststof produkten (zie Fig. 11.2) moeten vooral specialisten op het gebied van materiaalkeuze, matrijsconstructies en verwerking betrokken worden om in een zo vroeg mogelijk stadium van de ontwikkeling eventuele fouten te kunnen corrigeren. Om de beoordeling zo objectief mogelijk te laten verlopen is het uitvoeren van analyses zoals de Failure Mode and Effect Analysis [2] en berekeningen gewenst.



Figuur 11.2: *Ontwerpbeoordeling van het prototype van een produkt*

De *Failure Mode and Effect Analysis (FMEA)* is een methode waarmee de kritieke punten uit een ontwerp worden bepaald (zie paragraaf 8.7). Een lijst met veel voorkomende faaloorzaken en faalmechanismen in kunststofprodukten, is in Tabel 11.1 gegeven.

11.4 Faaloorzaken

11.4.1 Scherpe geometrie-overgangen

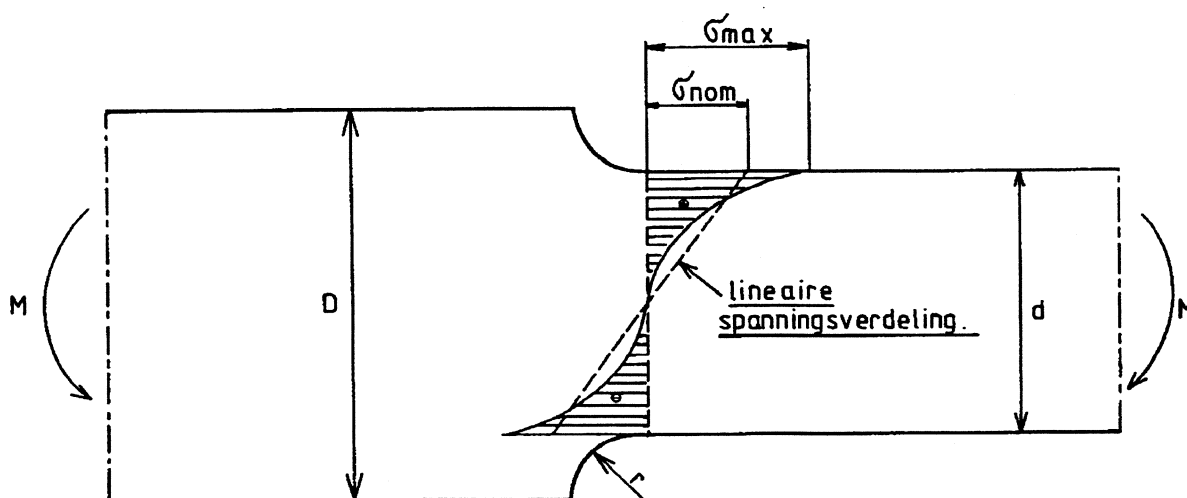
De meest voorkomende faaloorzaak van kunststof produkten zijn te scherpe materiaalovergangen, wat resulteert in een spanningsconcentratie of in een hoge contactspanning. In het geval van een spanningsconcentratie, zoals in Fig. 11.3 is getekend, zal er ter plaatse van de overgang een piekspanning σ_{max} optreden, welke hoger is dan de zogenaamde nominale spanning σ_{nom} . Deze lokale spanningsverhoging geeft in de praktijk vaak aanleiding tot scheurvorming en/of

Tabel 11.1: Lijst met veel voorkomende faaloorzaken en -mechanismen

FAALLOORZAKEN	FAALMECHANISMEN
scherpe overgangen	kruip
te lage massa- en/of	spanningsrelaxatie
massatemperatuur	spanningscorrosie
hoog belaste vloeilijnen	slijtage
foutieve verribbingen	statische scheuruitbreiding
te hoge stijfheid	vermoeiing
foutieve verbindingen	chemische aantasting
te hoge contactspanning	veroudering

breuk, vooral bij kunststoffen met een bros materiaalgedrag. De verhoging van de spanning ter plaatse van een materiaalovergang wordt uitgedrukt in de spanningsconcentratiefactor K_t :

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (11.1)$$

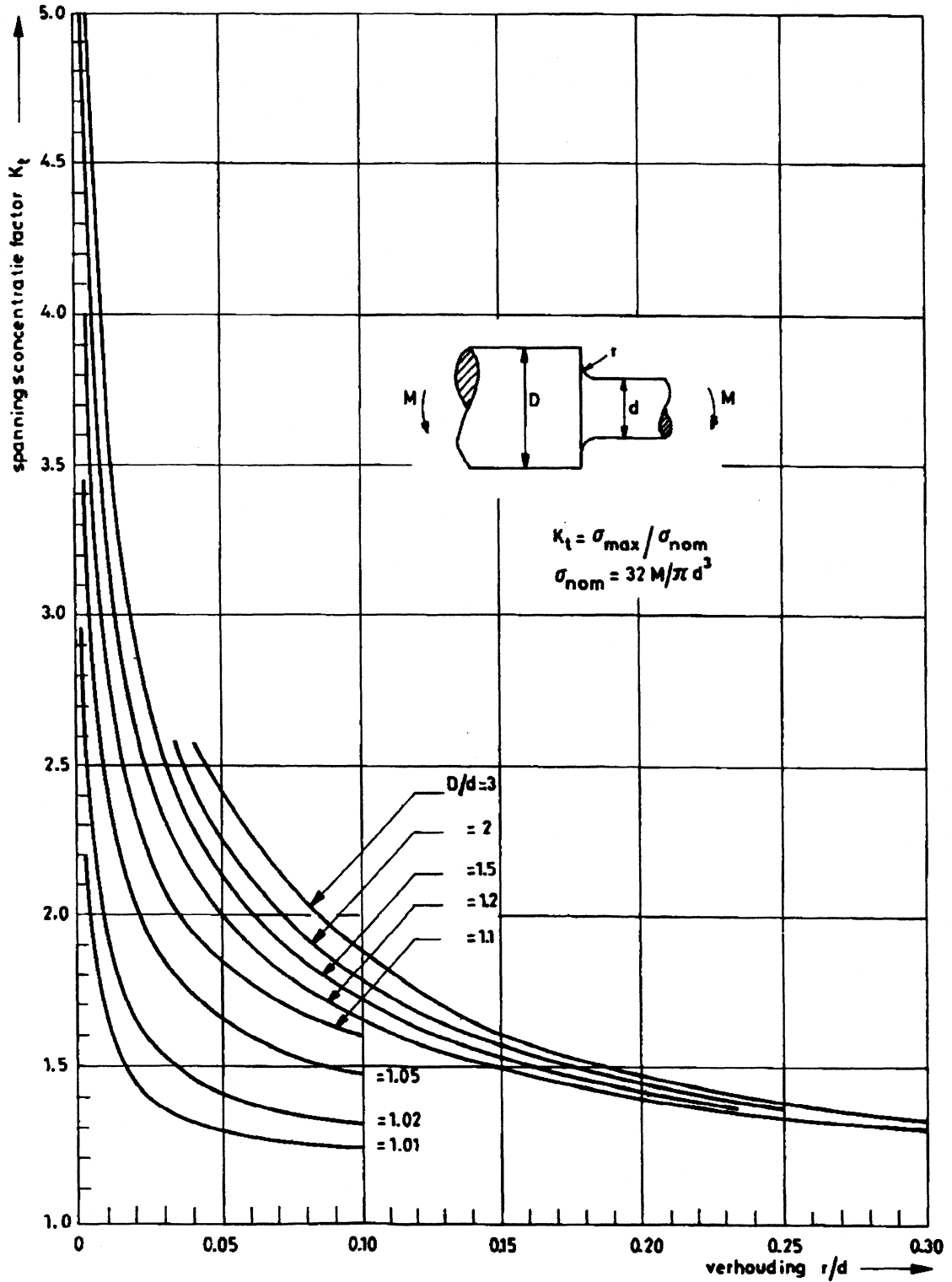


Figuur 11.3: Effect van een geometrie-overgang op de spanningsverdeling

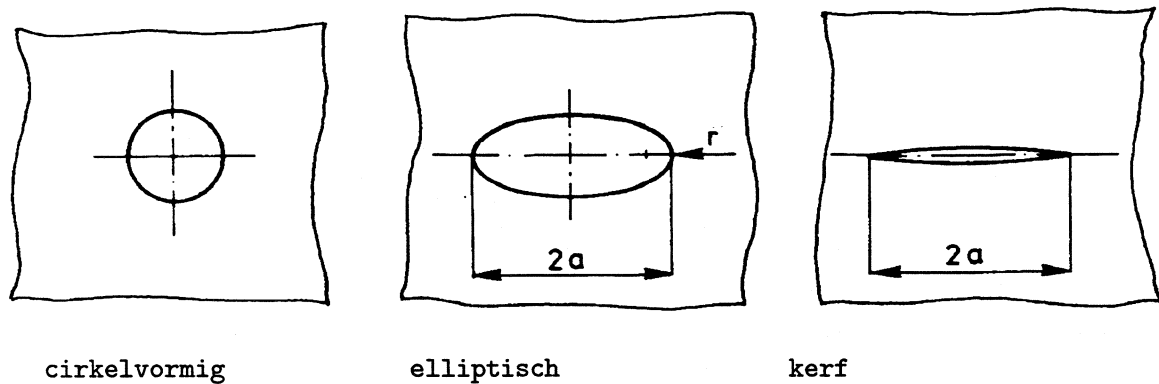
Een uitgebreide verzameling van uitdrukkingen voor spanningsconcentratiefactoren voor uiteenlopende geometrie-overgangen is te vinden in het boek van Peterson [4]. De spanningsconcentratiefactoren zijn ook uit grafisch te bepalen, zoals in Fig. 11.4 voor een op buiging belaste as is weergegeven. Er wordt bij de grafische weergave gebruik gemaakt van verhoudingsgetallen, waarbij op de horizontale as de afrondingsstraal r gedeeld door een afmeting (in Fig. 11.4 de afmeting d) is uitgezet en in de grafiek curven voor verschillende geometrieverhoudingen (in Fig. 11.4 de verhouding D/d) zijn gegeven. In het algemeen geldt, dat voor kleine afrondingsstralen ($r/d \ll 1$), waarin d de kleinste afmeting in de geometrie-overgang is, de spanningsconcentratiefactor benaderd kan worden door:

$$K_t = 1 + C \sqrt{\frac{1}{r}} \quad (11.2)$$

waarin C een constante is, die afhankelijk is van de geometrie.



Figuur 11.4: Grafische weergave van de spanningsconcentratiefactoren voor een op buiging belaste as



Figuur 11.5: *Overgang van cirkelvormige gat naar een kerf in een plaat*

De spanningsconcentratie bij een cirkelvormig gat in een oneindig uitgestrekte plaat, zoals in Fig. 11.5 is getekend, is 3. Voor een elliptisch gat met een lengte $2a$ is de spanningsconcentratiefactor K_t met (11.2) te berekenen en de uitdrukking hiervoor is:

$$K_t = 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{r}} \quad (11.3)$$

In het geval van zeer scherpe afrondingen gaat de afrondingsstraal naar 0 en de spanningsconcentratiefactor naar oneindig en verliest deze zijn betekenis. Dit is trouwens al het geval bij niet-lineair materiaalgedrag zoals bij het optreden van plastische vervormingen. Een spanning boven de vloeigrens van een materiaal kan met de spanningsconcentratiefactoren in het geheel niet worden berekend.

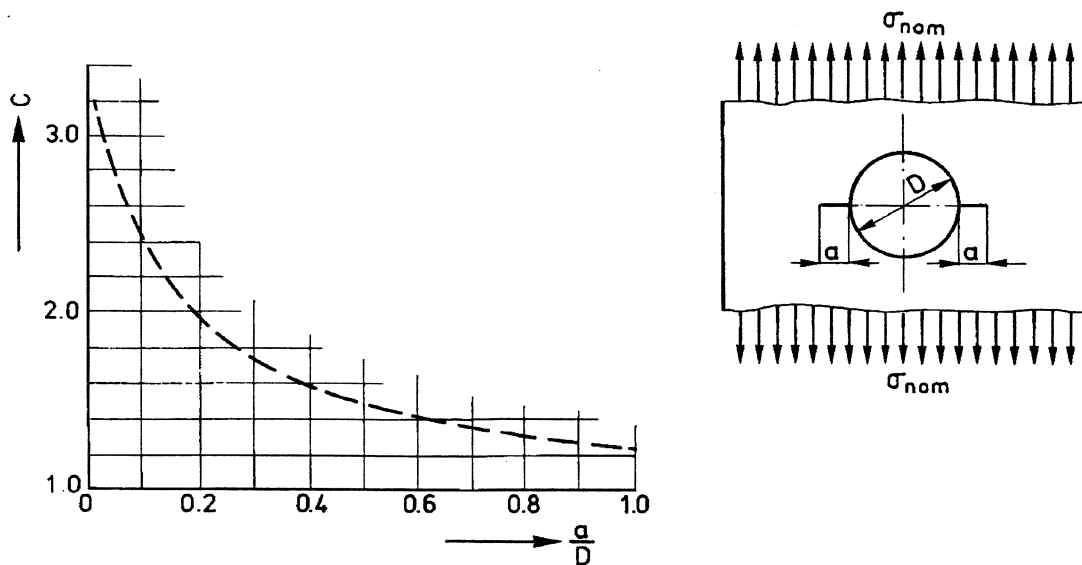
De *intensiteit van de spanning* rond de kerftip kan wel met de *breukmechanica* worden bepaald en hiertoe wordt de spanningsintensiteit K_I bepaald. De algemene uitdrukking voor spanningsintensiteit is:

$$K_I = \sigma \cdot Y \sqrt{\pi \cdot a} \quad [N/m^{3/2}] \quad (11.4)$$

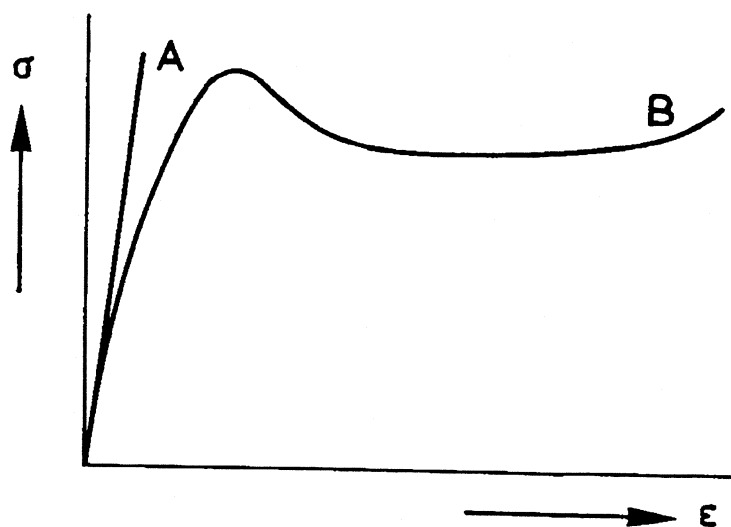
waarin σ de nominale spanning, a de scheurlengte en Y de geometriefactor zijn. De waarde van de spanningsintensiteit wordt met de kritische spanningsintensiteit K_{IC} , een materiaalconstante, vergeleken. Indien er geldt dat $K_I > K_{IC}$ dan treedt instabiele scheuruitbreiding op. In Fig. 11.6 is de geometriefactor Y voor een cirkelvormig gat met randscheuren, als functie van de verhouding a/d , gegeven.

Voor een gatdiameter $D = 10 \text{ mm}$ en randscheuren met lengte $a = 1 \text{ mm}$ is de geometriefactor $Y = 2.35$, wat overeenkomt met een fictieve scheurlengte van $Y^2 \cdot a = 5.5 \text{ mm}$. Voor een nominale spanning $\sigma_{nom} = 15 \text{ N/mm}^2$ is de spanningsintensiteit $K_I = 15 \cdot 10^6 \cdot 2.35 \sqrt{\pi \cdot 0.001} = 1.98 \cdot 10^6 \text{ N/m}^{3/2}$. Voor een kunststof met een $K_{IC} = 2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^{3/2}$ betekent deze spanningsintensiteit al instabiele scheuruitbreiding.

Het effect van spanningsconcentraties op de belastbaarheid van kunststof producten is sterk afhankelijk van het materiaalgedrag, dat sterk door de temperatuur en in mindere mate door de belastingssnelheid, wordt beïnvloed. In Fig. 11.7 is schematisch bros en taai materiaalgedrag aangegeven.



Figuur 11.6: Geometriefactor Y voor een cirkelvormig gat met randscheuren



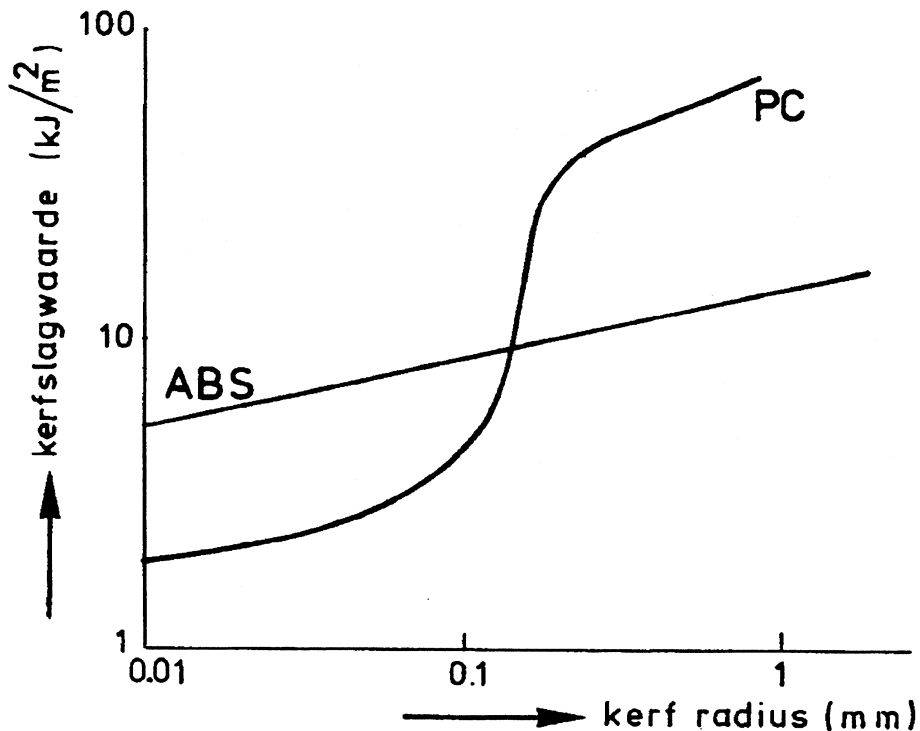
Figuur 11.7: Spanning-rek diagram voor een bros (A) en een taai (B) materiaal

Bros materiaalgedrag treedt vrijwel altijd op bij:

- lage temperaturen, vooral onder T_g bij PP en PE
- hoge belastingssnelheden
- aanwezigheid van scherpe kerven en/of scheuren

Bij semi-kristallijne kunststoffen is de waarde van de glasovergangstemperatuur T_g soms bepalend voor de bros/taai overgang. De kristallijniteitsgraad is bovendien ook van grote invloed op het materiaalgedrag, wat in Tabel 11.2 te zien is bij HPDE (hoog) en LDPE (laag). Voor PP-copolymeer wordt de toename in de taaiheid bereikt door het copolymeriseren met laag kristallijn PE, dat een T_g van -120°C heeft t.o.v. PP met een T_g van -15°C . De rek bij breuk ϵ_b bepaalt in sterke mate het materiaalgedrag en deze rek is bij de amorfe polymeren PS

en PMMA gering, vandaar dat deze materialen bros en kerfgevoelig zijn.



Figuur 11.8: Kerfslagwaarden van ABS en PC als functie van de kerftipradius

Verder is de benodigde energie voor het *initiëren van een scheur* van belang en deze energie is bij PC hoog, vandaar de hoge slagbestendigheid van dit materiaal. De benodigde energie voor het *propageren van een scheur* is ook van belang op het bros/taai gedrag van een kunststof. Bij PC is de propagatie-energie relatief laag, vandaar dat dit materiaal bij scherpe kerven bros kan breken, zelfs bij kamertemperatuur. In Fig. 11.8 zijn de kerfslagwaarden van PC en ABS als functie van de kerftipradius gegeven en hieruit is te zien dat PC bij scherpe kerven broser breekt dan ABS. In Tabel 11.2 is de kerfgevoeligheid en de bros-taai overgang gegeven van een aantal thermoplasten als functie van de temperatuur.

Constructieve maatregelen

Geometrie-overgangen moeten zoveel als mogelijk worden afgerond, waarbij de minimale afrondingsstraal altijd groter dan 0.1 mm dient te zijn.

Het voorschrijven van afrondingen betekent nog niet altijd dat deze ook werkelijk zijn aangebracht, omdat het voor een matrijzenmaker veel eenvoudiger is om geen afrondingen aan te brengen. In Fig. 11.10 is dit schematisch weergegeven en bij inwendige holten is het moeilijk achteraf nog afrondingen aan te brengen.

Bijzonder gevaarlijk zijn gaten in constructies, omdat hier spanningsconcentraties op spanningsconcentraties kunnen optreden, wat in Fig. 11.11 schematisch is aangegeven.

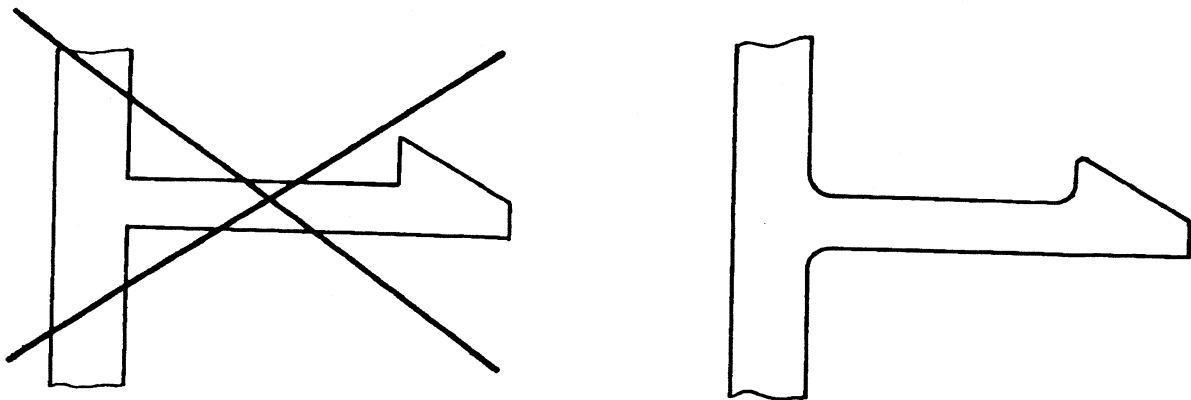
11.4.2 Hoge contactspanningen

Wanneer twee lichamen op een klein contactvlak met elkaar in aanraking zijn, zal ter plaatse van dit contactvlak een hoge contactspanning σ_c optreden. Dit is vooral het geval bij een zogenaamd

Tabel 11.2: Kerfgevoeligheid en taai/bros materiaalgedrag van kunststoffen onder slagbelastingen

	-20	-10	0	+10	20	30	40	50 °C	T_g
PS	A	A	A	A	A	A	A	A	100
PMMA	A	A	A	A	A	A	A	A	110
PP-homopol.	A	A	A	A	B	B	B	B	-15
PETP	B	B	B	B	B	B	B	B	70
POM	B	B	B	B	B	B	C	C	-50
PVC	B	B	C	C	C	C	C	C	87
PA(droog)	C	C	C	C	C	C	C	C	50
HDPE	C	C	C	C	C	C	C	C	-120
PP-copol.	B	B	B	C	D	D	D	D	-15/-120
ABS	B	C	C	CD	CD	CD	CD	D	110
PC	C	C	C	C	D	D	D	D	155
PA(nat)	C	C	C	D	D	D	D	D	50
LDPE	D	D	D	D	D	D	D	D	-120

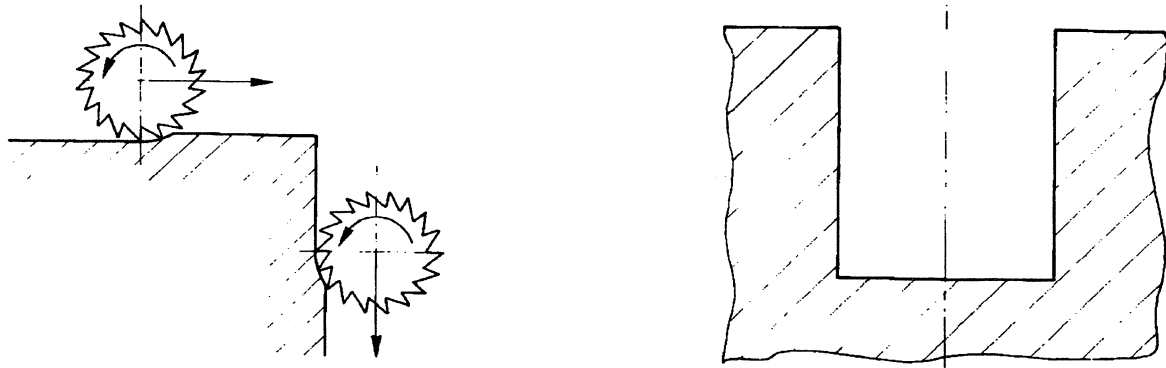
- A: Bros, zelfs ongekerfd
 B: Kerfgevoelig voor stompe kerven
 C: Kerfgevoelig voor scherpe kerven
 D: Taai, zelfs bij scherpe kerven



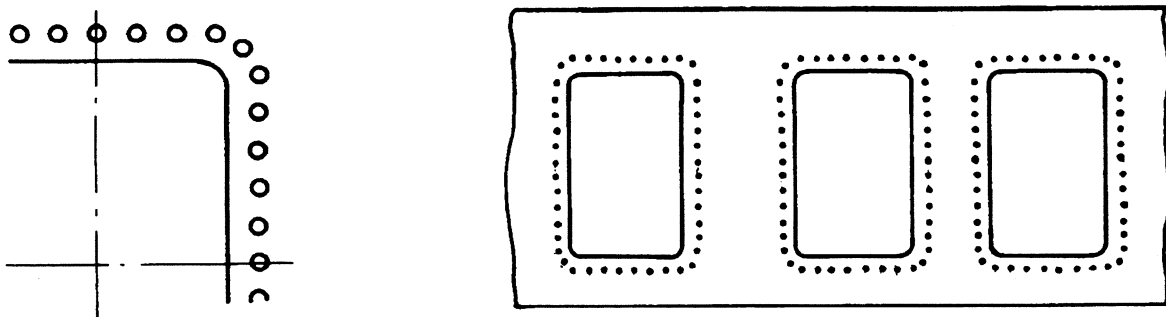
Figuur 11.9: Afronden van geometrie-overgangen

lijn- of puntcontact, zoals in Fig. 11.12 is geïllustreerd. Er treedt ter plaatse van het contact een relatief grote vervorming (afplatting) op, wat in Fig. 11.12 ook is aangegeven.

Uitdrukkingen voor de hoogst optredende contactspanningen zijn o.a. te vinden in het boek van Roark [5]. De waarde van de contactspanningen is sterk afhankelijk van de grootte van de afrondingsstralen ter plaatse van het contactvlak. De gegeneraliseerde uitdrukkingen voor de grootte van de contactspanning, die optreedt als bol- of cilindervormige lichamen contact met elkaar maken zijn voor het contact van:



Figuur 11.10: *Aanbrengen van afrondingen*



Figuur 11.11: *Spanningsconcentratie op spanningsconcentratie*

twee cilinders

$$\sigma_c = c_1 \sqrt{\frac{F}{R}} \quad (11.5)$$

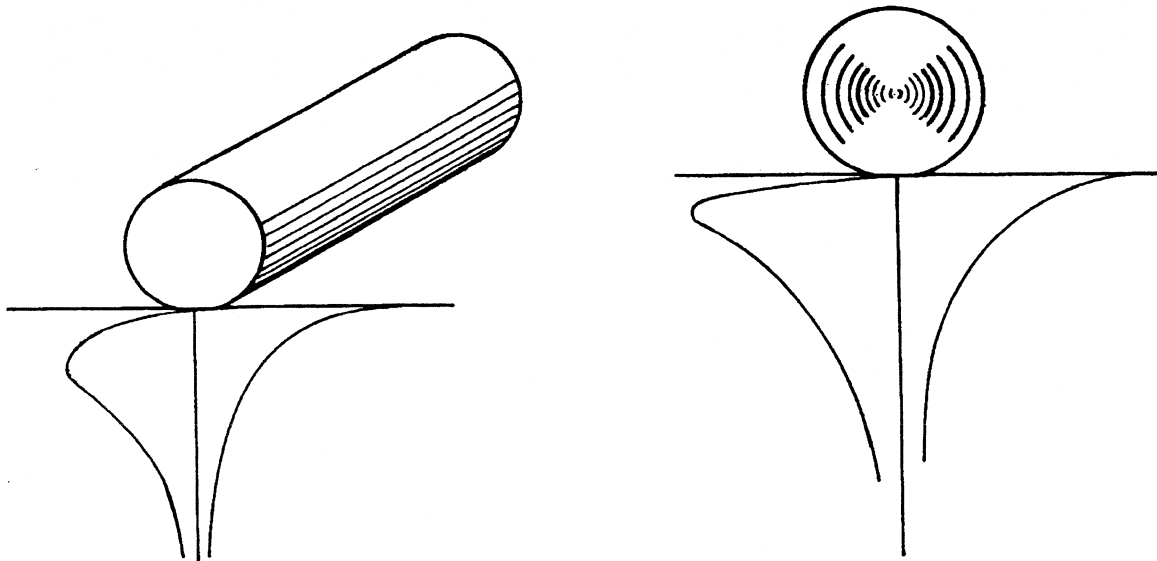
twee bollen

$$\sigma_c = c_2 \sqrt[3]{\frac{F}{R^2}} \quad (11.6)$$

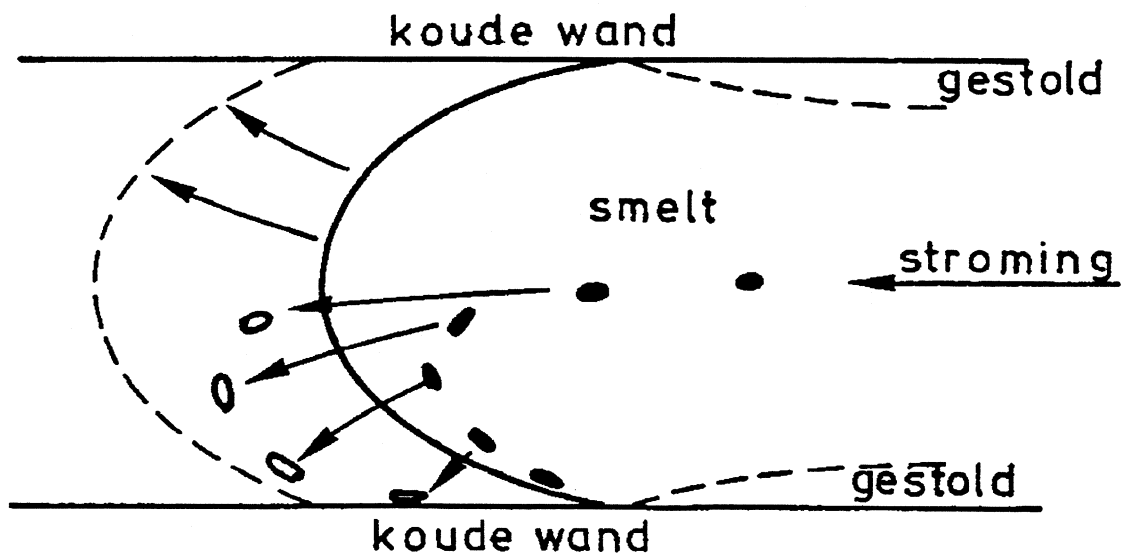
In deze uitdrukkingen zijn c_1 en c_2 constanten, F is de contactkracht en R een functie is van de stralen r_1 en r_2 van de beide lichamen. Bij kleine afrondingsstralen kunnen contactspanningen, die ver boven de vloeigrens liggen, optreden.

11.4.3 Te lage massa- en/of matrijstemperaturen

De cyclustijd bij het spuitgieten wordt korter naarmate de massa- en/of de matrijstemperatuur lager zijn en dit is economisch aantrekkelijk voor een spuitgieter. De produktkwaliteit wordt door het verwerken op te lage temperaturen nadelig beïnvloed o.a. door de hoge oriëntatie van de molekuulketens. Dit is schematisch aangegeven in Fig. 11.13 [6] waar het vloeifront van een polymere smelt is getekend. De smelt zal aan de koude wanden het eerst afkoelen en daardoor verstreking van de molekuulketens veroorzaken. Dit afkoelen en verstarren van de smelt verloopt tot het centrum van de holte totdat de viscositeit zodanig hoog is dat stroming niet meer mogelijk is. Dit laatste wordt wel aangegeven met de "no-flow temperature". De



Figuur 11.12: *Illustratie van een lijn- en een puntcontact*



Figuur 11.13: *Schematische weergave van het vloeifront van een polymere smelt en de eerste fase van verstarring aan de wand*

oriëntatie en de inwendige spanningen worden verminderd door relaxatie, maar vooral bij lage massa- en matrijstemperaturen is relaxatie sterk beperkt.

De nadelige effecten van te lage verwerkingstemperaturen zijn o.a.:

- *hoge inwendige spanningen*
- *hoge oriëntatie van de molekuulketens*
- *zwakke vloeinaden*
- *niet volledig vullen van de matrijs*

De nadelige effecten van te hoge verwerkingstemperaturen zijn:

- *de lange cyclustijden*
- *de thermische degradatie van het polymeer*

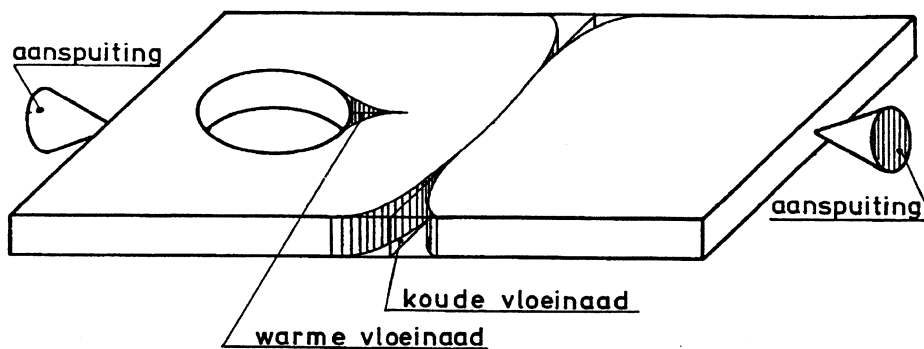
Er dient derhalve een optimum in de verwerkingstemperatuur gevonden te worden en hiertoe geven de kunststof fabrikanten aanwijzingen.

11.4.4 Hoogbelaste vloeinaden

Vloeinaden ontstaan doordat bij de verwerking van kunststoffen in produkten:

- *er meer dan 1 aanspuiting is (koude vloeinaad);*
- *de smelt na een kern weer samenvloeit (warme vloeinaad);*
- *"jetting" optreedt*

In Fig. 11.14 is een illustratie gegeven van koude en warme vloeinaden en in Fig. 11.15 [7] van "jetting".

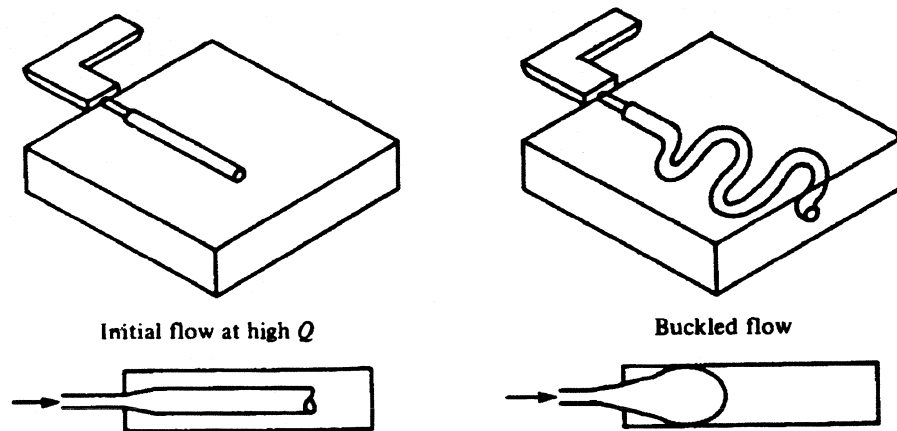


Figuur 11.14: *Warme en koude vloeinaden in een kunststof produkt*

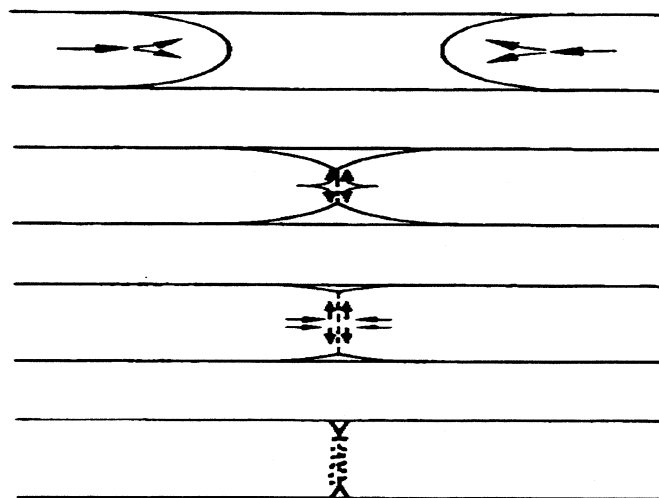
In Fig. 11.16 [17] is schematisch het proces van het samenkomen van twee vloeifronten van de polymere smelt weergegeven. Bij vloeinaden ontstaan oriëntatieverschillen, en afhankelijk van de mate van ontluften v-groefjes, die een spanningsconcentratie vormen.

De vloeinaadsterkte is afhankelijk van:

- *het mechanisch gedrag van de polymeer*
- *de massa- en de matrijstemperatuur*
- *de vloeiweg*
- *de injectietijd*



Figuur 11.15: Het "jetting" effect

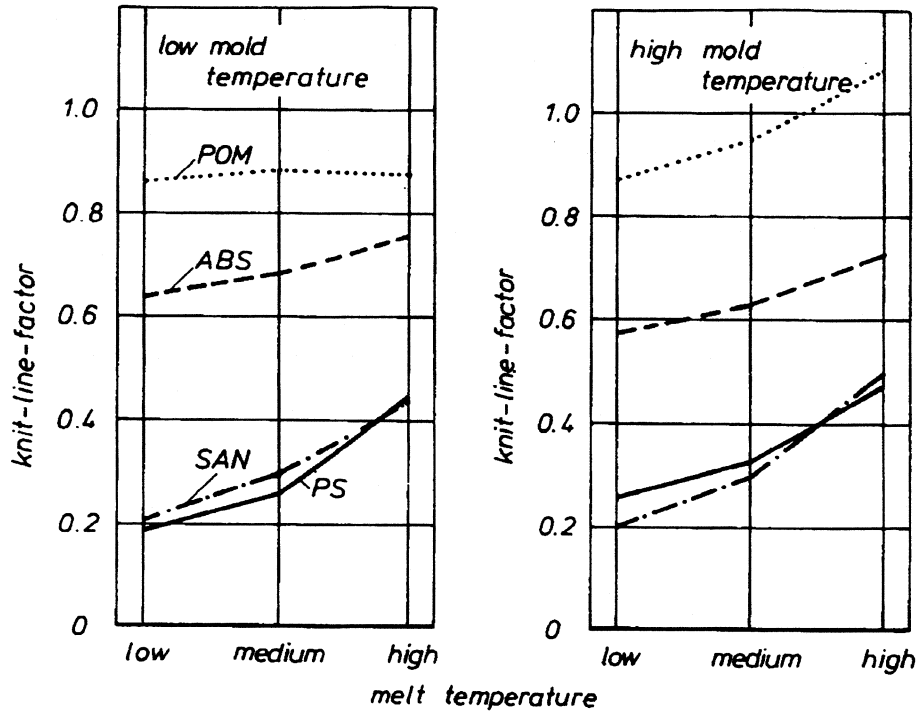


Figuur 11.16: Het ontstaan van vloeinaden

Vooraf bij een bros materiaalgedrag is het effect van vloeinaden op de sterkte groot. Het materiaalgedrag wordt broser bij lage temperaturen en hoge belastingssnelheden en daarom wordt de vloeinaadsterkte wel onder slagbelastingen bepaald. In Fig. 11.17 zijn de vloeinaadsterkten van enige plastics als functie van de massa- en de matrijstemperatuur uitgezet. In deze figuur is te zien dat de vloeinaadsterkte voor brose kunststoffen als PS en SAN tot 20 % van de slagsterkte zonder vloeinaad kan teruglopen. Dit geldt in sterkere mate voor glasvezelgevulde kunststoffen omdat deze zeer bros zijn en de vezel(tjes) loodrecht op de vloeirichting zijn georiënteerd. Het effect van de massa- en de matrijstemperatuur is minder sterk, maar zeker niet te verwaarlozen. De plaats, waar de vloeinaden optreden wordt bepaald door de aanspuitingen en met een computersimulatieprogramma als MOLDFLOW is de positie van de vloeinaden te voorspellen.

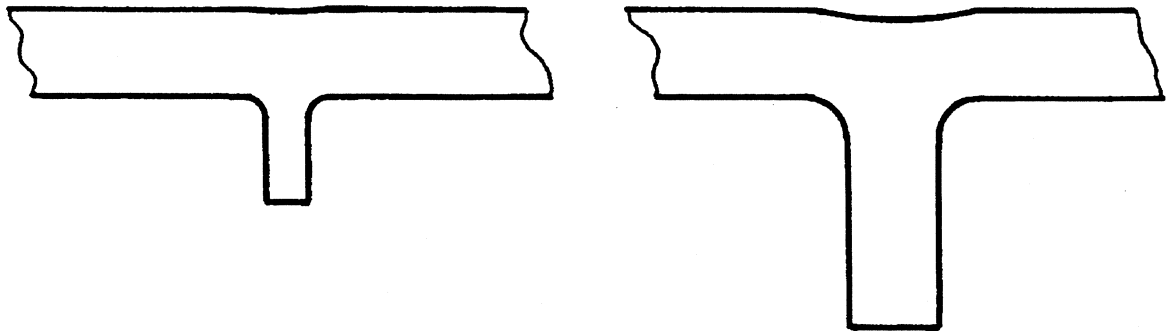
11.4.5 Foutieve verribbingen

Een efficiënte manier om de buigstijfheid van kunststof produkten te verhogen is de toepassing van ribben. De buigstijfheid van een verribde plaat of schaal kan daardoor factoren hoger worden



Figuur 11.17: Het effect van de massa- en de matrijstemperatuur op de slagsterkte van kunststoffen met een vloeinaad

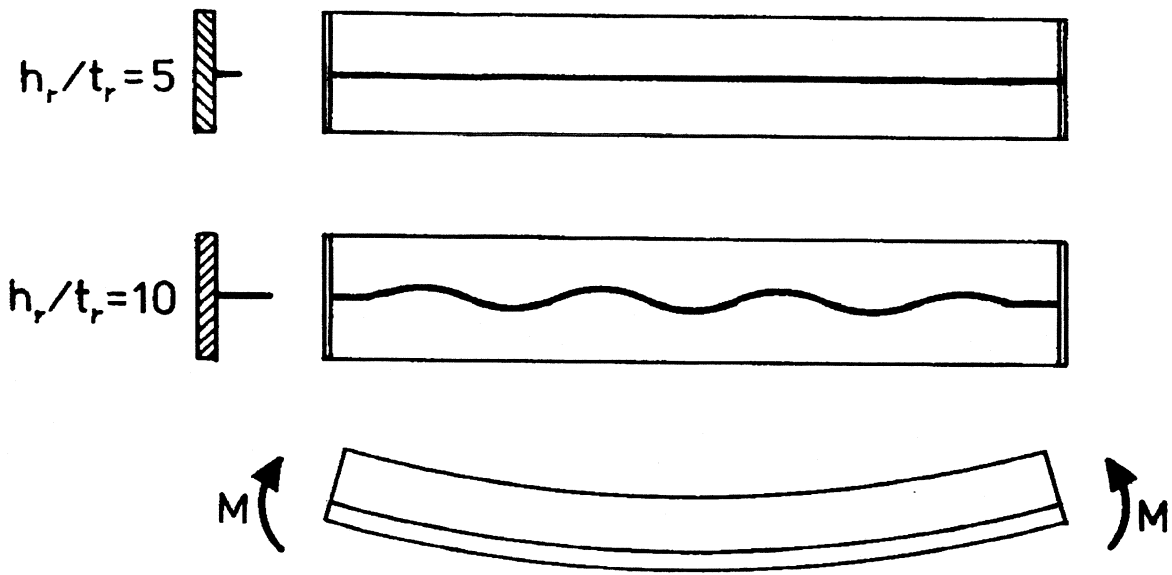
dan die van de onverribde plaat. Er kunnen echter verschillende ongewenste faalvormen optreden welke hier kort worden beschreven. Het invallen ter plaatse van de rib-plaat overgang, wat vaak een ontoelaatbare aftekening geeft. Dit effect treedt sterker op naarmate de verhouding ribdikte-plaatdikte groter is en de kunststof een grotere krimp heeft (zie Fig. 11.18). De aftekening is dus het sterkst bij de toepassing van relatief dikke ribben in een product dat uit een semi-kristallijn materiaal wordt vervaardigd.



Figuur 11.18: Inval bij verschillende ribdikte/plaatdikte verhoudingen

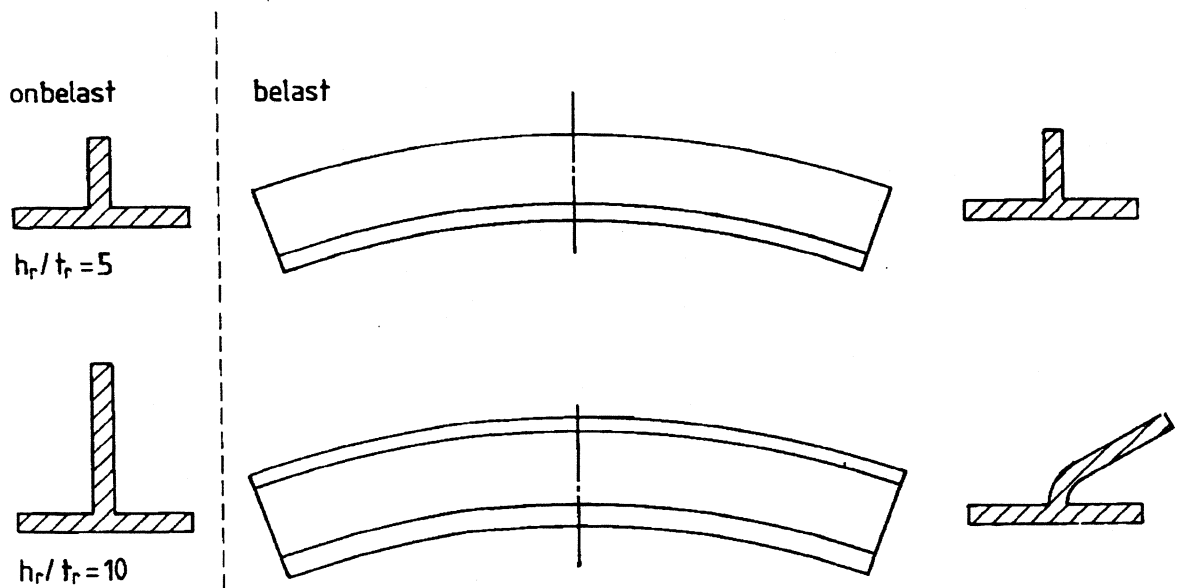
Om het effect van invallen te minimaliseren worden vaak relatief dunne ribben toegepast, wat scheurvorming en/of instabiliteit kan veroorzaken [9]. *Scheurvorming* kan ontstaan bij relatief hoge en spaarzaam geplaatste ribben op een plaat. Deze verribbing zal wel verstijven, maar niet

versterken omdat de verhoging van het traagheidsmoment kleiner is dan de vergroting van de uiterste vezelafstand, waardoor het weerstandsmoment tegen buiging lager wordt dan die van de onverribde plaat. Ribben kunnen uitknikken, als de bovenzijde op druk wordt belast. In Fig. 11.19 is dit schematisch aangegeven voor twee verhoudingen van de ribhoogte h_r t.o.v. de ribdikte t_r (h_r/t_r).



Figuur 11.19: *Uitknikken van te hoge ribben*

Een andere instabiliteitsvorm is het "omslaan" van te slanke ribben, wat in Fig. 11.20 schematisch is aangegeven.

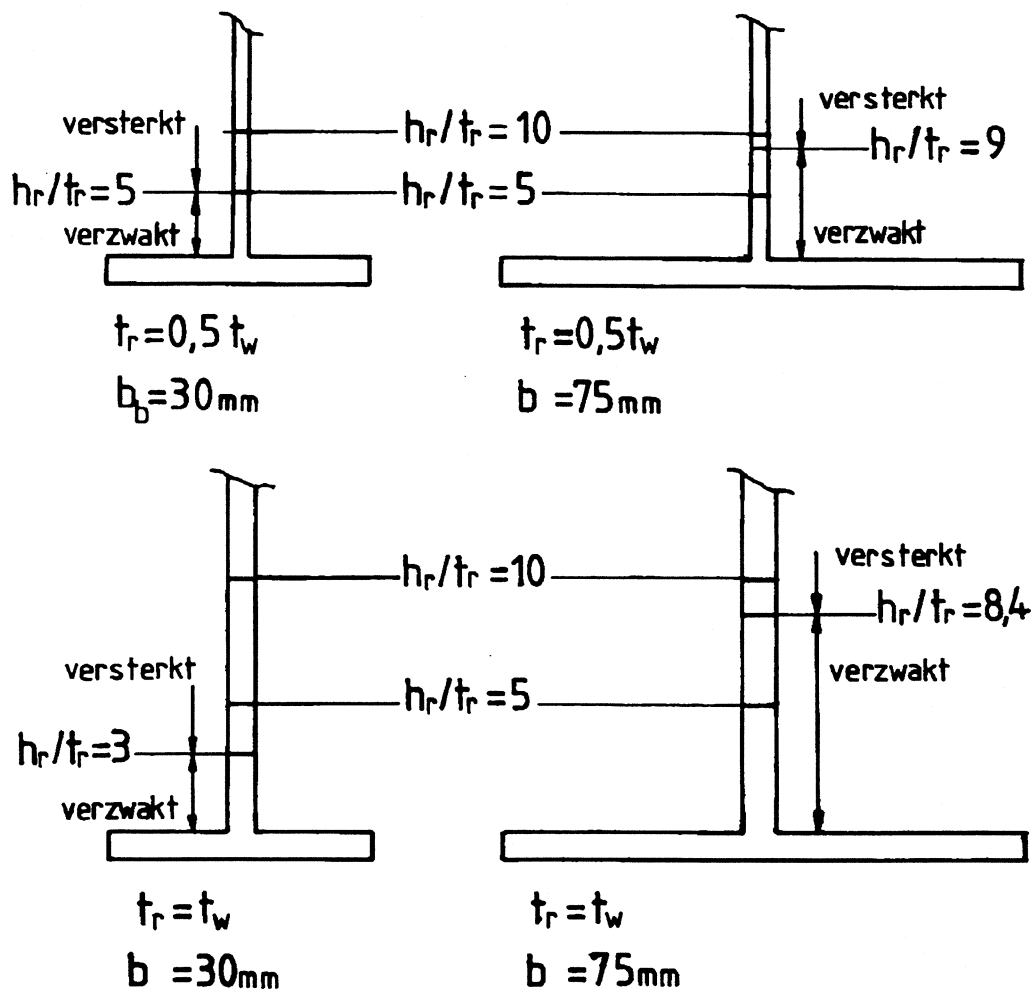


Figuur 11.20: *Omslaan van ribben*

Bij slanke ribben gelden de onderstaande stabiliteitscriteria voor zowel uitknikken als omslaan:

$$\begin{aligned} h_r/t_r < 5 &\rightarrow \text{geen instabiliteit} \\ 5 < h_r/t_r < 10 &\rightarrow \text{kans op instabiliteit} \\ h_r/t_r > 10 &\rightarrow \text{vrijwel zeker instabiliteit} \end{aligned}$$

In Fig. 11.21 is een voorbeeld gegeven van het effect van verribben op de verandering van het weerstandsmoment en de kans op instabiliteit. Dit is gedaan voor een plaat met dikte $t_w = 3 \text{ mm}$, voorzien van ribben met een dikte $t_r = 0.5t_w$ en voor ribben met een dikte $t_r = t_w$. Er zijn twee plaatbreedte $b = 30 \text{ mm}$ en $b = 75 \text{ mm}$ genomen. Uit de figuur is te zien dat alleen in het geval van een geringe breedte en een relatief dikke rib er versterkt kan worden zonder gevaar van instabiliteit.



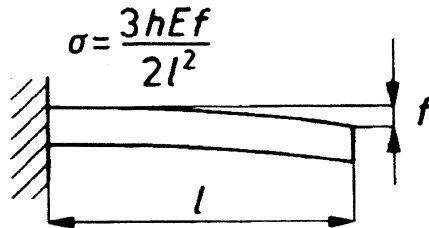
Figuur 11.21: Invloed van de rib-plaatgeometrie op de verandering van het weerstandsmoment t.o.v. de onverribde plaat

11.4.6 Te lage flexibiliteit van een constructie

De meeste constructies uit kunststoffen ondergaan een verplaatsingsbelasting. Hierbij is het van belang dat de constructie voldoende flexibel is, wat geïllustreerd kan worden aan de hand van de

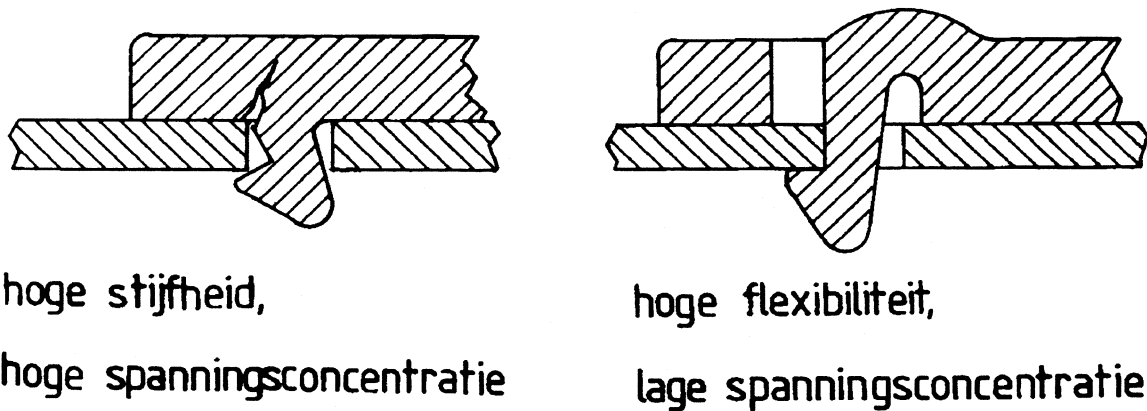
uitdrukking voor de maximale rek ε_{max} in een ingeklemde balk Fig. 11.22. In deze uitdrukking voor de maximaal optredende rek is te zien dat deze toeneemt bij een vergroting van de dikte h en een verkorting van de lengte l , wat in tegenstelling is tot wat bij een krachtsbelasting het geval is. De gegeven uitdrukking is in [9] afgeleid en hierin staan ook aanwijzingen voor het construeren van verende elementen.

$$\varepsilon_{max} = \frac{3h}{2l^2} f \quad (11.7)$$



Figuur 11.22: Verplaatsingsbelasting op een ingeklemde balk

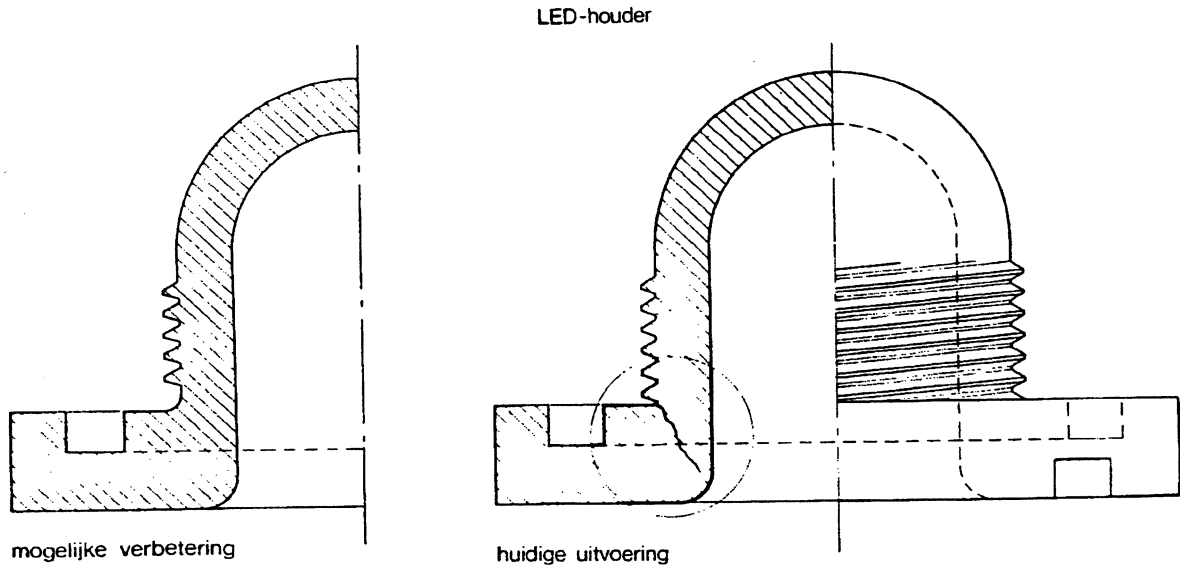
In Fig. 11.23 zijn twee uitvoeringen van een klikverbinding getekend en in de linker klikverbinding is de klikvinger kort en de afrondingsstraal relatief klein door plaatsgebrek. Er zullen bij de voet van de vinger hoge spanningen t.g.v. de verplaatsingsbelasting en de spanningsconcentratie optreden. In de rechter klikverbinding is de veerlengte groter en is de afrondingsstraal groot genoeg.



Figuur 11.23: Klikverbindingen met te hoge en juiste stijfheid.

11.4.7 Foutieve verbindingen

Verbindingen zijn vaak "de" faaloorzaak in een produkt, omdat hier een combinatie van faaloorzaken kan optreden, zoals vloeinaden, spanningsconcentraties en hoogbelaste plaatsen. *Schroefverbindingen* veroorzaken vaak falen door de spanningsconcentratie in de voet van de schroefdraad en de overgang aan het einde van de schroefdraad. Verder worden de eerste gangen van de schroefdraad hoog en de verderopgelegene gangen laag belast. In Fig. 11.24 is een voorbeeld van scheurvorming ten gevolge van hoge spanningsconcentraties bij overgang van de schroefdraad naar de bevestigingsrand gegeven.



Figuur 11.24: *Scheurvorming t.g.v. spanningsconcentratie bij een schroefdraadbevestiging*

De verbindingstechniek *lijmen* is voor een aantal kunststoffen mogelijk met een oplosmiddel of een lijm en hiervoor zijn veel literatuurgegevens bekend [10]. Enkele kunststoffen zoals PE en PP zijn slecht verlijmbaar vanwege hun lage polariteit en zijn pas na een speciale voorbehandeling, zoals bevlammen lijmbaar. De oppervlaktebehandeling van te lijmen kunststoffen dient uiterst zorgvuldig uitgevoerd te worden om onbetrouwbare verbindingen te vermijden. Bij lijmen moet altijd rekening worden gehouden met spanningscorrosie en chemische aantasting. *Lassen* van kunststoffen is slechts mogelijk indien dezelfde polymeergroepen in de te lassen polymeren aanwezig is. SAN en ABS zijn dus lasbaar vanwege de acrylonitrilgroep. Onderdelen, die door lassen verbonden worden dienen speciaal hiervoor geconstrueerd te worden, zoals de lasrillen en aandrukvlakken. De kunststoffabrikanten geven hiervoor uitgebreide ontwerp-instructies [11]. Lasverbindingen geven vaak spanningsconcentraties en thermisch gedegradeerd materiaal, waardoor scheurinitiatie gemakkelijk kan optreden. In het boekje van Böhme [12] zijn hiervan sprekende voorbeelden gegeven. *Schroefverbindingen* met zelftappers kunnen onbetrouwbaar zijn door het doldraaien van de zelftappers en daarom dienen alleen speciale zelftappers voor kunststoffen toegepast te worden en moeten de ontwerp-instructies nauwgezet worden opgevolgd. Voor nadere informatie wordt verwezen naar [13] en [14].

11.4.8 Onjuiste toleranties

Bij kunststof producten kunnen de faalvormen "*loszitten*" of "*vastlopen*" optreden door ongewenste maatveranderingen. De maatvoering van kunststofproducten wordt in meer of mindere mate beïnvloed door:

- *spreiding in de krimp en de nakrimp*
- *vochtname*
- *spreiding in de uitzettingscoëfficiënt*

De spreiding in de krimp en de nakrimp wordt sterk beïnvloed door het spuitgietproces en voor nauwkeurige onderdelen dient dit proces volledig beheerst te worden. Amorfe kunststoffen geven

Tabel 11.3: Indicaties voor de haalbare toleranties

groep	tolerantie
amorf met glasvulling	$\pm 0.075 \%$
amorf en semi-kristallijne technische kunststoffen met glasvulling	$\pm 0.1 \%$
acetaten en PP met mineralevulling	$\pm 0.15 \%$
semi-kristallijn	$\pm 0.3 \%$

een hogere maatnauwkeurigheid dan semi-kristallijne, omdat bij de laatste de kristallijniteit niet constant is. De te halen maatnauwkeurigheden zijn afhankelijk van:

- de morfologie (amorf of semi-kristallijn);
- vulmiddelen, zoals glas en mineralen;
- de beheersing van het spuitgietproces;
- de maatnauwkeurigheid van de matrijs;

De toleranties zijn verdeeld in nauwkeurigheidsklassen en in Tabel 11.3 zijn voor 4 groepen kunststoffen, al dan niet met vulling, de gemiddelde toleranties aangegeven [15]. Vochtopname kan grote maatveranderingen veroorzaken, vooral bij PA's en dit kan tot het klemmen van in elkaar passende onderdelen, zoals lagers leiden. Bij PA-6 verandert de waterabsorptie van ongeveer 3 % bij 20 °C en 50 % relatieve vochtigheid tot meer dan 10 % bij onderdompeling in water. Dit veroorzaakt een zwelling van enkele procenten en kan tot klemming van onderdelen leiden.

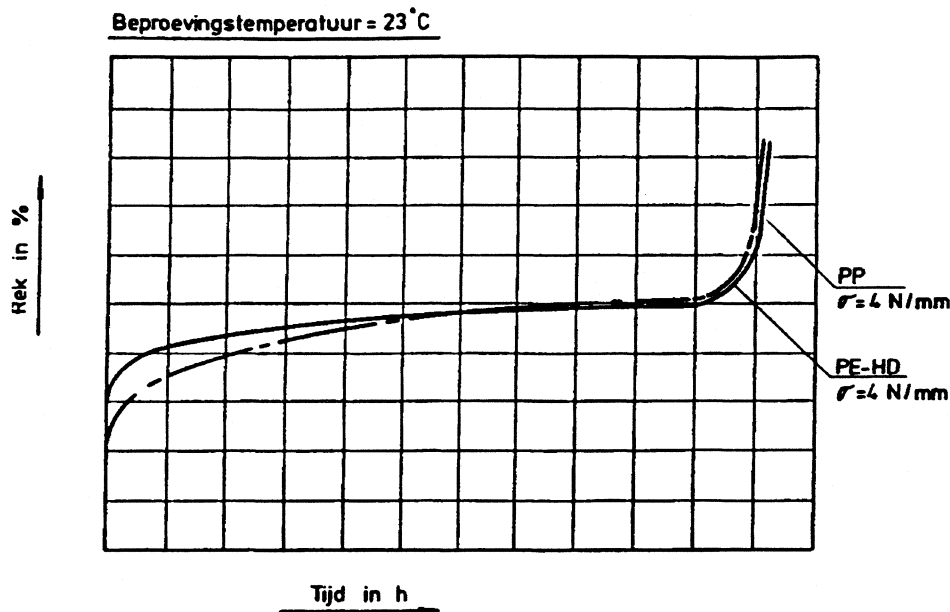
11.5 Faalmechanismen

11.5.1 Kruip

Kunststoffen zijn visco-elastische stoffen, wat betekent dat er naast een elastische vervorming een tijdsafhankelijke visceuse vervorming optreedt. Een kunststof produkt, dat aan een constante belasting wordt onderworpen, zal daardoor een in de tijd toenemende vervorming te zien geven. Dit effect treedt al bij kamertemperatuur op, in tegenstelling tot de meeste metalen, en is sterk afhankelijk van de omgevingstemperatuur. Dit faalmechanisme kan leiden tot ontoelaatbare vervormingen of zelfs tot breuk en deze soort breuk wordt wel *kruipbreuk* genoemd. In Fig. 11.25 is dit proces schematisch weergegeven voor een kunststofstaaf, die na een toenemende vervorming breekt.

Bij kruip strekken de molekuulketens, die in kluwen door elkaar heen liggen, zich. Na het verwijderen van de belasting keren de molekuulketens weer terug naar de oorspronkelijke vorm en dit proces wordt recovery genoemd. Het visco-elastisch gedrag wordt wel beschreven in de vorm van veerdemper modellen, zoals in Fig. 11.26 is aangegeven. Bij kruip wordt daartoe een parallelschakeling van een veer en een demper genomen. De demper zal pas in de loop van de tijd vervormen en hiermee doorgaan totdat de veer evenwicht maakt met de belasting. Voor een enkelvoudig veer-demper model is het verloop van de rek ε in de tijd:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (11.8)$$

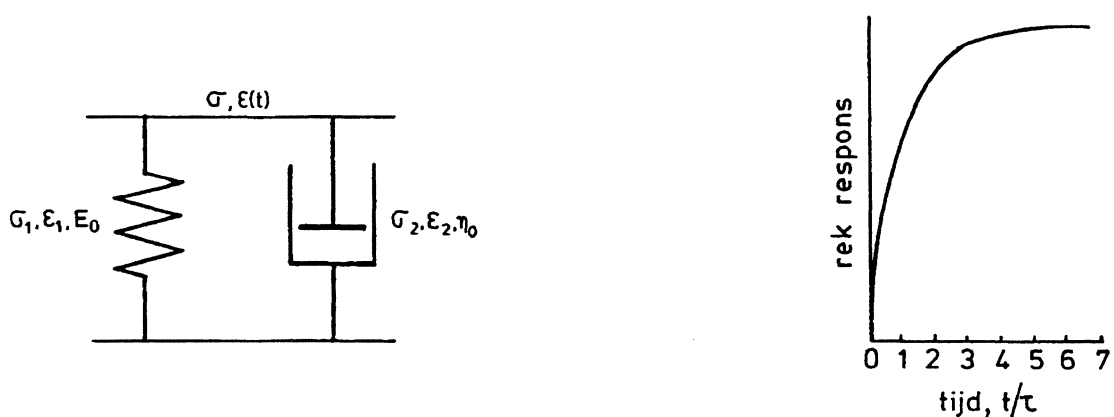


Figuur 11.25: Schematisch verloop van de vervorming in de tijd t.g.v. kruip

waarin ε_0 de initiële rek en τ de relaxatietijd is. De relaxatietijd τ is het quotiënt van de stijfheid E van de veer en de "viscositeit" η van de demper, ofte wel:

$$\tau = \frac{\eta}{E} \quad (11.9)$$

Een hoge viscositeit geeft een traag verloop van het kruipproces en daardoor een hoge relaxatietijd. Een lage elasticiteit van de veer zal het vloeien relatief langer later voortduren en geeft daardoor ook een hogere relaxatietijd.



Figuur 11.26: Het veer-demper model voor het modelleren van kruip.

Het kruipgedrag kan beschreven worden door een serieschakeling van een aantal veer-demper elementen, ook wel Kelvin elementen genoemd. Er wordt voor de vervorming meestal de

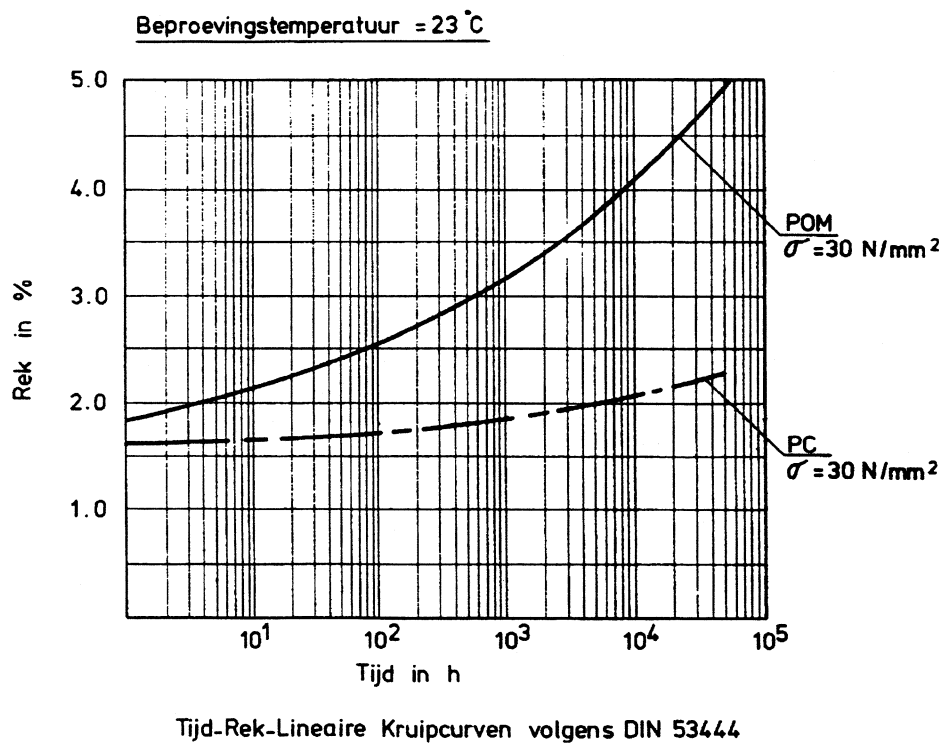
(kruip)compliantie $J(t)$ genomen en deze is:

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} \quad (11.10)$$

waarin σ_0 de aangelegde spanning en $\varepsilon(t)$ de resulterende rek is. De uitdrukking voor de kruipcompliantie $J(t)$ in termen van een generaliseerd Kelvin model is:

$$J(t) = J_0 + \sum_{i=1}^n J_i \left(1 - e^{-t/\tau_i}\right) \quad (11.11)$$

en hiermee is het kruipgedrag over een lange periode nauwkeurig te beschrijven. Het kruipgedrag wordt meestal in kruipkrommen vastgelegd met een logaritmische tijdschaal en een lineaire rek-schaal, zoals in Fig. 11.27 is weergegeven. De invloed van de temperatuur op de kruipsnelheid is bijzonder groot en hierbij is het verschil tussen de gebruikstemperatuur en de glasovergangstemperatuur van belang. Voor amorphe kunststoffen is dit verschil meestal voldoende groot tenzij de kunststof op hoge temperaturen wordt toegepast. Bij semi-kristallijne kunststoffen is de amorphe fase in de rubbertoestand en zorgt de kristallijne fase voor de weerstand tegen vervormen. De amorphe gebieden kunnen echter wel vervormen en daardoor is de kruip in semi-kristallijne kunststoffen i.h.a. groter dan in amorphe kunststoffen. In Fig. 11.27 zijn kruipkrommen voor POM ($T_g = -50^\circ\text{C}$) en PC ($T_g = 150^\circ\text{C}$) getekend en in deze figuur is te zien dat de semi-kristallijne POM veel sneller kruipt dan de amorphe PC.



Figuur 11.27: *Kruipkrommen voor POM en PC*

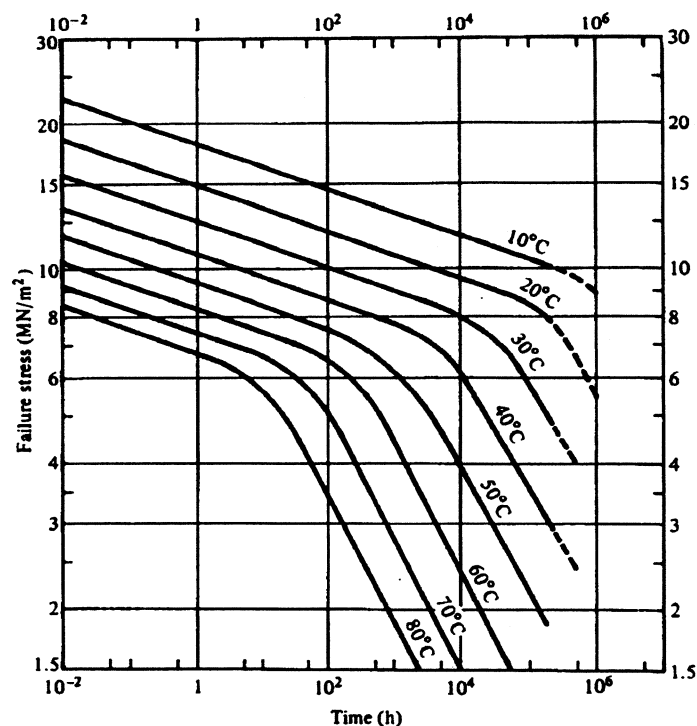
11.5.2 Statische scheuruitbreiding

Scheurtjes en imperfecties in kunststof produkten kunnen in tegenstelling tot bij metalen, onder een statische belasting groeien tot een grootte waarbij instabiele scheuruitbreiding optreedt. De

uitdrukking voor de scheuruitbreiding als functie van de tijd is:

$$\frac{da}{dt} = C_s \cdot K_I^n \quad (11.12)$$

waarin a de scheurlengte, K_I de spanningsintensiteit en n een exponent is. In Fig. 11.28 [7] is de relatie tussen de spanning bij falen en de belastingstijd gegeven voor kunststof buizen die onder verschillende temperaturen zijn belast. Bij hoge spanningsniveaus treedt taai faalgedrag op, doordat het faalmechanisme *kruip* dominant is. Bij lagere spanningsniveau treedt bros breken op, doordat t.g.v. *statische scheuruitbreiding* de scheuren zodanig groot kunnen worden, dat de kritische spanningsintensiteit optreedt, voordat vloeien optreedt. Het extrapoleren van de spanningen bij taai falen kan verraderlijke resultaten opleveren als het faalmechanisme statische scheuruitbreiding dominant kan worden.

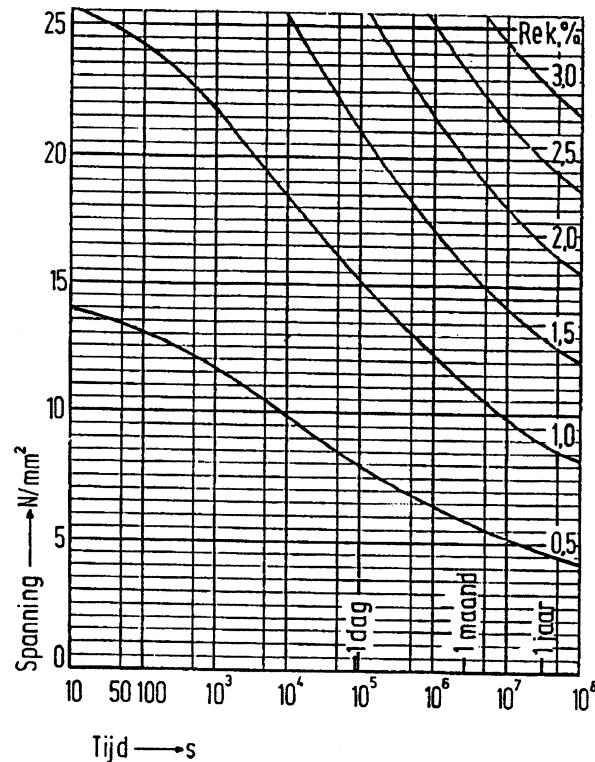


Figuur 11.28: Verband tussen de tijd tot falen en de spanning als functie van de temperatuur voor HDPE buizen

11.5.3 Spanningsrelaxatie

De spanningen in een kunststof produkt, dat een verplaatsingsbelasting wordt opgelegd, zullen in de tijd verminderen. Dit mechanisme is net als kruip sterk afhankelijk van de temperatuur. Vooral bij een klemconstructie kan zich het probleem voordoen dat er bij de montage bij kamertemperatuur hoge montagekrachten vereist zijn, terwijl bij een hoge bedrijfstemperatuur de aanvankelijk hoge klemkrachten kunnen relaxeren tot ontoelaatbaar lage waarden. Spanningsrelaxatiemetingen zijn erg kostbaar, omdat krachtopnemers een dusdanige stijfheid bezitten, dat de verplaatsing ervan door de veranderende kracht tijdens het relaxatieproces niet te verwaarlozen is. Er moet daarom gecompenseerd worden voor de verplaatsing, wat slechts met dure geregelde opstellingen mogelijk is. In het lineaire visco-elastische gebied zijn de kruipgegevens

voor spanningsrelaxatie wel te gebruiken door gebruik te maken van de zogenaamde isometrische krommen. Een voorbeeld hiervan is in Fig. 11.29 gegeven voor een POM-copolymeer.

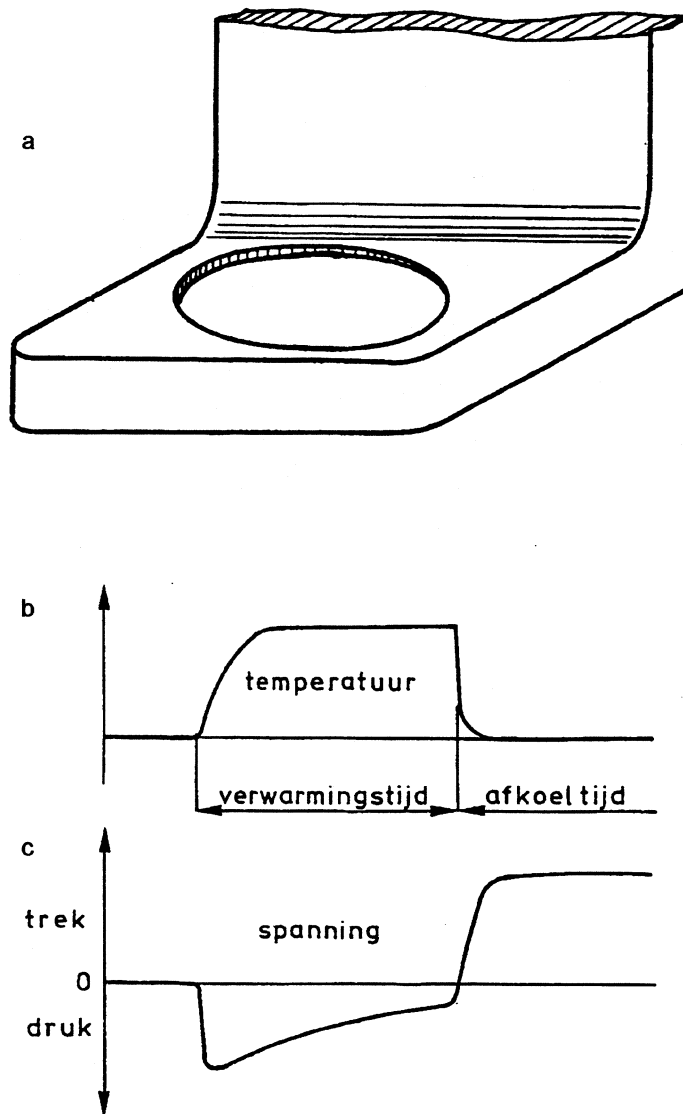


Figuur 11.29: Isometrische spanning-tijd kromme voor een POM copolymeer bij 20°C en 65% relatieve vochtigheid.

Evenals bij kruip is de invloed van de temperatuur op het relaxatiegedrag erg groot en dit betekent dat spanningen bij hoge temperaturen snel relaxeren. Voor thermische apparaten, die op verschillende temperatuurniveaus worden gebruikt kan dit zelfs tot trekspanningen aanleiding geven op plaatsen, waar drukspanningen verwacht zouden worden. Als voorbeeld hiervan wordt het temperatuurverloop van de kunststof aan de rand naast het verwarmingselement gegeven. De koffiezetter is in Fig. 11.30a gegeven en in Fig. 11.30b is het temperatuurverloop in de tijd en in Fig. 11.30c is het spanningsverloop gegeven. Tengevolge van het opwarmen van het element en de slechte warmtegeleiding van de kunststof zal er aan de binnenrand een drukspanning ontstaan, die snel zal relaxeren. Bij het afkoelen van het element zal een trekspanning ontstaan die niet snel relaxeert doordat dit bij lage temperaturen aanzienlijk langzamer verloopt.

11.5.4 Slijtage

Slijtage is een proces waarbij een ongewenste materiaal afname aan het oppervlak van t.o.v. elkaar bewegende lichamen optreedt. Kunststoffen kunnen met succes als lagermateriaal worden toegepast, indien tenminste aan de hieronder vermelde voorwaarden is voldaan. De belangrijkste voorwaarde is dat het produkt van de vlaktedruk p en de glijsnelheid v , de zogenaamde pv -waarde, niet boven een bepaalde waarde uitkomt. Hieraan moet worden voldaan, omdat bij overschrijding hiervan de warmteontwikkeling te groot wordt en in een ontoelaatbaar korte tijd grote slijtage optreedt. De slijtage is naast de pv -waarde ook afhankelijk van de slijtagefactor k , die vooral door de ruwheid van het tegenlopende oppervlak wordt bepaald. De eenvoudigste



Figuur 11.30: Verloop van de temperatuur en de spanning in een thermisch apparaat

formule, waarmee de afname h van een lichaam t.g.v. slijtage kan worden berekend is:

$$h = k \cdot pv \cdot t \quad (11.13)$$

Een aantal richtlijnen voor het ontwerpen van kunststof-metaal lageringen zijn hieronder gegeven.

- a. Metalen loopvlakken dienen glad ($< 1 \mu\text{m}$), *hard en corrosievast* te zijn.
- b. Slijtgestof moet in *gleuven* worden opgevangen.
- c. Bij het bepalen van de *lagerspeling* dient rekening te worden gehouden met de hoge warmteuitzettingscoëfficiënt en de eventuele uitzetting t.g.v. wateropname van kunststoffen.
- d. De *vlaktedruk* dient bij voorkeur niet hoger dan 1 N/mm^2 en maximaal 5 N/mm^2 te zijn.

- e. *Onrondheid* van het lager moet voorkomen worden door bij voorkeur een filmaanspuiting toe te passen.
- f. *Lagermaterialen met PTFE* vulling verdienen de voorkeur, zeker bij drooglopen.
- g. Een *grenssmeringstoestand* is vele malen beter dan drooglopen.
- h. Smeervet of olie kan de kunststof *aantasten*.

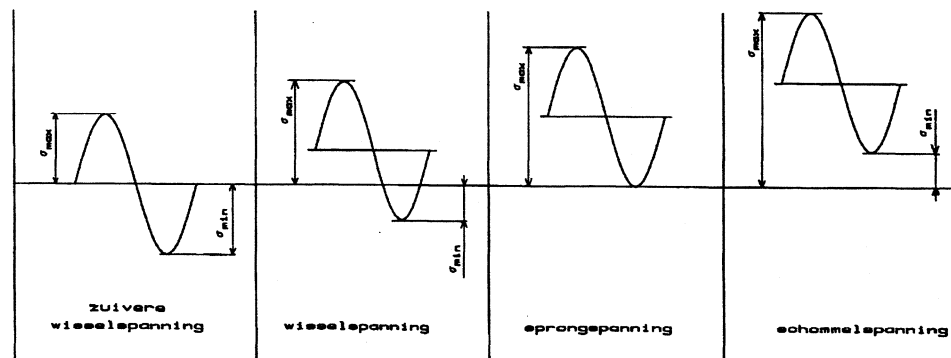
11.5.5 Vermoeiing

De definitie van *vermoeiing* is:

Het ontstaan en groeien van scheuren in een materiaal ten gevolge van een niet constante spanningstoestand in het materiaal.

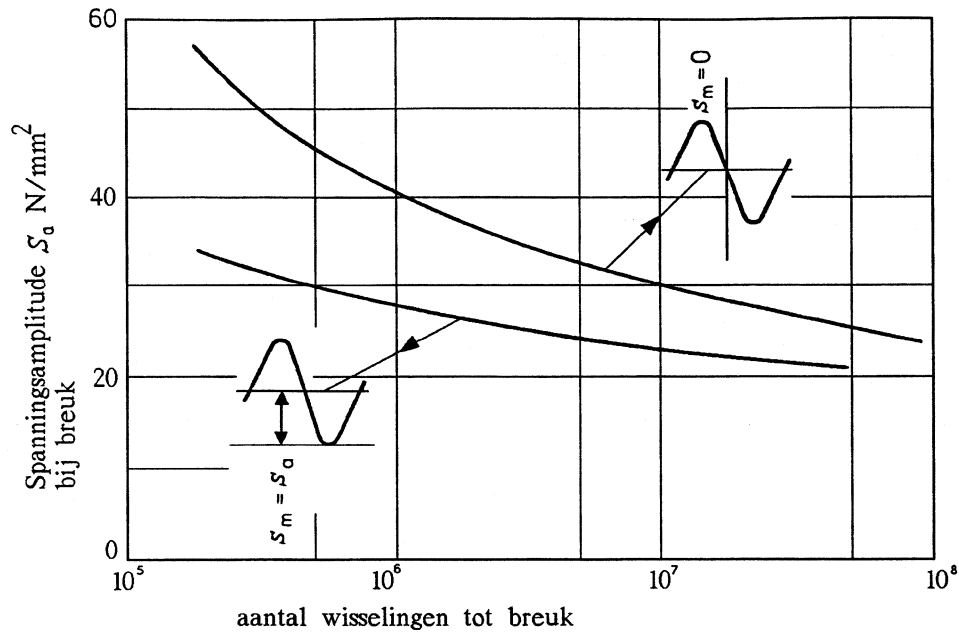
Vermoeiing is een faalmechanisme dat in dynamisch belaste produkten kan optreden bij spanningen, die ver onder de vloeigrens liggen. Kenmerkend voor het vermoeiingsproces is het cyclisch slippen van kristalroosters in metalen en van molekuulketens in kunststoffen. Ten gevolge van deze slip ontstaat een microscheur of microscheuren, welke niet of alleen met een elektronen-microscopioop waarneembaar zijn. Deze microscheuren kunnen uitgroeien tot een *macroscheur*. De macroscheur kan een kritieke grootte bereiken waarboven een produkt bij een spanningstoestand, waarbij zonder aanwezigheid van scheuren geen falen optreedt, kan doorscheuren. Enkele grootheden zijn hierbij van belang en wel:

- De *vermoeiingsbelasting* welke dynamisch is en waarvan de *belastingamplitude* de sterkste invloed op het optreden van vermoeiing heeft. In Fig. 11.31 zijn enkele belastingsverlopen getekend.



Figuur 11.31: Enkele mogelijkheden voor het verloop van vermoeiingsbelasting

- De *spanningstoestand*, waarbij de *spanningsamplitude* meestal maatgevend is voor het optreden van vermoeiing en de scheurgroei.
- De *vermoeiingsweerstand* van een materiaal uitgedrukt in een zgn. Wöhler diagram of een S-N curve. Hierbij is de *spanningsamplitude* S_a bij breuk uitgezet tegen het *aantal wisselingen tot breuk* N , wat in Fig. 11.32 is getekend voor een kunststof (POM).



Figuur 11.32: *Wöhlerkromme voor een POM*

- Verder is de *warmteontwikkeling* in kunststoffen dermate hoog dat hiermee terdege rekening gehouden dient te worden. De uitdrukking voor de ontwikkelde warmte Q per volume-eenheid is

$$Q = \pi \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot \tan \delta \cdot f \quad [W/m^3] \quad (11.14)$$

waarin:

- σ - de spanningsamplitude
- ε - de rekamplitude
- $\tan \delta$ - de verliesfactor
- f - de beproevingsfrequentie

Bij de vermoeing van kunststoffen moet al bij lage frequenties met de temperatuurverhoging rekening worden gehouden.

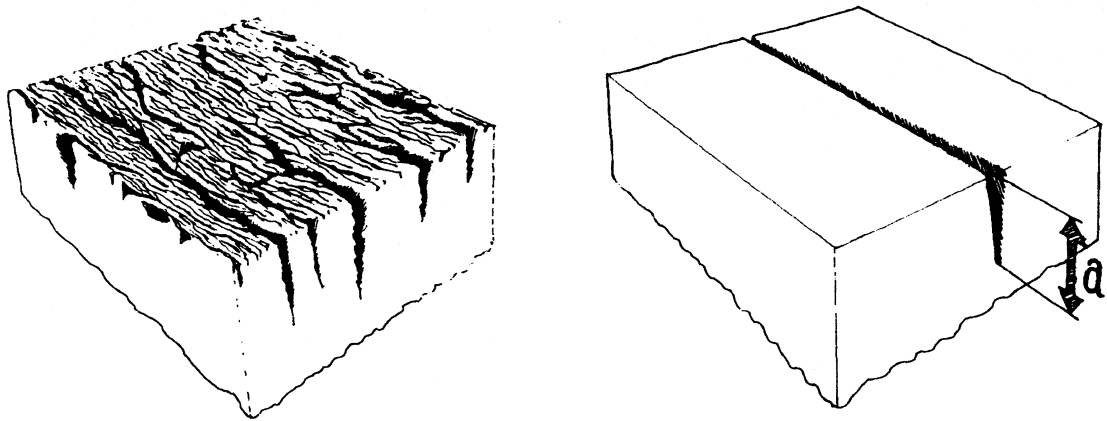
11.5.6 U.V. degradatie

De bindingen tussen de atomen van kunststofmolekulen kunnen onder invloed van bepaalde energievormen beïnvloed worden [9]. Vooral door U.V. en gammastraling of warmte treedt meestal zogenaamde ketenbreuk op. De degradatieprocessen spelen zich vooral aan het oppervlak af, zoals in Fig. 11.33 schematisch is aangegeven. De gedegradeerde laag is erg bros en er is vaak al scheurvorming in opgetreden. De weerstand tegen slagbelastingen zal hierdoor tot erg lage waarden kunnen dalen [16].

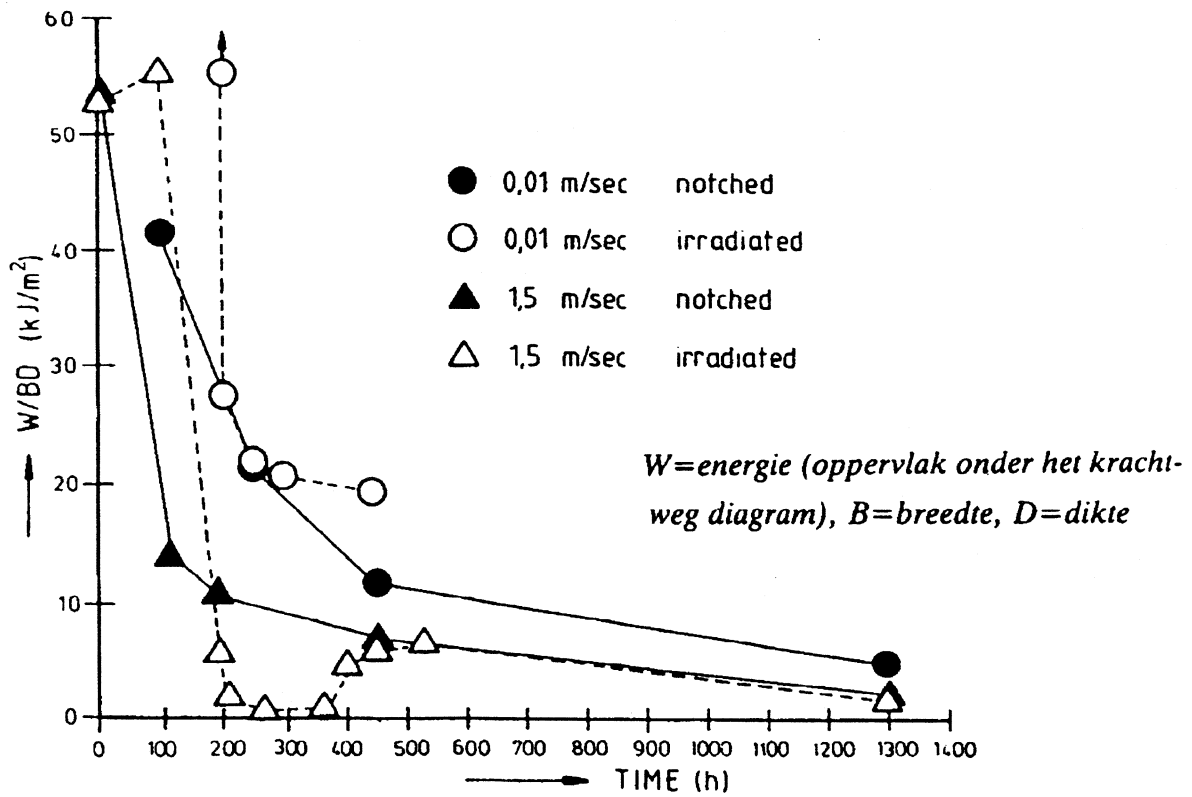
Het degradatieproces kan vertraagd worden door o.a. antioxidanten en U.V. absorbers, waarvan roet wel de bekendste is.

11.5.7 Chemische aantasting

Elke kunststof is slechts bestand tegen een beperkt aantal chemische stoffen, waarmee terdege rekening gehouden dient te worden. Verradelijk bij chemische aantasting zijn de toevoegingen.



Figuur 11.33: *Gedegradeerde oppervlaktelaag*



Figuur 11.34: *Energie tot breuk van U.V. gedegradeerde proefstukken bij belastingssnelheden van 0.01 en 1.5 m/s*

Enerzijds aan een polymeer om er een bruikbare plastic van te maken en anderzijds aan vloeistoffen om deze te stabiliseren, zoals bij vetten en reinigingsmiddelen. Het is vrij eenvoudig om na te gaan tegen welke bekende stoffen een bepaalde kunststof bestand is. In Tabel 11.4 zijn voor een aantal polymeren de stoffen gegeven waartegen zij slecht bestand zijn.

Tabel 11.4: Chemische bestendigheid van kunststoffen

	redelijk tot goed bestand tegen	slecht bestand tegen:
ABS	zuren, basen	tolueen, oplosmiddelen
PA	basen, oplosmiddelen, olie	zuren
PBTP
PC	benzeen, tetrachloormethaan
PE
PETP
PES
PMMA
POM(homo)	amonium
POM(co)		
PP
PS
PTFE
PVC
SAN

Tabel 11.5: Spanningscorrosie

polymeer	vloeistof
PE	zeepoplossingen
PC	tetrachloormethaan

11.5.8 Spanningscorrosie

De combinatie van mechanische spanning en een chemische stof kan tot scheurvorming en falen van een kunststof produkt leiden. Dit treedt op bij stoffen waartegen de kunststof in afwezigheid van interne of externe spanningen bestand is. Deze stoffen kunnen craze- en/of micro-holtenvorming bij aanwezigheid van spanningen bevorderen cq. versnellen. In de crazes en microholten kan de stof, die aanleiding geeft tot spanningscorrosie, in dit geval binnendringen. De kunststof zal hierdoor plaatselijk zwellen wat weer aanleiding kan geven tot nieuwe microholte- en of craze-vorming. Dit proces kan doorgaan totdat scheurvorming en/of breuk optreedt. Een bekend voorbeeld van een stof die de oorzaak kan zijn van spanningscorrosie bij polycarbonaat is "tetra". Polycarbonaat zonder in- of uitwendige spanningen zal door "tetra" niet worden aangetast, maar bij aanwezigheid ervan reeds bij lage spanningsniveaus brosse breuk veroorzaken. In tabel 11.5 zijn enige combinaties van kunststoffen en omgeving gegeven, die tot spanningscorrosie kunnen leiden.

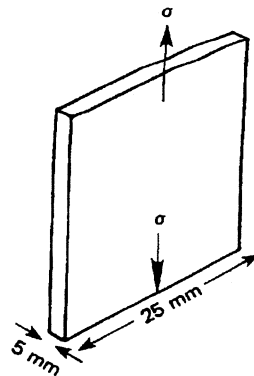
Bibliografie

- [1] Spoormaker J.L., Het ontwerpen van bedrijfszekere kunststofproducten, Kunststoffen en Rubber 1985 nummer 9
- [2] Spoormaker J.L., Het ontwerpen op bedrijfszekerheid van producten uit kunststof, De Constructeur 8 (1982) 82
- [3] Design Review Liability Preventer, R.M. Jacobs, Mechanical Engineering 34 (1975)
- [4] Peterson R.E., Stress Concentration Factors, John Wiley & Sons, New York, 1973
- [5] Roark R.J. and W.C. Young, Formulas for Stress and Strain, McGraw-Hill, Tokyo, 1976
- [6] McCrum N.G., C.P. Buckley and C.B. Bucknall, Principles of polymer Engineering, Oxford Science publications, Oxford, 1988
- [7] Powell, P.C., Engineering with polymers. Chapman and Hall Ltd, Londen, 1983
- [8] Brostow W. and R.D. Cornelissen, Mechanical Failure of Plastics, Carl Hanser verlag, München, 1985
- [9] Anemaat A. en J.L. Spoormaker, Collegedictaat Constructieeler (deel B) met Compendium Sterkteeler, TU Delft, Delft, 1989
- [10] Ahsman, A.W.M. e.a., Lijmen, Dictaat bijzondere onderwerpen IO, deel 13, TU Delft, Delft
- [11] Lemaire R., Het lassen van kunststoffen, intern rapport van de tussenafdeling van het Industrieel Ontwerpen, TH Delft, Delft, 1985
- [12] Böhme E., Failure Analysis using Microscopic Techniques, DuPont, Geneva, 1987
- [13] Sewalt K., Schroefverbindingen in producten uit kunststof, intern rapport van de tussenafdeling van het Industrieel Ontwerpen, TH Delft, Delft, 1984
- [14] Knapp H. und H. Mohr, Konstruieren mit thermoplastischen Kunststoffen, Teil 2 Schraubverbindungen, BASF-brochure, Ludwigshafen
- [15] Bijlsma A.E., Precisiespuitgieten, intern rapport van de tussenafdeling van het Industrieel Ontwerpen, TH Delft, Delft 1986
- [16] Schoolenberg G.E., A study of the Ultra-Violet Degradation of Polypropylene Polymer, Diss. TU Delft, Delft, 1988
- [17] Ogorkiewicz, R.M., Thermoplastics, Properties and Design. John Wiley & Sons, London, 1974

11.6 Oude tentamen opgaven

11.6.1 Opgave 1, Scheurvorming.

- 1.1 Hoe is de spanningsconcentratiefactor gedefinieerd, waarvan is deze afhankelijk en hoe kan deze worden bepaald. Verduidelijk uw antwoord aan de hand van een voorbeeld.
- 1.2 Wanneer heeft de spanningsconcentratiefactor geen betekenis meer. Welk gereedschap staat u dan nog ter beschikking. Welke grootte speelt hierbij een belangrijke rol.
- 1.3 Een ongekerfde plaat, welke vervaardigd is uit een bros kunststof materiaal, wordt op trek belast. Uit de experimentele resultaten blijkt dat de plaat een treksterkte heeft van $\sigma_f = 85 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$.



$$\sigma_f = 85 \text{ MN m}^{-2}$$

$$K_c = 1.25 \text{ MN m}^{-3/2}$$

$$\begin{aligned} \text{dikte } t &= 5 \text{ mm} \\ \text{breedte } b &= 25 \text{ mm} \end{aligned}$$

Met behulp van aanvullende experimenten is bepaald dat de spanningsintensiteitsfactor gelijk is aan: $K_c = 1,25 \cdot 10^6 \text{ N/m}^{3/2}$.

De spanningsintensiteitsfactor die hierbij een rol speelt kan benaderd worden met de onderstaande uitdrukking:

$$K_c = \frac{P \sqrt{a}}{b \cdot t} \left\{ 1,99 - 0,41 \left(\frac{a}{b} \right) + 18,7 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 38,48 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 53,85 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right\}$$

met:

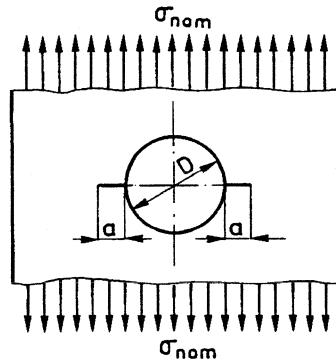
$$\begin{aligned} K_c &= \text{Spanningsintensiteitsfactor in } \text{N/m}^{3/2} \\ P &= \text{Belasting in } \text{N} \\ b &= \text{Breedte van de plaat in } \text{m} \\ a &= \text{Scheurlengte in } \text{m} \end{aligned}$$

De voornoemde plaat bevat allerlei inwendige onvolkomenheden en deze onvolkomenheden kunnen worden vertaald naar equivalente micro-scheurtjes met een scheurlengte a_0 ($a_0 \ll 1$).

Bepaal aan de hand van de gegevens deze equivalente scheurlengte a_0 van de micro-scheurtjes.

11.6.2 Opgave 2, Statische scheuruitbreiding.

Gegeven plaat met gat, diameter D en twee randscheuren met een initiële scheurlengte a_0 . Op de plaat werkt een constante belasting σ_{nom} (zie figuur).



Gegeven: (let op eenheden !!)

Diameter:	D	=	10 mm
initiële scheurlengte:	a_0	=	1 mm
Belasting:	σ_{nom}	=	15 N/mm^2
Krit. span. int. factor:	K_{Ic}	=	$6 \cdot 10^6 \text{ N/m}^{3/2}$
Constante:	C_s	=	$1.07 \cdot 10^{-30} \text{ m}^7/\text{s N}^4$
Geometriefactor:	Y	=	$2,4$
Constante:	n	=	4

Benodigde formules:

$$K_I = \sigma \cdot Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$\frac{da}{dt} = C_s (K_I)^n$$

$$\int a^{-\frac{n}{2}} da = \frac{2}{2-n} \frac{1}{a^{\frac{(n-2)}{2}}} + C$$

met:

Spanningsint. factor:	K_I	$\text{N/m}^{3/2}$
Scheurlengte:	a	mm
Tijd:	t	s
Belasting:	σ	N/mm^2

Gevraagd:

2.1 Bepaal met de beschikbare gegevens de spanningsintensiteitsfactor K_I

2.2 Bepaal die scheurlengte a_c waarbij het initiatiepunt voor instabiele scheuruitbreiding zal worden bereikt.

2.3 Leid de relatie af tussen de tijd t_f , de scheurlengten a_c en a_0 waarop deze instabiele scheuruitbreiding geïnitieerd wordt ($t_f = g\{a_c, a_0, C_s, \dots\}$).

2.4 Bepaal de tijd t_f die nodig is om het initiatiepunt voor instabiele scheuruitbreiding te bereiken.

11.6.3 Antwoorden**Antwoord 1.3**

$$a_0 = 0.000055 = 55 \mu m$$

Antwoord 2.1

$$K_I = 2.02 \cdot 10^6 \text{ N/m}^{3/2}$$

Antwoord 2.2

$$a_c = 0.0088 \text{ m} = 8.8 \text{ mm}$$

Antwoord 2.3

$$t_f = \frac{1}{C_s \cdot \sigma_{nom}^n \cdot Y^n \cdot \pi^{n/2}} \frac{2}{(n-2)} \left\{ \frac{1}{a_0^{(n-2)/2}} - \frac{1}{a_c^{(n-2)/2}} \right\}$$

Antwoord 2.4

$$t_f = 50.0 \text{ s}$$

Hoofdstuk 12

Veiligheidsbeproevingen van kunststof produkten

12.1 Inleiding

Produkten moeten zowel aan functionele, veiligheids- als aan bedrijfszekerheidseisen voldoen om hen op de markt te kunnen krijgen en te houden. Er worden daartoe in een zo vroeg mogelijk stadium van het ontwikkelingsproces beproevingen uitgevoerd aan prototypen en produkten uit een proefmatrijs en/of uit de aanloopserie. In dit hoofdstuk worden alleen de veiligheidsbeproevingen behandeld en met name die, waarmee kan worden getest of aan de brandbaarheidseisen en de elektrische veiligheidseisen kan worden voldaan of is voldaan.

Deze eisen worden in toenemende mate belangrijk in verband met de strengere veiligheidseisen in veel landen en de produktaansprakelijkheidseisen. Het is voor de ontwerper van belang zich te realiseren dat bij keuringen het uiteindelijke apparaat wordt beproefd, maar dat door een goede materiaalkeuze en het op de juiste wijze toepassen van ontwerprichtlijnen, de kans op het met succes voldoen aan een bepaalde test aanzienlijk vergroot kan worden. Er wordt dan bovendien geen of weinig tijdverlies geleden, wat in de ontwikkelingen in de moderne kwaliteitszorg van groot belang is.

De druk op ontwikkeltijden en levertijden is al groot en daarom is de beheersing van het ontwerpproces op dit gebied van essentieel belang. Er worden in dit hoofdstuk veel standaardbeproevingsmethoden globaal besproken en voor de details wordt verwezen naar de aangegeven literatuur.

De eenheid in beproevingen is bij lange na nog niet bereikt, vandaar dat veel verschillende beproevingsmethoden, die onderling sterke overeenkomsten hebben, naast elkaar bestaan. Het is daardoor nodig dat voor ieder land apart, waarnaar een bedrijf wil exporteren aparte veiligheidsbeproevingen worden vereist. Dit is soms het gevolg van nationalistische en protectionistische maatregelen, die ondanks de internationale samenwerking maar langzaam verdwijnen.

Er zijn echter aanwijzingen dat vooral de ISO-normen in toenemende mate internationaal geaccepteerd zullen worden. Vooralsnog zijn op dit moment vooral de UL-normen verreweg de belangrijkste en voeren veel kunststof leveranciers UL-beproevingen uit aan hun materialen. Voldoet een kunststof aan een bepaalde UL-norm, dat wordt dit op de zgn "recognition cards" (gele kaarten) vermeld en verloopt de keuring van het uiteindelijke produkt uit kunststoffen waarvan een "gele kaart" bestaat aanzienlijk sneller.

Tabel 12.1: Overzicht belangrijkste normen m.b.t. brandgedrag

<i>ISO</i>	<i>International Standardization Organisation (ISO)</i>
<i>DIN</i>	<i>Deutsche Industrie Normen (DIN)</i>
<i>ASTM</i>	<i>American Society for Testing and Materials (ASTM)</i>
<i>IEC</i>	<i>International Electrical Commission (IEC)</i>
<i>UL</i>	<i>Underwriter's Laboratories (UL)</i>

12.2 Brandtechnische eisen

Kunststoffen bestaan voornamelijk uit koolstof- en waterstofverbindingen en zijn daardoor brandbaar. De mate van brandbaarheid wordt vooral door de koolstof-koolstofbinding bepaald, wat in [2] nader is toegelicht.

Een goede indicatie voor de brandbaarheid van kunststoffen is de zuurstofindex test, waarin het minimum gehalte aan zuurstof wordt bepaald, waarbij de verbranding van een brandstaaf bij kamertemperatuur nog net in stand kan worden gehouden. Een zuurstofindex lager dan 21 % betekent dat een kunststof in lucht kan verbranden en een index hoger dan 21 duidt op zelfdovendheid bij kamertemperatuur. Een beschrijving van deze test is in het overzicht van brandtesten gegeven. De brandbaarheid van kunststoffen kan worden verminderd door:

- *chemische modificaties zoals het chloreren van PE*
- *het gebruik van additieven, zoals halogeen-(Cl en Br), fosfor- en stikstofverbindingen, waarbij de combinatie met antimoontrioxide een synergetische werking heeft*

Voorbeelden van de invloed van het chloreren op de zuurstofindex: de zuurstofindex van PE is 17 en die van gechloreerd PE 21; de zuurstofindex van PVC is 42, wat een vrij hoge waarde voor een kunststof is. De zuurstofindex test heeft slechts een beperkte voorspellende waarde over het brandgedrag van een kunststof produkt, omdat de test onder kunstmatige omstandigheden wordt uitgevoerd. Er zijn daarom testen ontworpen waarmee het brandgedrag onder de hieronder vermelde omstandigheden beter kan worden voorspeld.

Deze omstandigheden zijn onder andere:

- *een normale atmosfeer*
- *contact met een vlam aan de zijkant of de onderkant van een voorwerp*
- *verhoging van de temperatuur van de kunststof, waardoor brandbare gassen kunnen ontstaan*
- *contact van elektrische geleiders, waarin kortsluiting is ontstaan, die in contact komen met de kunststof behuizing*
- *het voorkomen van uitsparingen en dunne wanddikten in kunststof produkten*

Er zijn voor de hierboven vermelde omstandigheden beproevingen voorgeschreven volgens een aantal normen, waarvan de normen in tabel 12.1 de belangrijkste zijn:

In de normen, die voor iedere beproeving gelden zijn de beproevingsomstandigheden en de afmetingen van de te beproeven objecten nauwkeurig vastgelegd. Er is ook voorgeschreven hoe groot het aantal te beproeven objecten is en hoe de resultaten statistisch verwerkt moeten worden. Het is niet nodig alle beproevingen in detail te kennen, maar wel het doel en de uitvoeringsvorm

Tabel 12.2: Overzicht normen voor brandtesten voor specifieke toepassingsgebieden

<i>bouw</i>	<i>DIN 4102 en CSTB (Frans)</i>
<i>luchtvaart</i>	<i>FAR 25(internationaal) en LTV 1500-850 (Duits)</i>
<i>wegverkeer</i>	<i>MVSS 302(USA) en DIN 75200 (Duits)</i>

van elke beproeving te kunnen reproduceren.

De zuurstofindex test is een beproeving waarmee materialen qua brandbaarheid kunnen worden gerangschikt. De voorspellende waarde voor het brandgedrag van produkten is niet sterk.

De brandtesten volgens UL zijn bedoeld kunststoffen, die in contact komen met een vlam, in brandbaarheidsklassen te kunnen indelen. Deze UL testen zijn internationaal de meest toegepaste testen, waarmee het brandgedrag van kunststof brandstaven wordt bepaald. De kunststofleveranciers laten op grote schaal hun materialen testen bij UL en krijgen daardoor een zogenaamde recognition in de vorm van een gele kaart, waardoor produkten uit een door UL getest materiaal sneller door de test van het produkt kunnen komen.

De horizontale brandtest volgens UL is voor kunststoffen, die makkelijk brandbaar zijn en waarvan de brandsnelheid wordt bepaald.

De verticale brandtest volgens UL is voor kunststoffen, die moeilijker brandbaar zijn en waarvan de brandduur, de gloeitijd en het ontstaan van brandende druppels wordt bepaald om het materiaal in een klasse in te delen.

De gloeidoorntest wordt gebruikt om te bepalen of bij verhitting van een kunststof brandbare gassen ontstaan.

De gloeidraadtest wordt gebruikt om te bepalen of een kunststof produkt na contact met gloeiende bedrading ontbrandt, hoe lang de brandduur is en of er brandende druppels worden gevormd.

De naaldvlamtest wordt uitgevoerd aan delen van produkten en hiermee kan de meest ongunstige plaats qua brandgedrag worden bepaald. Er zijn nog vele andere normen voor brandtesten voor specifieke toepassingsgebieden, zoals voor de bouw, de luchtvaart en de automobieliindustrie. De meest gebruikte normen in Europa zijn gegeven in tabel 12.2:

De ontwerper moet zich realiseren dat uiteindelijk het produkt wordt getest op brandgedrag en niet alleen het materiaal. De door de kunststof fabrikanten verschaftte gegevens over het brandgedrag van hun materialen zijn daarom vooral van belang bij de materiaalkeuze.

Benaming van de test: **Zuurstofindex test**
 normen: **ISO 4589, ASTM D 2863-77**
 meest gebruikte aanduiding: **Zuurstofindex test**

doel van de test:

Het bepalen van de minimum concentratie zuurstof, waarbij een brandstaaf nog net blijft branden.

uitvoering:

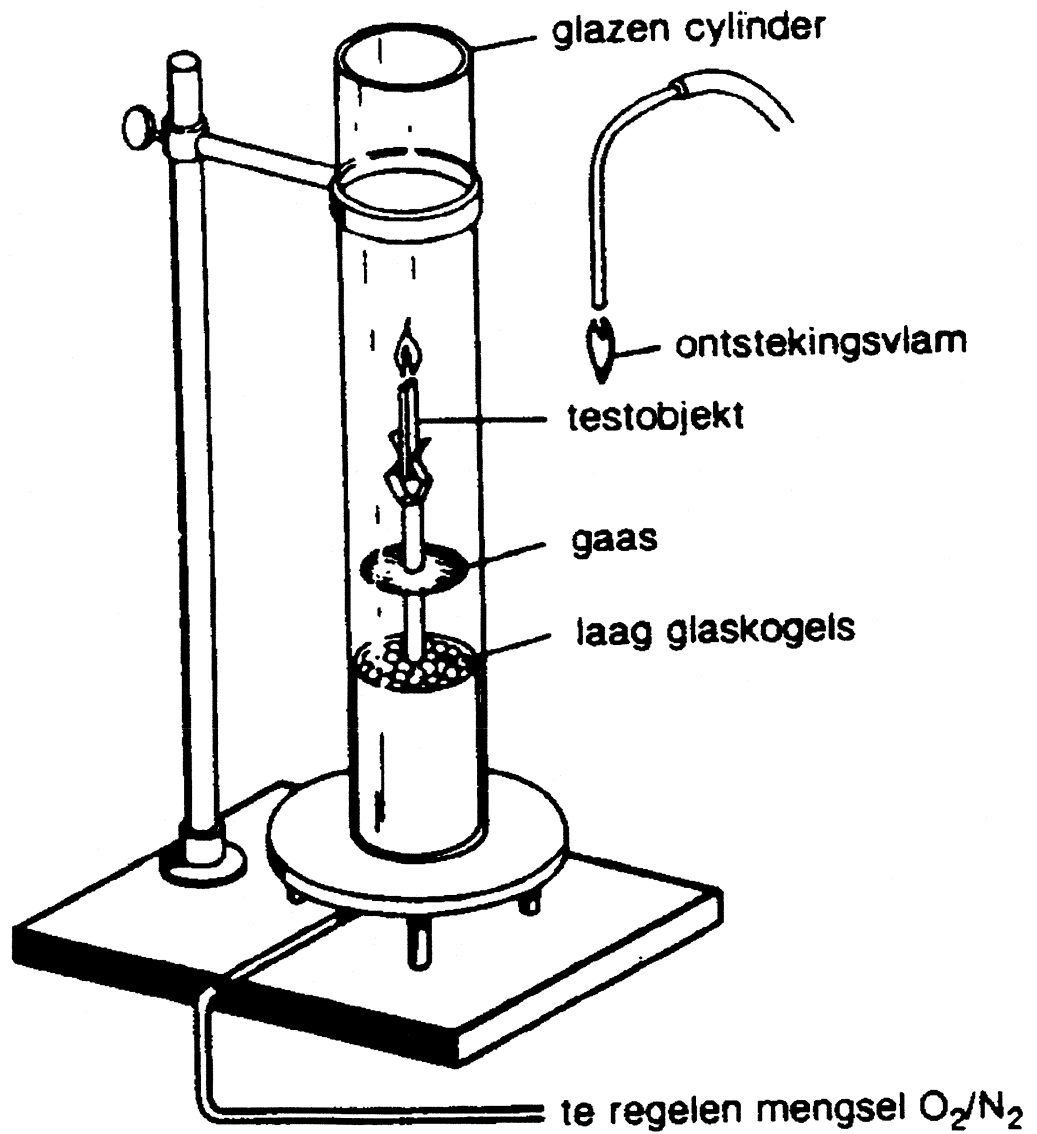
Een brandstaafje van voorgeschreven afmetingen wordt verticaal gehouden in een glazen cylinder waarin de concentratie van zuurstof en stikstof regelbaar is. Het vrije uiteinde wordt aangestoken en er wordt vastgesteld bij welke minimum concentratie zuurstof de brandstaaf na het verwijderen van de aansteekvlam nog verder brandt.

criteria:

De minimum concentratie zuurstof, die nodig is voor het zelfstandig verder branden wordt opgegeven. Een lage concentratie O_2 duidt op een hogere brandbaarheid.

Tabel 12.3: Overzicht polymeer zuurstofindex

Polymer	O.I.
Polyacetal	15
Polymethyl methacrylate	17
Polyethylene	18
Polypropylene	18
Polystyrene	18.5
ABS	19
Polyethylene terephtalate	21
Aliphatic polyamide	23
Modified PPO	24
Polycarbonate	26
Aromatic polyamide	28.5
PPO	29
Polysulfone	30
PVC	42
PVDF	44
Polyetherimide	50
PVDC	60
Carbon	60



Figuur 12.1: *Zuurstofindex volgens ANSI/ASTM D 2863-77*

Benaming van de test: **Horizontale brandtest**

normen: **DIN VDE 0304, IEC 707, UL 94, CSA C 22.2, ISO, ASSTM D 635**

meest gebruikte aanduiding: **Horizontale brandtest volgens UL**

doel van de test:

Brandsnelheid, brandduur

uitvoering:

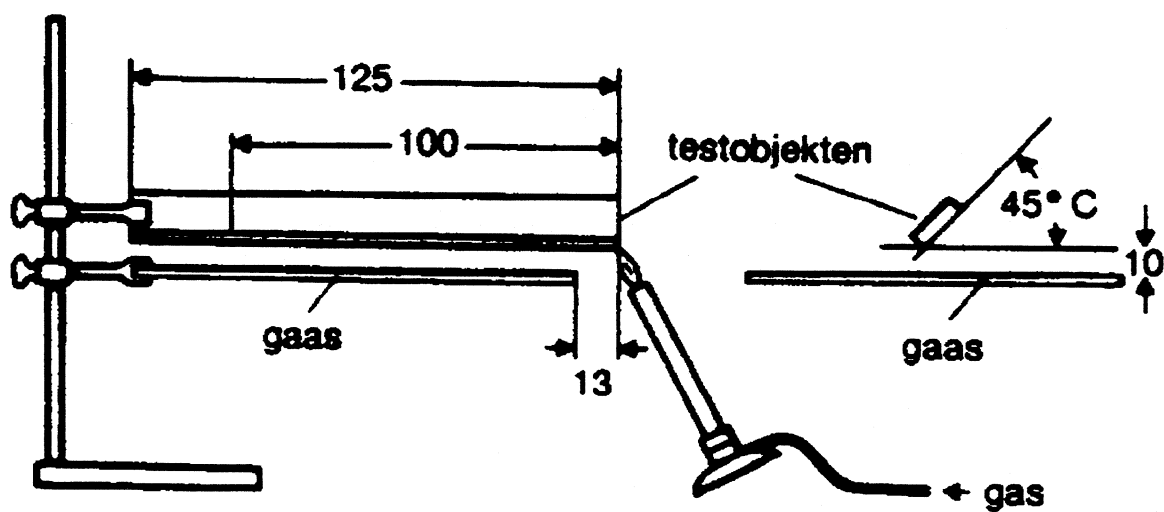
Een brandstaafje met de afmetingen $l = 125 \text{ mm}$, $b = 12.5 \text{ mm}$ en dikte $d < 12.5 \text{ mm}$ wordt horizontaal gehouden en het vrije uiteinde wordt één keer met een bunsenbrandervlam in contact gebracht. De duur van het contact met de vlam is in de normen vastgelegd.

criteria:

Afhankelijk van de brandweg na het contact met de bunsenbrander, de brandsnelheid van de brandstaaf wordt het materiaal in een brandbaarheidsklasse ingedeeld. De criteria voor het indelen in een bepaalde brandbaarheidsklasse zijn in onderstaand overzicht gegeven.

Tabel 12.4: Horizontale brandtest voor brandbaarheidsklasse 94 HB

Testcriteria voor brandheidsklasse 94 HB	
a.) Brandsnelheid	Dikte testobjekt
max. 38.1 mm/min	3.05, ... ,12.7 mm
max. 76.2 mm/min	$\leq 3.05 \text{ mm}$
b.) vlam dooft voor het tweede meetpunt	



brandbaarheid van vaste testobjekten volgens ANSI/ASTM D 635-77 (ongeveer overeenkomend met UL 94 (1980))

Figuur 12.2: Brandbaarheid vaste objecten volgens ANSI/ASTM D 635-77

Benaming van de test: **Verticale brandtest**

normen: **DIN VDE 0304, IEC 707, UL 94, CSA C 22.2, ISO, ASTM D 635-77**

meest gebruikte aanduiding: **Verticale brandtest volgens UL**

doel van de test:

Brandduur. totale brandduur per brandstaaf, afvallende brandende druppels

uitvoering:

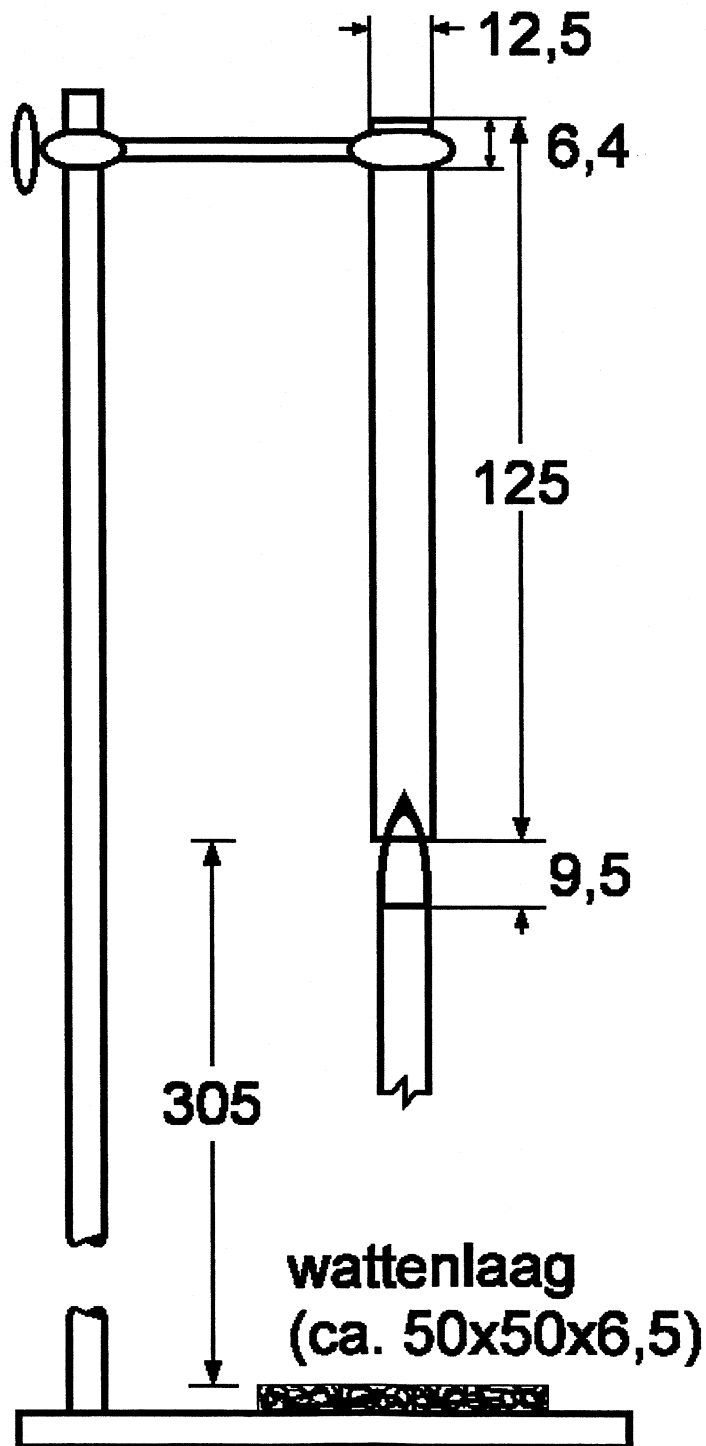
Een brandstaafje met de afmetingen $l = 125 \text{ mm}$, $b = 12.5 \text{ mm}$ en dikte $d < 12.5 \text{ mm}$ wordt verticaal gehouden en het vrije uiteinde wordt een aantal malen met een bunsenbrandervlam in contact gebracht. Het aantal malen en de duur van het contact met de vlam zijn in de normen vastgelegd.

criteria:

Afhankelijk van de brandduur na ieder contact met de bunsenbrander, de totale brandduur van de brandstaaf en het al dan niet vormen van brandende druppels wordt het materiaal in een brandbaarheidsklasse ingedeeld. De criteria voor het indelen in een bepaalde brandbaarheidsklasse zijn onderstaand overzicht gegeven.

Tabel 12.5: Brandbaarheid van vaste testobjecten volgens UL 94 (1980)

Testcriteria	Brandbaarheidsklasse		
	94 V-0	94 V-1	94 V-2
Brandduur na iedere bevlamming	$\leq 10 \text{ s}$	$\leq 30 \text{ s}$	$\leq 30 \text{ s}$
Totale brandduur per test object (10 bevlammingen)	$\leq 50 \text{ s}$	$\leq 250 \text{ s}$	$\leq 250 \text{ s}$
Afbranden door gloed of vlammen tot aan de bevestigingsklem	nee	nee	nee
Gloeitijd na de 2 ^e bevlamming	$\leq 30 \text{ s}$	$\leq 60 \text{ s}$	$\leq 60 \text{ s}$
Vlamvatten van wattelaag door brandende druppels	nee	nee	ja



brandbaarheid van vaste testobjecten volgens UL 94 (1980)

Figuur 12.3: Brandbaarheid vaste objecten volgens UL 94 (1980)

Benaming testmethode: **Cone Calorimeter brandproef.**

Normen: O.a. ISO 5660, ASTM E 1354 en -E 1474, NBSIR-82-2611, NFPA 264A, MIL STD H2031.

Doel van de proef:

Het op eenduidige wijze vastleggen, in "engineering units", van een aantal brandgedragbepalende eigenschappen van materialen om aldus voorspellingen over het brandgedrag van constructies te kunnen doen.

Uitvoering van de proef:

Een monster van $100 \cdot 100 \text{ mm}$, met een dikte tussen praktisch nul en ca. 100 mm , wordt d.m.v. een conische warmtestraler verhit. De hierbij optredende pyrolysegassen worden ontstoken. De tijd tot ontbranding wordt gemeten. Verder wordt het O_2 -verbruik nauwkeurig gemeten; de "rate of heat release" wordt bepaald met de formule dat iedere kg verbruikte O_2 een warmteafgifte van ca. $13,1 \text{ MJ}$ veroorzaakt. (Oxygen depletion principe). Daarnaast worden de rookdichtheid, rookgassamenstelling en mate van massaverlies gemeten. Deze data kan in computerbrandmodellen worden toegepast.

Samengevat:

- ontbrandbaarheid (time to ignition) : van belang voor de mate van ontvlambaarheid.
- "rate of heat release" : van belang voor brandoverslag.
- rookdichtheid : van belang voor zicht op vluchtwegen.
- rookgassamenstelling : i.v.m. ontwikkeling van giftige gassen.
- mate van massaverlies : t.b.v. computer brandmodellen.
- roethoeveelheid : t.b.v. mate van vervuiling

Uiteraard kunnen afgeleide parameters aan de hand van deze gemeten waarden bepaald worden. De cone calorimeter is een apparaat dat bij uitstek voor R&D- en klassificatie- en certificatie-doeleinden geschikt is. Correlatie met de "echte" branden en andere normen, o.a. ISO 9705 Full Room Corner test, is aangetoond.

Criteria:

Daar er verband is tussen de "rate of heat release" en een "echte brand" kan met de cone calorimeterproef nauwkeurig voorspeld worden hoe materialen zich bij "echte" branden zullen gedragen. En dus of ze wel of niet veilig zijn onder de gegeven omstandigheden. De cone calorimeter is een relatief nieuwe ontwikkeling uit de 80-er jaren.

Bron:

ATLAS/SFTS BV, tel. 0573-256465, is distributeur voor Europa van de Atlas CONE2 cone calorimeter. Wereldwijd zijn ca. 150 cones in gebruik. (stand 4/95).

Benaming van de test: **Gloeidoorntest**

normen: **VDE 0470/1.61, CEE**

meest gebruikte aanduiding: **Gloeidoorntest**

doel van de test:

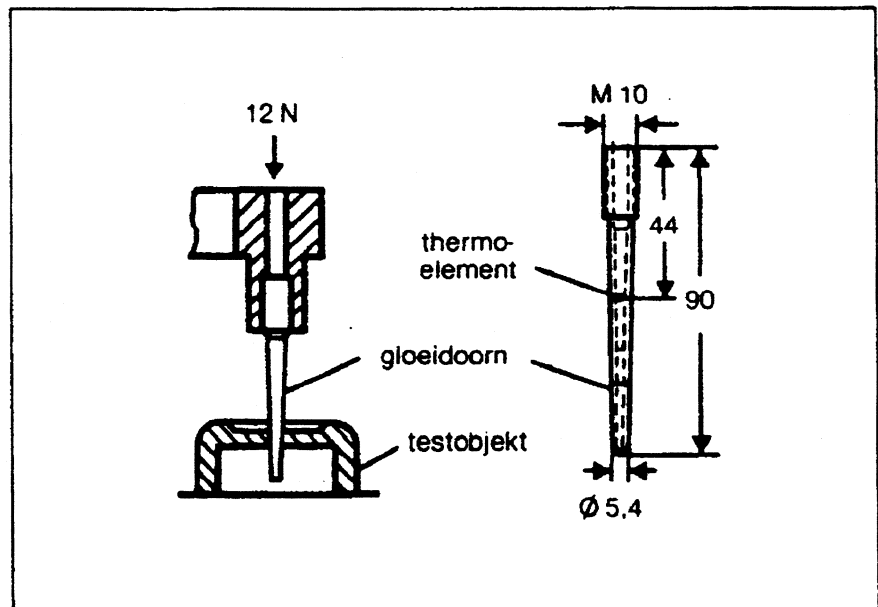
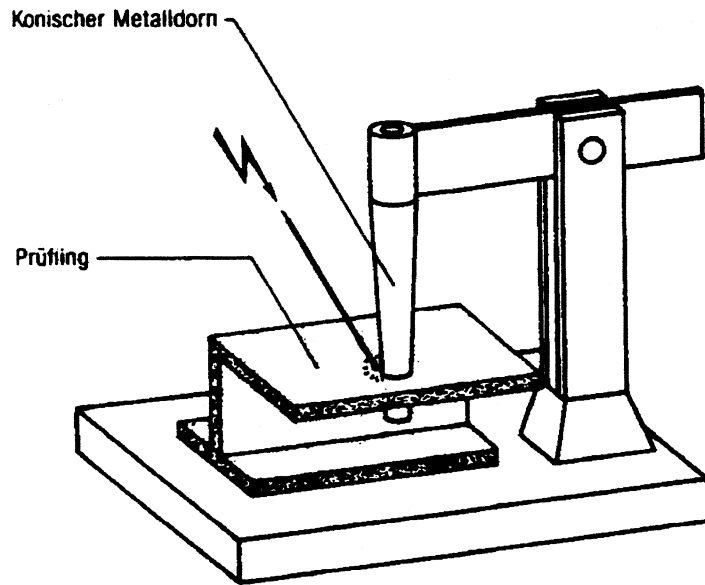
Bepalen of bij verhoging van de temperatuur tot 300°C of 500°C brandbare gassen ontstaan.

uitvoering:

Een conische doorn, welke elektrisch verhit is tot de beproevingstemperatuur, wordt met een voorgeschreven belasting in een conisch geboord gat gedrukt. Een tweede elektrode wordt op enige afstand van de doorn gebracht en er wordt gedurende twee minuten d.m.v. vonkoverslag bepaald of er ontbranding van de gevormde gassen en/of het proefstuk optreedt.

criteria:

De gevormde gassen mogen door de gevormde vonken niet ontbranden.



Figuur 12.4: *Gloeidoorntest*

Benaming van de test: **Gloeidraadtest**
normen: **DIN VDE 0471, IEC 695-2-1**
meest gebruikte aanduiding: **Gloeidraadtest**

doel van de test:

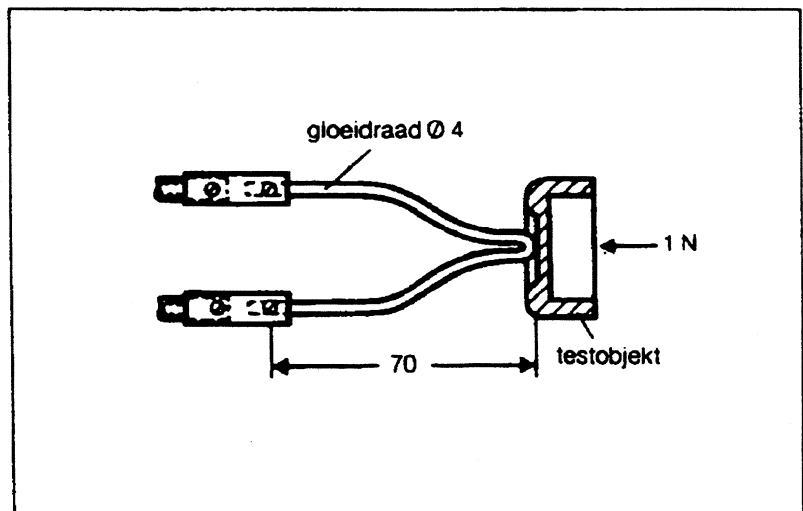
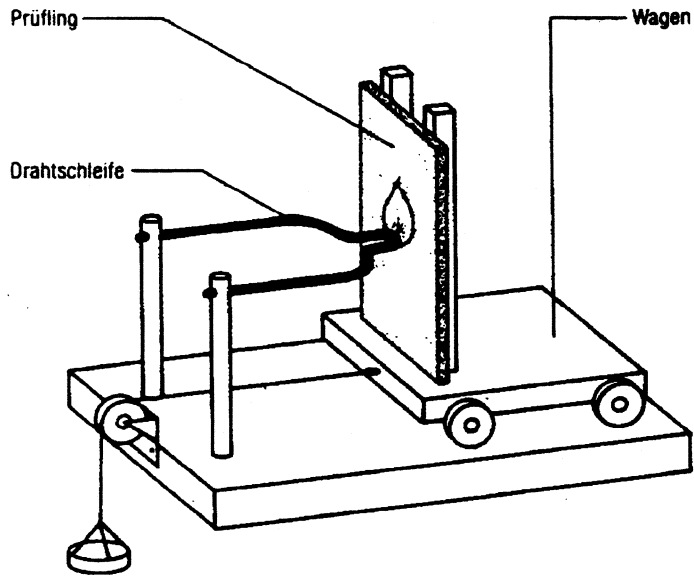
Bepaling van de brandduur en het ontstaan van brandende druppels na contact met een gloeidraad.

uitvoering:

Het dunste deel van een kunststof produkt wordt met een kracht van 1 *N* tegen een gloeidraad met een voorgeschreven temperatuur (450 – 960 °C), gedrukt. Er wordt bepaald of het object ontvlamt of er uitbreiding plaatsvindt en of er brandende druppels worden gevormd.

criteria:

De temperatuur waarbij het materiaal van een bepaalde dikte korter dan 30 seconden brandt en er geen brandende druppels worden gevormd.



Figuur 12.5: *Gloeidraadtest*

Benaming van de test: **Naaldvlamtest**

normen: **DIN VDE 0471, IEC 695-2-2**

meest gebruikte aanduiding: **Naaldvlamtest**

doel van de test:

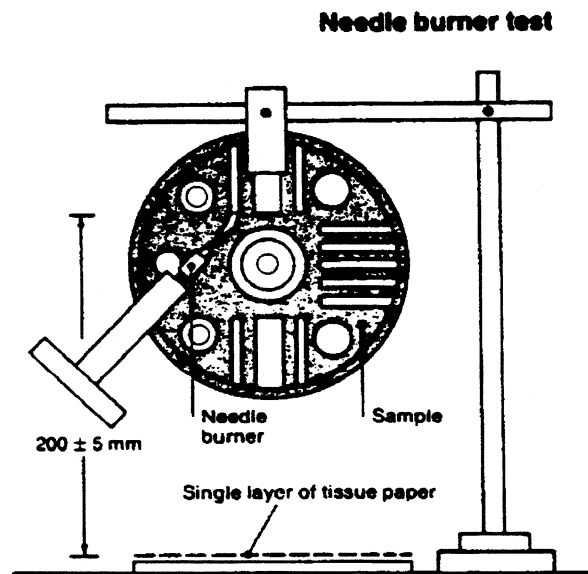
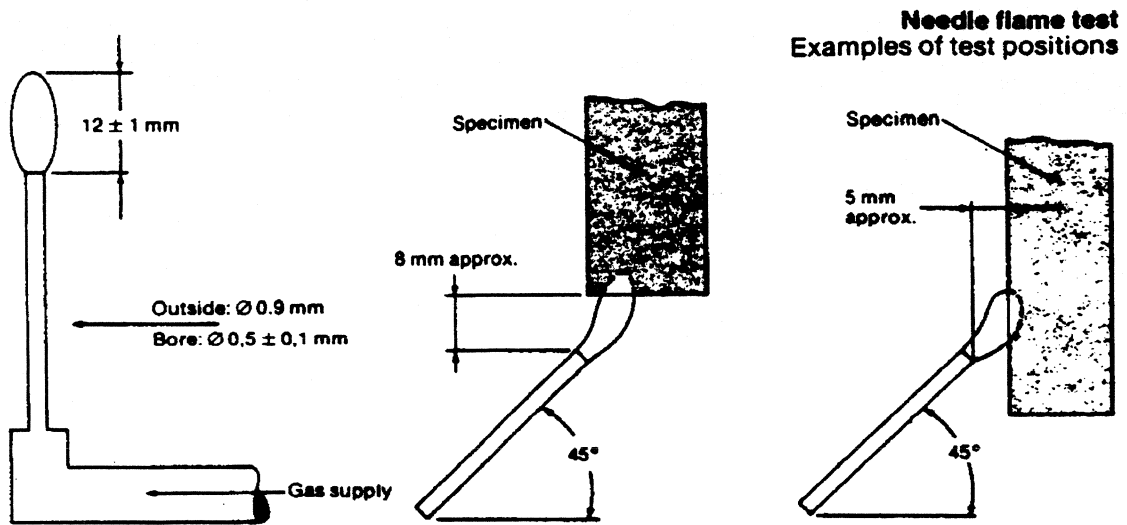
Bepaling van de brandduur en de branduitbreiding

uitvoering:

Het te beproeven object is meestal een deel uit een kunststof behuizing van elektrische apparaten. De meest ongunstige plaats wordt gedurende een aantal seconden in contact gebracht met de naaldvlam.

criteria:

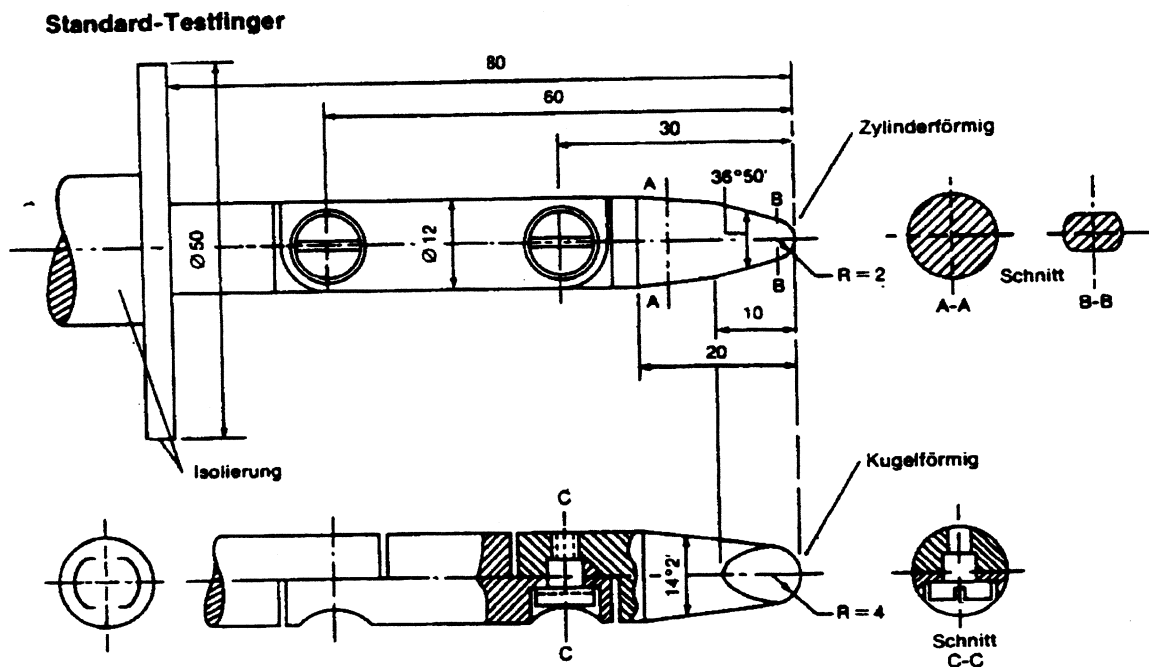
Het al dan niet ontvlammen van het object, de nabrandtijd (< 30s) en het niet ontstaan van brandende druppels.



Figuur 12.6: Naaldvlamtest

12.3 Elektrische veiligheid

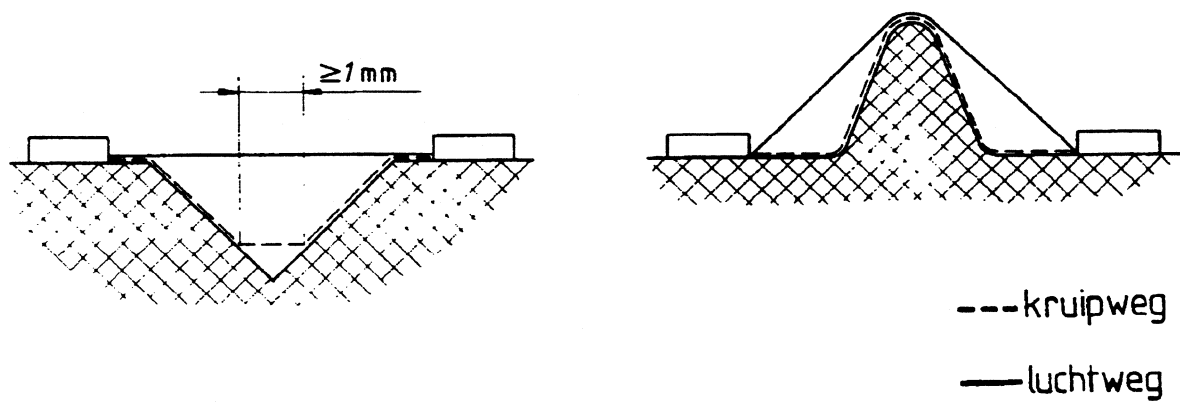
Elektrische apparaten moeten zodanig zijn ontworpen, dat spanningvoerende delen enerzijds onbereikbaar zijn en dat deze anderzijds voldoende geïsoleerd zijn ten opzichte van elkaar en ook ten opzichte van andere geleidende delen van een apparaat. Er is een groot aantal voorschriften op het gebied van de elektrische veiligheid en tevens is er een groot aantal keurende instanties, waaronder de voor Nederland relevante KEMA. Voor de details van de voorschriften wordt verwezen naar de literatuur [7] en de vele normbladen, die bij de KEMA en het NNI verkrijgbaar zijn. Voor het bepalen of spanningvoerende delen bereikbaar zijn wordt gebruik gemaakt van standaard testvingers, waarvan in Fig 12.7 een tekening is gegeven.



Figuur 12.7: Standaard testvinger voor het bepalen van de bereikbaarheid van spanning voerende delen

Voor het bepalen of elektrische apparaten na slag- of thermische belastingen niet zodanig beschadigen, dat spanningvoerende delen bereikbaar zijn worden de **slagproef met de veerhamer** en de **kogeldrukproef** toegepast. De kruip- en luchtwegen tussen geleiders onderling en andere geleidende delen van een apparaat moeten aan bepaalde normen voldoen, teneinde de isolatie te verzekeren. Ter illustratie van de begrippen kruip- en luchtwegen, die niet altijd aan elkaar gelijk zijn (zie figuur 12.8).

Elektrische apparaten, die in een vochtige omgeving zijn opgesteld lopen het gevaar van kruipstromen tussen spanningvoerende delen onderling en andere geleidende delen. De kunststof kan hierdoor verkolen, waardoor een zij het slechte verbinding tussen de spanningvoerende delen onderling en andere geleidende delen ontstaat. Dit verschijnsel wordt wel aangeduid met spoorvorming(tracking) en de weerstand hiertegen wordt met de **kruipstroomsterketest** bepaald.



Figuur 12.8: *Illustratie van lucht- en kruipwegen*

Benaming van de test: **Slagproef met veerhamer**

normen: **VDE, CEE, IEC**

meest gebruikte aanduiding: **Slagproef met veerhamer**

doel van de test:

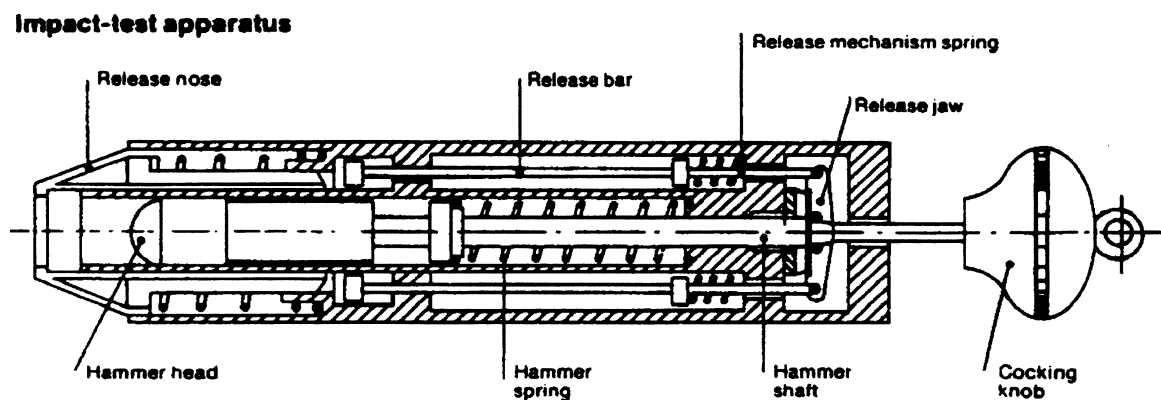
Het bepalen of na een slagbelasting op de behuizing van een elektrisch apparaat, spanningvoerende delen te bereiken zijn.

uitvoering:

Op iedere vermoedelijke zwakke plek van een elektrisch apparaat wordt drie maal op de behuizing een slagbelasting m.b.v. een hamerkop, die onder veerspanning staat, uitgeoefend. De uitgeoefende slagenergie bedraagt $0.5Nm$ en een beproevingstemperatuur tot $-25^{\circ}C$ kan zijn voorgeschreven.

criteria:

Na het drie maal uitoefenen van een slagbelasting op één vermoedelijk zwakke plaats, mag de behuizing niet zodanig beschadigd zijn dat spanningvoerende delen bereikbaar zijn met een standaard testvinger.



Figuur 12.9: *Slagproef met veerhamer*

Benaming van de test: **Kogeldrukproef**

normen: **VDE 0470**,

meest gebruikte aanduiding:

doel van de test:

Het bepalen van de weerstand tegen vervorming bij hogere temperaturen met het doel na te gaan of tijdens verhoogde temperatuur van een behuizing spanningvoerende delen bereikt kunnen worden.

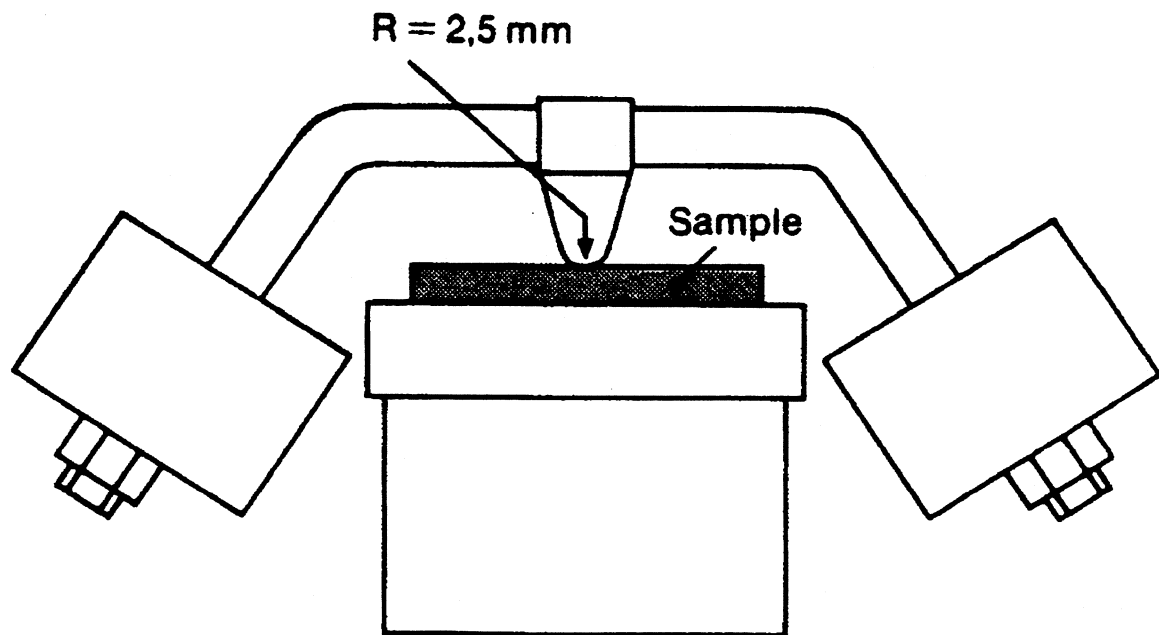
uitvoering:

Een kogel met een diameter van 5 mm wordt met een kracht van 20 N op een horizontaal opgesteld proefplaatje of deel van een behuizing gedurende één uur en bij een voorgeschreven temperatuur, gedrukt.

criteria:

Voor behuizingen van spanningvoerende delen is de beproevingstemperatuur 125°C en voor niet spanningvoerende delen 75°C . De indrukking van de kogel mag na afkoeling geen grotere diameter vertonen dan 2mm .

Ball pressure test apparatus



Figuur 12.10: *Kogeldrukproef*

Benaming van de test: **Kruipstroomsterktetest**
normen: **VDE 0303, DIN 53480, IEC 112, NEN 6101**
meest gebruikte aanduiding:

doel van de test:

Het bepalen van de weerstand van een kunststof tegen (geleidende) spoorvorming in een vochtige omgeving.

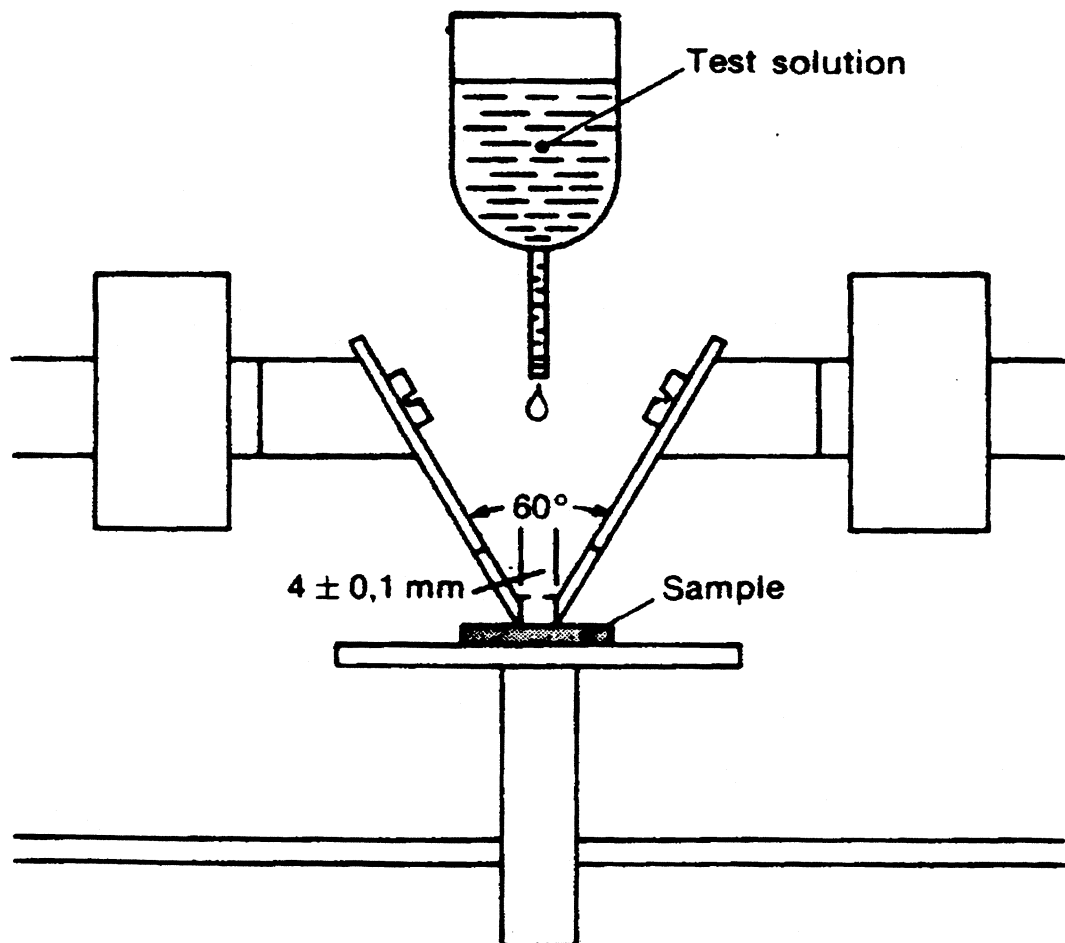
uitvoering:

Twee elektroden worden op een afstand van 4 mm op het te onderzoeken materiaal geplaatst. Het oppervlak tussen de elektroden wordt bevochtigd door hier druppels gedestilleerd water met 0.1 gewichtsprocent ammoniumchloride met een voorgeschreven frequentie op te laten vallen. Er wordt bepaald of voordat een voorgeschreven aantal druppels is gevallen de stroom tussen de elektroden gedurende een bepaalde korte periode een maximumwaarde niet overschrijdt of dat vonkoverslag is opgetreden.

criteria:

Er is een PTI (proof tracking index) van 175V en een CTI (comparative tracking index) van een te bepalen voltage (kruipstroomsterkte), waarbij na minimaal 2 seconden geen hoger stroom dan 0.5 A noch een vonkoverslag of een volledig bezwijken van de kunststof mag zijn opgetreden, voordat 50 druppels zijn gevallen.

Tracking test apparatus



Figuur 12.11: *Kruipstroomsterktetest*

12.4 Afkortingen

ASTM	American Society for Testing and Materials
CEE	Commission for Conformity Certification of Electrical Equipment
CSA	Canadian Standards Association
DIN	Deutsches Institut für Normung
FAR	Federal Aviation Regulations
IEC	International Electrotechnical Commission
ISO	International Organization for Standardization
KEMA	Keuring van Elektrotechnische Materialen
LOI	Limiting Oxygen Index
LTV	Luftfahrt-Tauglichkeits-Vorschrift
UL	Underwriter's Laboratories
NEN	Nederlandse Norm
NNI	Nederlands Normalisatie Instituut
VDE	Verband Deutscher Elektrotechniker Verein

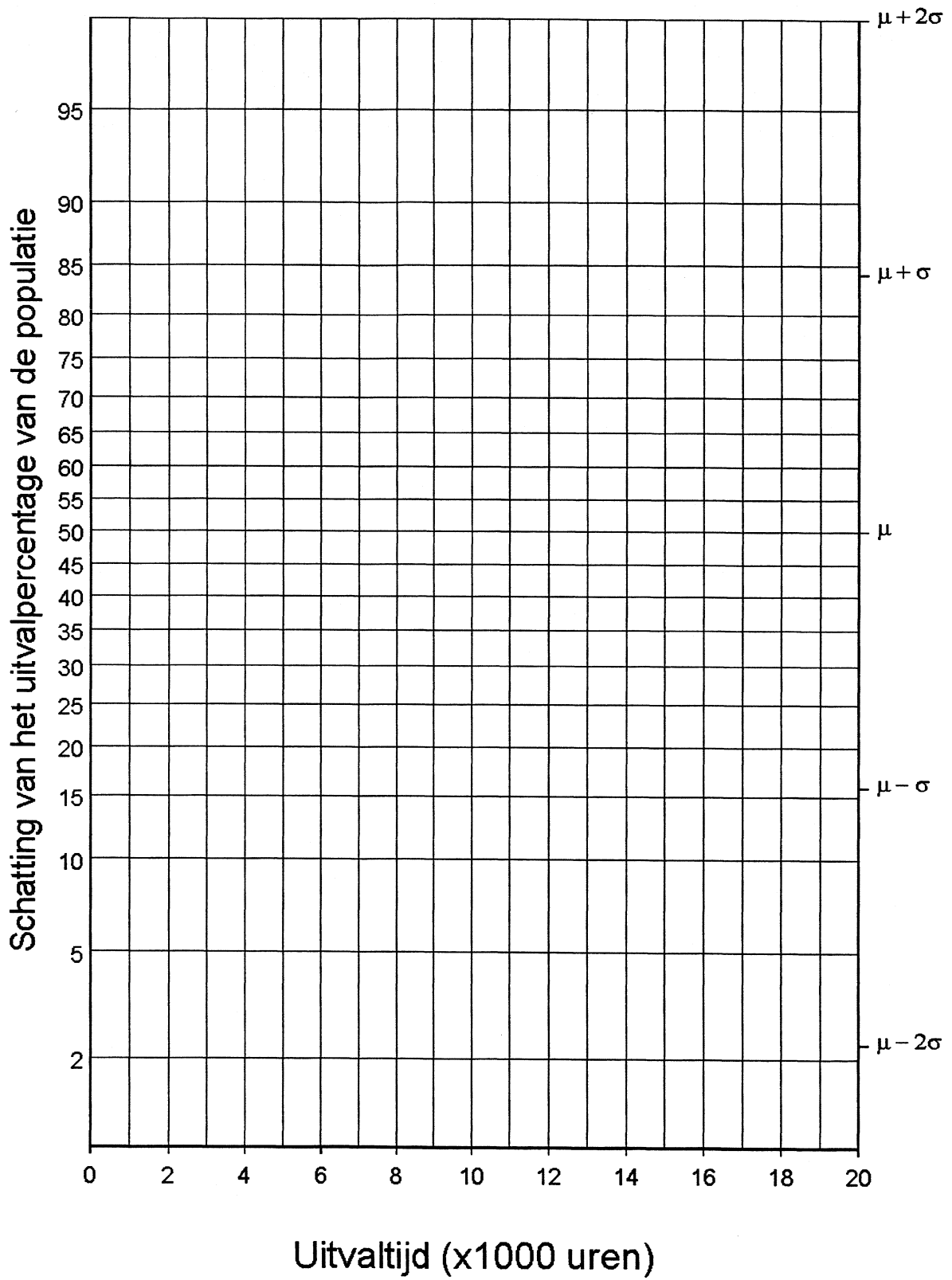
Bibliografie

- [1] Bayer Thermoplasten met vlamdovende toevoegingen, Bayer technische kunststoffen, Bayer Nederland, Mijdrecht
- [2] Thermoplaste Brandverhalten, BASF Kunststoffe, BASF Nederland, Arnhem
- [3] General Electric Plastics in the electrotechnical industry, GEP Bergen op Zoom
- [4] Elektrische huishoudelijke apparatuur, Deel 1 Materiaaleisen, Bayer Nederland, Mijdrecht
- [5] Engineering Plastics: A high-performance solution for electrical components, DuPont de Nemours, Mechelen, België
- [6] , Hoechst
- [7] Veiligheidseisen voor elektrische apparaten uit kunststof, N.A. de Leeuw, Literatuuroverzicht, fac. Ind. Ontw., TU-Delft
- [8] Brandveiligheid van kunststoffen in de bouw, J.W. Brak, Literatuuroverzicht, fac. Ind. Ontw., TU-Delft

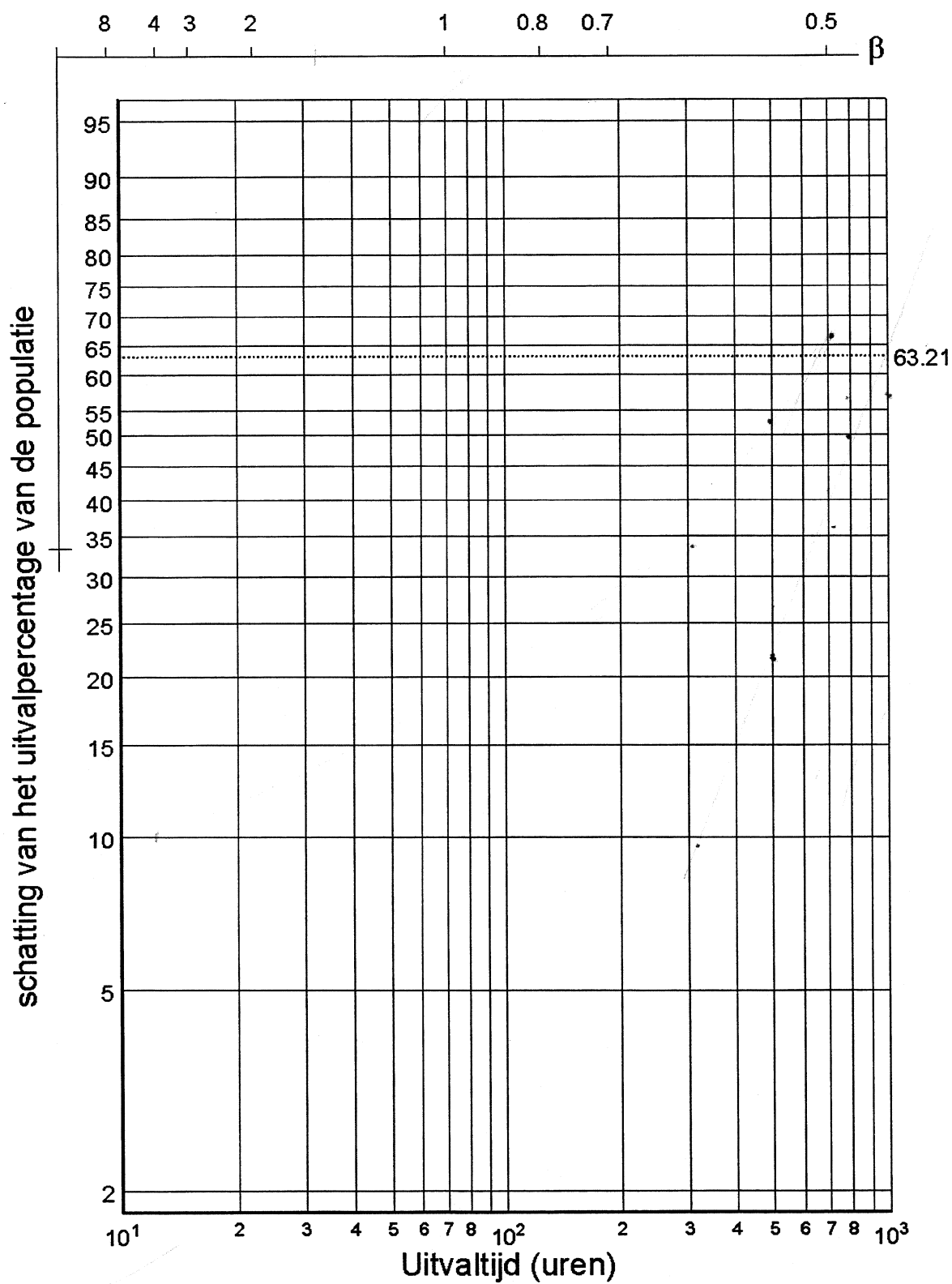
Bijlagen

Bijlage A

Waarschijnlijkheidspapier



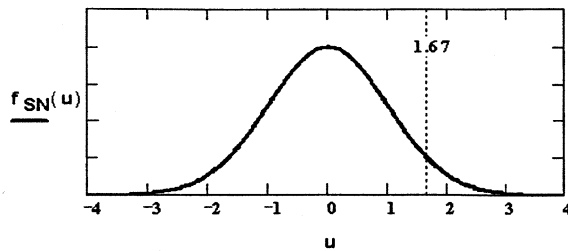
Figuur A.1: *Waarschijnlijkheidspapier voor de normale verdeling.*



Figuur A.2: *Waarschijnlijkheidspapier voor de Weibull verdeling.*

Bijlage B

Cumulatieve standaard normaalverdeling



Eenheidsnormaalverdeling:
$$F(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad \text{voor: } 0.00 < u < 3.99$$

Tabel B.1: Cumulatieve standaard normaalverdeling

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.500000	.503989	.507978	.511967	.515954	.519939	.523922	.527903	.531881	.535856
0.1	.539828	.543795	.547758	.551717	.555670	.559618	.563559	.567495	.571424	.575345
0.2	.579260	.583166	.587064	.590954	.594835	.598706	.602568	.606420	.610261	.614092
0.3	.617911	.621719	.625516	.629300	.633072	.636831	.640576	.644309	.648027	.651732
0.4	.655422	.659097	.662757	.666402	.670031	.673645	.677242	.680822	.684386	.687933
0.5	.691462	.694974	.698468	.701944	.705402	.708840	.712260	.715661	.719043	.722405
0.6	.725747	.729069	.732371	.735653	.738914	.742154	.745373	.748571	.751748	.754903
0.7	.758036	.761148	.764238	.767305	.770350	.773373	.776373	.779350	.782305	.785236
0.8	.788145	.791030	.793892	.796731	.799546	.802338	.805106	.807850	.810570	.813267
0.9	.815940	.818589	.821214	.823814	.826391	.828944	.831472	.833977	.836457	.838913
1.0	.841345	.843752	.846136	.848495	.850830	.853141	.855428	.857690	.859929	.862143
1.1	.864334	.866500	.868643	.870762	.872857	.874928	.876976	.878999	.881000	.882977
1.2	.884930	.886860	.888768	.890651	.892512	.894350	.896165	.897958	.899727	.901475
1.3	.903199	.904902	.906582	.908241	.909877	.911492	.913085	.914656	.916207	.917736
1.4	.919243	.920730	.922196	.923641	.925066	.926471	.927855	.929219	.930563	.931888
1.5	.933193	.934478	.935744	.936992	.938220	.939429	.940620	.941792	.942947	.944083
1.6	.945201	.946301	.947384	.948449	.949497	.950529	.951543	.952540	.953521	.954486
1.7	.955435	.956367	.957284	.958185	.959071	.959941	.960796	.961636	.962462	.963273
1.8	.964070	.964852	.965621	.966375	.967116	.967843	.968557	.969258	.969946	.970621
1.9	.971284	.971933	.972571	.973197	.973810	.974412	.975002	.975581	.976148	.976705
2.0	.977250	.977784	.978308	.978822	.979325	.979818	.980301	.980774	.981237	.981691
2.1	.982136	.982571	.982997	.983414	.983823	.984222	.984614	.984997	.985371	.985738
2.2	.986097	.986447	.986791	.987126	.987455	.987776	.988089	.988396	.988696	.988989
2.3	.989276	.989556	.989830	.990097	.990358	.990613	.990863	.991106	.991344	.991576
2.4	.991802	.992024	.992240	.992451	.992656	.992857	.993053	.993244	.993431	.993613
2.5	.993790	.993963	.994132	.994297	.994457	.994614	.994766	.994915	.995060	.995201
2.6	.995340	.995473	.995603	.995731	.995855	.995975	.996093	.996207	.996319	.996427
2.7	.996533	.996636	.996736	.996833	.996928	.997020	.997110	.997197	.997282	.997365
2.8	.997445	.997523	.997599	.997673	.997744	.997814	.997882	.997948	.998012	.998074
2.9	.998134	.998193	.998250	.998305	.998359	.998411	.998462	.998511	.998559	.998605
3.0	.998650	.998694	.998736	.998777	.998817	.998856	.998893	.998930	.998965	.998999
3.1	.999032	.999060	.999096	.999126	.999155	.999184	.999211	.999238	.999264	.999289
3.2	.999313	.999336	.999359	.999381	.999402	.999423	.999443	.999462	.999481	.999499
3.3	.999517	.999534	.999550	.999566	.999581	.999596	.999610	.999624	.999638	.999651
3.4	.999663	.999675	.999687	.999698	.999709	.999720	.999730	.999740	.999750	.999758

Voorbeeld: $F(1.67) = 0.952540$

Bijlage C

Plotposities voor waarschijnlijkheidspapier

Bijlage D

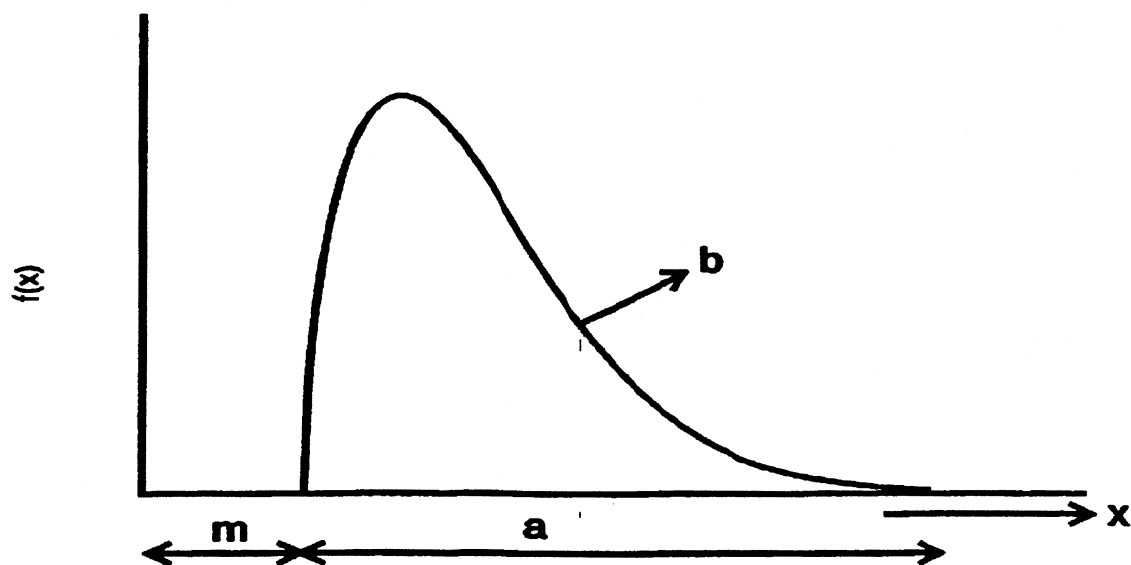
Overzicht kansverdelingen

Een kansverdeling wordt gekarakteriseerd door:

- de *kansdichtheidsfunctie*;
- de *parameters*.

Alhoewel er een grote verscheidenheid van kansverdelingen is, zijn de overeenkomsten groter dan op het eerste gezichtlijkt. Voor de veelgebruikte kansverdelingen in de bedrijfszekerheid- technologie worden hier gegeneraliseerde kansverdelingen met gegeneraliseerde parameters, gegeven.

In Fig. D.1 is een gegeneraliseerde kansverdeling getekend en zijn de gegeneraliseerde parameters aangegeven.



Figuur D.1: *Kansdichtheidsfunctie met de parameters*

De gegeneraliseerde parameters van een kansverdeling zijn te onderscheiden in:

- locatieparameter m ;
- schaalparameter a ;
- vormparameters b_1 en b_2 ;
- constanten C_1 en C_2 ;

In tabel D.1 zijn de overeenkomsten met de behandelde kansverdelingen gegeven. De gegeneraliseerde uitdrukking voor de kansdichtheidsfuncties is:

$$f_x(x) = C_1 \left(\frac{x-m}{a} \right)^{b_1} e^{-\left(\frac{x-m}{c_2 \cdot a} \right)^{b_2}}$$

De k.d.f.'s voor de gegeneraliseerde kansverdelingen en die van de specifieke kansverdelingen zijn:

$$\begin{aligned} f_x(x) &= C_1 \left(\frac{x-m}{a} \right)^{b_1} e^{-\left(\frac{x-m}{c_2 \cdot a} \right)^{b_2}} && \text{Algemeen} \\ f_x(x) &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{2} \cdot \sigma} \right)^2} && \text{Normaal} \\ f_x(x) &= \lambda e^{-\left(\frac{x}{1/\lambda} \right)^1} && \text{Exponentieel} \\ f_x(x) &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} x^{-1} e^{-\left(\frac{\ln x - \mu}{\sqrt{2} \cdot \sigma} \right)^2} && \text{Lognormaal} \\ f_x(x) &= \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^\beta} && \text{Weibull} \end{aligned}$$

(D.1)

Voor de specifieke kansverdelingen zijn de waarden van de constant C en de gegeneraliseerde parameters:

Tabel D.1: Overzicht van gegeneraliseerde parameters en specifieke parameters

parameter:		unif.	normaal	exponent.	lognorm.	Weibull
constante	C_1	-	$1/\sigma\sqrt{2\pi}$	λ	$1/\sigma\sqrt{2\pi}$	β/η
locatie	m	$(\alpha + \beta)/2$	μ	0	μ	γ
schaal	a	$(\alpha - \beta)/2$	σ	$1/\lambda$	σ	η
vorm	b_1	-	-	-	-1	$\beta - 1$
vorm	b_2	-	2	1	2	β
constante	C_2	-	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	1

Bijlage E

Symbolenlijst

A	Beschikbaarheid	
a	Amplitude	
b	Breedte	mm
B_{10}	Tijdstip waarop 10 % van de populatie is uitgevallen	
c	Coëfficiënt van variatie	
D	Functionerend deelsysteem	
\bar{D}	Gefaalde deelsysteem	
$E(\underline{x})$	Verwachtingswaarde van een stochastische variabele	
$f()$	Functie van stochastische variabele, kansfunctie	
$F()$	Verdelingsfunctie	
${}_nF_j$	Uitvalfractie van de populatie na de j^e uitvaller uit een steekproef met grootte n	
$FMEA$	Failure Mode and Effect Analysis	
h	Hoogte	mm
j	Rangnummer van een gefaald produkt	
j/n	Uitvalfractie van een steekproef	
l	Lengte	mm
$MTBF$	Gemiddelde tijd tussen het falen van een reparerbaar produkt	
$MTTF$	Gemiddelde tijd tot falen van een produkt	
$MTTR$	Gemiddelde reparatieduur	
n	Aantal	
N	Totaal aantal	
$p()$	Kans(dichtheids)functie	
$R(t)$	Bedrijfszekerheidsfunctie (Reliability)	
R_i	Bedrijfszekerheid van een onderdeel	
R_s	Bedrijfszekerheid van een systeem	
S	Geschatte waarde van een standaardafwijking	
sp	Tot falen leidende spanning	N/mm^2
St	Materiaalsterkte	N/mm^2
S	Functionerend systeem	
\bar{S}	Gefaald systeem	
t	tijd	
x_i	Realisatie van de stochastische variabele \underline{x}	
\bar{x}	Gemiddelde waarde van de stochastische variabele x	
\underline{x}	Stochastische variabele (s.v.)	
$\underline{u}, \underline{z}$	Stochastische variabele uit standaard Normale verdeling	

Symbolenlijst (vervolg)

α	Fractie
β	Vormparameter van de Weibull verdeling
β	Bedrijfszekerheid index
γ	Locatie parameter van de Weibull verdeling
ξ	Hulp random variabele
η	Schaalparameter van de Weibull verdeling
θ	Karakteristieke levensduur, waarop 63,2 % van de populatie is uitgevallen
λ	Parameter van de exponentiële verdeling
$\lambda(t)$	Faaltempo (failure rate)
μ	Verwachting
ν	Veiligheidscoëfficiënt
σ	Standaardafwijking
$\sigma(\underline{x})$	Standaardafwijking van de s.v. \underline{x}